Задача 1:
Рыболова спросили, сколько весила пойманная им рыба. Он ответил: «Хвост весил 4 фунта, голова столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище столько, сколько голова и хвост". Сколько весила рыба?

Задача 2:
Двадцать одна девочка и двадцать один мальчик принимали участие в математическом конкурсе. Каждый участник решил не более шести задач. Для любых девочки и мальчика найдётся хотя бы одна задача, решённая обоими. Докажите, что была задача, которую решили не менее трёх девочек и не менее трёх мальчиков.

Задача 3:
В треугольнике ABC проведена биссектрисы AP и BQ. Известно, что $\angle$ BAC = 60 и что AB + BP = AQ + QB. Какими могут быть углы треугольника ABC?

Задача 4:
Пусть a, b, c, d – целые числа такие, что a > b > c > d > 0. Предположим, что ac + bd = (b + d + a – c)(b + d – a + c). Докажите, что число ab + cd составное.

Задача 5:
Окружности Г 1 и Г 2 пересекаются в точках M и N. Прямая l – общая касательная к Г 1 и Г 2 такая, что M расположена к l ближе, чем N. Прямая l касается Г 1 в точке A, а Г 2 – в точке B. Прямая, проходящая через M параллельно l, пересекает вторично окружность Г 1 в точке C, а окружность Г 2 – в точке D. Прямые CA и DB пересекаются в точке E, прямые AN и CD – в точке P, прямые BN и CD – в точке Q. Докажите, что EP = EQ.

Задача 6:
Дано натуральное число n > 2. Сначала на горизонтальной прямой сидят n блох, не все в одной точке. Для положительного действительного числа λ определим прыжок следующим образом: выбираются две блохи, сидящие в произвольных точках A и B, причём A левее B, и блоха, сидящая в A, прыгает в точку C, расположенную на данной прямой справа от B, такую, что . Определите все значения λ такие, что для любой точки M на этой прямой и для любого начального расположения n блох существует конечная последовательность прыжков, после которой все блохи окажутся справа от точки M.

Задача 7:
У фокусника 100 карточек, занумерованных числами от 1 до 100. Он раскладывает все карточки в три ящика: красный, белый и синий так, чтобы в каждом ящике лежала хотя бы одна карточка. Один из зрителей выбирает два из трёх ящиков, вынимает из них по одной карточке и объявляет сумму номеров вынутых карточек. Зная эту сумму, фокусник определяет тот ящик, из которого карточка не вынималась. Сколькими различными способами можно разложить карточки по ящикам так, чтобы этот фокус всегда удавался? (Способы, при которых хотя бы одна карточка попадает в разные ящики, считаются различными.)

Задача 8:
Существует ли натуральное число n такое, что n имеет ровно 2000 различных простых делителей, и 2n + 1 делится на n.

Задача 9:
Пусть AH1, BH2, CH3 – высоты остроугольного треугольника ABC. Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон BC, CA, AB в точках T1, T2, T3

соответственно. Прямые $l1$, $l2$, $l3$ являются образами прямых $H2H3$, $H3H1$, $H1H2$ при симметрии относительно прямых $T2T3$, $T3T1$, $T1T2$ соответственно. Докажите, что прямые $l1$, $l2$, $l3$ образуют треугольник с вершинами на окружности, вписанной в треугольник ABC.

Задача 10:
Найдите все конечные множества S состоящие не менее чем из трех точек плоскости, симметричные относительно серединных перпендикуляров отрезков с концами из S.

Задача 11:
Найдите минимальное количество клеток, которые можно покрасить на доске $2n \times 2n$ так, чтобы у любая клетка (в том числе покрашенная) граничила бы по стороне с покрашенной клеткой.

Задача 12:
Найдите все пары чисел n,p для которых p простое, $n \leq 2p$ и $(p-1)n + 1$ делится на $np - 1$.

Задача 13:
Окружности $\Gamma 1$ и $\Gamma 2$ лежат внутри окружности Γ и касаются ее в точках M и N соответственно, притом, центр окружности $\Gamma 2$ лежит на $\Gamma 1$. Продолжение общей хорды окружностей $\Gamma 1$ и $\Gamma 2$ пересекает Γ в точках A и B. Прямые MA и MB повторно пересекают $\Gamma 1$ в точках C и D. Докажите, что прямая CD касается $\Gamma 2$.

Задача 14:
В выпуклом четырехугольнике ABCD диагонали AC и BD перпендикулярны, а противоположные стороны AB и DC не параллельны. Серединные перпендикуляры к сторонам AB и DC пересекаются в точке P, лежащей внутри ABCD. Доказать, что около четырехугольника ABCD можно описать окружность тогда и только тогда, когда площади треугольников ABP и CDP равны.

Задача 15:
Найти все пары (a;b) натуральных чисел такие, что $a^2b + a + b$ делится на $ab^2 + b + 7$.

Задача 16:
Пусть I – центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Обозначим через K, L, M точки, в которых эта окружность касается сторон BC, CA, AB соответственно. Прямая, проходящая через точку B параллельно прямой MK, пересекает прямые LM и LK в точках R и S соответственно. Доказать, что угол RIS – острый.

Задача 17:
Рассмотрим все функции f, определенные на множестве всех натуральных чисел, принимающие натуральные значения и удовлетворяющие условию $f(t^2f(s)) = s(f(t))^2$ для любых натуральных s и t. Найти наименьшее возможное значение f(1998).

Задача 18:
Пусть A, B, C и D – четыре различные точки на прямой, расположенные в указанном порядке. Окружности с диаметрами AC и BD пересекаются в точках X и Y. Прямые XY и BC пересекаются в точке Z. Пусть P – точка на прямой XY, отличная от Z. Прямая CP пересекает окружность с диаметром AC в точках C и M, а прямая BP пересекает окружность с диаметром BD в точках B и N. Доказать, что прямые AM, DN и XY пересекаются в одной точке.

Задача 19:
Найти все целые $n > 3$, для которых существуют n точек $A1, A2, \ldots An$ на плоскости и действительные числа $r1, r2, \ldots, rn$ удовлетворяющие следующим двум условиям:
a) никакие три точки не лежат на одной прямой;
b) для любой тройки i, j, k площадь треугольника $AiAjAk$ равна $ri + rj + rk$.

Задача 20:
Пусть p – нечетное простое число. Найти количество подмножеств A множества $1, 2, \ldots, 2p$ таких, что:
a) A содержит ровно p элементов;
b) сумма вмех элементов из A делится на p.

Задача 21:
Пусть $f(x) = xn + 5xn - 1 + 3$, где $n > 1$ – целое число. Доказать, что $f(x)$ не может быть представлен в виде произведения двух многочленов, каждый из которых степени не меньше 1 и все коэффициенты которых – целые числа.

Задача 22:
На бесконечной шахматной доске ведется игра. В начале n^2 фишек занимают поле $n \times n$, по одной фишке в каждой клетке. Ход заключается в том, что какая-то фишка перепрыгивает в горизонтальном или вертикальном направлении через одну соседнюю занятую клетку на свободную клетку за ней. При этом фишка, через которую перепрыгнули, снимается с доски. Найти все n, для которых можно оставить на доске всего одну фишку.

Задача 23:
Для трех точек P, Q, R на плоскости через $m(PQR)$ обозначим наименьшую из длин высот треугольника PQR. Пусть на плоскости даны точки A, B, C, D . Доказать $m(ABC) \leq m(ABD) + m(ADC) + m(DBC)$.

Задача 24:
Пусть $n > 1$ – целое число. По окружности расположено n ламп $L0, \ldots, Ln - 1$. Каждая лампа может быть в состоянии «включена» или «выключена». Последовательность шагов $S0, S1, \ldots, Si, \ldots$ определена следующим образом. Шаг Sj влияет только на состояние лампы Lj (и не влияет на состояние остальных ламп) так что, если $Lj - 1$ включена, то Sj изменяет состояние лампы Lj (то есть, если Lj была включена, то станет выключена и наоборот). Если $Lj - 1$ выключена, то Sj ничего не меняет. Лампы пронумерованы по модулю n (т.е. $Ln = L0$ и т.д.)
Первоначально все лампы включены. Доказать, что
а) Существует натуральное $M(n)$ такое, что после $M(n)$ все лампы будут включены.
б) Если n – число вида $2k$, то после $n^2 - 1$ шагов все лампы будут включены.
в) Если n – число вида $2k + 1$, то после $n^2 - n + 1$ шагов все лампы будут включены.

Задача 25:
Дан неравнобедренный треугольник $A1A2A3$. Пусть ai – его сторона, лежащая против вершины Ai ($i = 1,2,3$), Mi – середина стороны ai, Ti – точка касания стороны с окружностью, вписанной в данный треугольник, и Si – точка, симметричная Ti относительно биссектрисы угла Ai треугольника. Докажите, что прямые $M1S1$, $M2S2$, $M3S3$ имеют общую точку.

Задача 26:

Функция $f(n)$ определена для всех натуральных n и принимает целые неотрицательные значения. Известно, что $f(n)$ удовлетворяет условиям:
а) при любых m и n $f(m + n) - f(m) - f(n)$ принимает значения 0 или 1,
б) $f(2) = 0$,
в) $f(3) > 0$,
г) $f(9999) = 3333$.
Найти $f(1982)$.

Задача 27:
Дано уравнение $x^3 - 3xy^2 + y^3 = n$. Докажите, что
а) если натуральное n таково, что данное уравнение имеет целочисленное решение, то оно имеет по меньшей мере три целочисленных решения;
б) при $n = 2891$ это уравнение не имеет целочисленных решений.

Задача 28:
Дан квадрат K со стороной 100. Пусть L – несамопересекающаяся незамкнутая ломаная, лежащая в K, такая, что для любой точки P границы квадрата K найдется точка ломаной L, расстояние которой от P не больше 1/2. Докажите, что на ломаной найдутся две точки X и Y, расстояние между которыми не более 1, такие, что длина части ломаной, заключенной между ними, не меньше 198.

Задача 29:
a,b,c – вещественные числа. Дано уравнение $a \cos^2 x + b \cos x + c = 0$. Составьте квадратное относительно $\cos 2x$ уравнение с теми корнями.

Задача 30:
Постройте прямоугольный треугольник ABC по гипотенузе AC, медиана AM которого, удовлетворяет соотношению $AM^2 = AB \cdot AC$.

Задача 31:
На отрезке AB выбрали точку M. Вокруг квадратов AMCD и MBEF, лежащих по одну сторону от AB, описали окружности с центрами P и Q, которые пересекаются в точках M и N.
а) докажите, что AF и BC пересекаются в точке N;
b) докажите, что все прямые MN имеют общую точку;
c) определите геометрическое место середин отрезков PQ.

Задача 32:
Рассмотрим четырёхзначное число, а также четырёхзначное число, записанное этими же цифрами, но в обратом порядке. Какое наибольшее количество цифр 5 может иметь в своей десятичной записи модуль разности этих чисел?

Задача 33.
Решите уравнение
$$(x+1)^5 + (x+4)^4(x-1) + (x+1)^3(x-1)^2 + (x+1)^2(x-1)^3 + (x+1)(x-1)^4 + (x-1)^5 = 0$$

Задача 34.
Внутри квадрата ABCD выбрана точка O. Квадрат A\`B\`C\`D\` - образ квадрата ABCD при гомотетии с центром в точке O и коэффициентом k>1 (Точки A\`, B\`, C\`, D\` являются образами точек A, B, C, D соответственно). Докажите, что сумма площадей четырёхугольников A\`ABB\` и C\`CDD\` равна сумме площадей четырёхугольников B\`BCC\` и D\`DAA\`.

Задача 35.
Действительные числа x,y,z удовлетворяют условию:

$$\frac{1}{xy}=\frac{y}{z-x+1}=\frac{2}{z+1}$$

Докажите,, что одно из них является средним арифметическим двух других.

Задача 36.
Учительница рассадила за круглым столом своих учеников, среди которых мальчиков было втрое меньше, чем девочек. Оказалось, что среди всех пар учеников, сидящих рядом, пар детей одного пола вдвое больше, чем пар детей разного пола. При каком минимальном количестве детей за столом такое могло случиться?

Задача 37.
Найдите все натуральные n, удовлетворяющие равенство:

$$-2^0+2^1-2^2+2^3-2^4+\ldots-(-2)^n=4^0+4^1+4^2+\ldots+4^{2010}$$

Задача 38.
В кубе размером 11x11x11 внешний слой единичных кубиков покрасили в жёлтый цвіт, следующий слой, касающийся внешнего, раскрасили в синий цвет, следующий – опять в жёлтый и т.д. Найдите количество жёлтых и синих единичных кубиков.

Задача 39.
В четырёхугольнике ABCD вписанном в окружность, диагонали перпендикулярны. Точки K,L,M,Q – точки пересечения высот треугольников AND, ACD, BCD, ABC соответственно. Доказать, что четырёхугольник KLMQ равен четырёхугольнику ABCD.

Задача 40. Докажите, что для каждого натурального n уравнение a^n+2010b^n=c^n+1 имеет бесконечное множество решений в натуральных числах.

Задача 41. Найдите неотрицательные решения системы:

$$\begin{cases} x^2y^2+1=x^2+xy, \\ y^2z^2+1=y^2+yz, \\ z^2x^2+1=z^2+zx. \end{cases}$$

Задача 42.
На бумаге в клеточку выделен квадрат 2009x2009. Два игрока по очереди закрашивают в желтый цвет единичные отрезки, которые являются границами единичных квадратов, которые расположены внутри или на границе выделенного квадрата и еще не были закрашены. Побеждает тот игрок, после хода которого, впервые одна единичная клетка станет иметь покрашенные в желтый цвет сразу все 4 стороны. Кто побеждает в этой игре при правильной игре обоих – тот, кто начинает или тот, кто ходит вторым?

Задача 43.
Шестерым братьям вместе 57 лет. Каждый из них, кроме самого старшего, моложе следующего по возрасту брата на одно и то же число. Самый старший старше самого младшего на столько лет, сколько трем младшим вместе. Сколько лет каждому?

Задача 44.
Ордината вершины параболы y=x2+bx+c равна -7 Сколько целых чисел может находиться между корнями уравнения x2+bx+c=0?

А:6 или 7; Б: 4 или 5; В: 5 или 6; Г: только 5; Д: только 6;

Задача 44.
Кенгуру прыгает только вперёд на 1 или на 3 метра. Он хочет преодолеть ровно 10 метров. Сколькими способами он может это сделать?
А: 28; Б: 34; В: 35; Г: 55; Д: 56;

Задача 45.
Найдите, при каких значениях острого угла a уравнение
(2cosa -1)x2 - 4x + 4cosa + 2 = 0
будет иметь два действительных положительных корня?
А:0o < a < 30o; Б: 0o < a < 60^0; В: 30o < a < 60^0; Г: 30o < a < 90^0; Д: 0o < a < 90o;

Задача 46.
Тест состоит из 10 вопросов, на каждый из которых нужно выбрать вариант ответа а) или б). Если на любые 5 вопросов ответить вариантом а), а на остальные пять – вариантом б), то обязательно как минимум 4 ответа окажутся верными. Сколько существуем вариантов расположения правильных ответов в тесте, которые обеспечивают такое его свойство?
А:2; Б:10; В:22; Г:252; Д: 5^5;

Задача 47.
В коробке была 31 конфета. В первый день Кристина съела 3/4 от количества конфет, которые съел Петя в тот же день. На второй день Кристина съела 2/3 количества конфет, которые съел Петя в тот же день. После двух дней коробка осталась пустой. Сколько конфет из коробки съела Кристина?
А:9; Б:10; В:12; Г:13; Д:15;

Задача 48.
Карл говорит правду в тот день, когда он не обманывает. Какое из следующих утверждений Карл не мог высказать в один день вместе с остальными?
А: Число моих друзей - простое;
Б: У меня столько же друзей среди мальчиков, сколько и среди девочек;
В: 288 делится на 12;
Г: Я всегда говорю правду;
Д: Три моих друга старше меня;

Задача 49.
Сколько существует наборов из двух или более последовательных натуральных чисел, сумма которых равна 100?
А:1; Б:2; В:3; Г:4; Д:5;

Задача 50.
Куб, все грани которого окрашены, разрезан на 1000 кубиков одинакового размера. Маленькие кубики тщательно перемешаны и из них наугад выбран один. Найти вероятность того, что этот кубик имеет а) одну окрашенную грань, б) две окрашенные грани, с) три окрашенные грани.

Задача 51.
Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания при одном выстреле для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном выстреле в мишень попадет только один стрелок.

Задача 52.
Вероятность попадания стрелком в мишень при одном выстреле равна 0,8. Сколько выстрелов надо произвести, чтобы с вероятностью меньшей 0,4 можно было ожидать, что не будет ни одного промаха.

Задача 53.
Среди 100 лотерейных билетов 5 выигрышных. Найти вероятность того, что два выбранных наугад билета окажутся выигрышными.

Задача 54.
При подготовке к экзамену ученик выучил 20 из 25 вопросов. На экзамене он вытянул билет из трех вопросов. Оценка «удовлетворительно» ставиться, если учащийся правильно отвечает на один вопрос билета, «хорошо» - на два, «отлично» - на все три. Какова вероятность того, что он получит оценки а) отлично, б) неудовлетворительно, в) удовлетворительно, г) хорошо. Какая из оценок наиболее вероятна?

Задача 55.
Из колоды в 16 карт, содержащей только «картинки», последовательно вытягивают три карты (без возврата их в колоду). Изобразить граф, демонстрирующий наличие тузов в вытянутых картах. Найти вероятность вытянуть ровно два туза.

Задача 56.
При покупке компьютера продавец раздельно оформил гарантии на системный блок, монитор и клавиатуру. Вероятности того, что каждое из этих устройств безотказно проработает гарантийный срок, равны соответственно 0,6, 0,7 и 0,8. Найти вероятность того, что безотказно гарантийный срок прослужит а) только одно устройство, б) только два устройства, в) все три устройства.

Задача 57.
Как изменится вероятность выиграть автомобиль в задаче Монти Холла, если дверей будет N и ведущий после выбора игрока откроет $N-2$ двери с козлами?

Задача 58.
В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых. Во второй 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наугад взяли по одному шару, а потом из этих двух наугад выбрали один. Найти вероятность того, что выбранный шар белый.

Задача 59.
В каждой из трех коробок лежат 4 шоколадные конфеты и 6 карамелек. Из первой коробки наугад достают конфету и перекладывают во вторую. Затем из второй коробки наугад достают конфету и перекладывают в третью. После этого из третьей коробки наугад извлекают одну конфету. Найти вероятность того, что эта конфета шоколадная.

Задача 60.
Число ездящих в автобусе некоторого маршрута юношей относится к числу девушек как 3:2. Вероятность того, что юноша в автобусе уступит место старушке, равна 0,1. Вероятность того, что уступит место девушка – 0,2. В автобус зашла старушка, и ей уступили место. Найти вероятность того, что это сделал юноша.

Задача 61.
Рассмотрим упрощенный пример применения алгоритма Байесовского поиска. В результате дополнительных исследований было определено, что подводная лодка

потерпела крушение из-за неисправности эхолокационного оборудования, приведшего к столкновению с неровностью дна. Поиск подлодки проходит на территории, разделенной на четыре квадрата. Имеющееся оборудование позволяет производить поиск на глубине до 1000 м. Количество опасных рифов на каждом из участков, и данные о средней глубине приведены в таблицах. Определить вероятность успешного поиска субмарины в каждом из квадратов, и построить стратегию поиска.

Количество опасных рифов

3	5
7	2

Глубины (м):

700	200
350	400

Задача 62.

По данным сайта «В Контакте» каждые сутки на нем размещается около 3 млн. новых фотографий (данные сайта www.vkontakte.ru). Что вероятнее, что за месяц (30 дней) на сайте будет размещено 100 млн. фотографий или 80 млн.?

Задача 63.

В таблице приведены данные по количеству фатальных авиакатастроф с потерей фюзеляжа в мире за последние 10 лет (данные сайта http://aviation-safety.net). Основываясь на этих данных, рассчитайте распределение вероятности авиакатастроф в 2008 году. Используйте диапазон от минимального до максимального количества аварий за 10 лет. Изобразите эти вероятности на гистограмме. Какое количество аварий наиболее вероятно?

1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
39	42	36	28	37	25	28	35	27	26

Указание: для выполнения этого задания целесообразно воспользоваться табличным редактором, например Microsoft Excel или Open Office Calc.

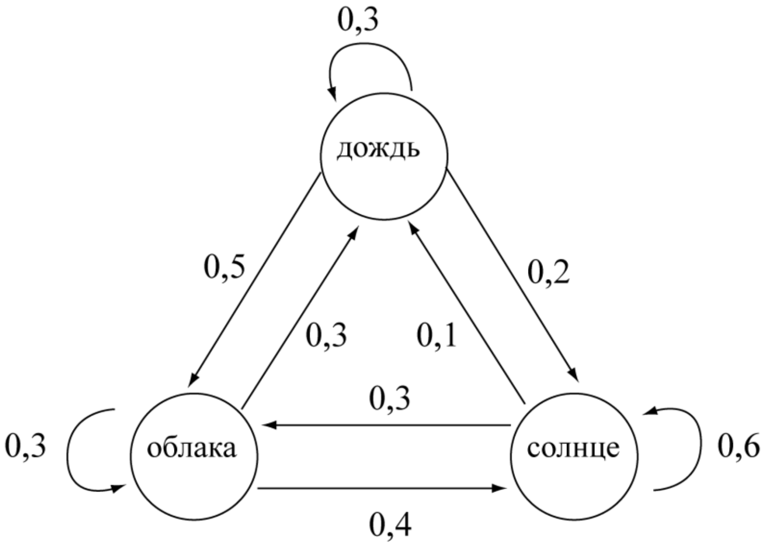
Задача 64.

В бейсболе обычно используется один из трех видов подачи мяча: быстрый мяч (БМ), крученый мяч (КМ) или обманный мяч (ОМ). В следующей таблице представлены вероятности того, какая из подач будет использована в зависимости от вида предыдущей подачи. Найдите вероятность того, что третья подача будет крученой, если в первой подаче был использован быстрый мяч.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} \text{БМ} & \text{КМ} & \text{ОМ} \end{array} \\ \begin{array}{c} \text{БМ} \\ \text{КМ} \\ \text{ОМ} \end{array} & \begin{pmatrix} 0,6 & 0,3 & 0,1 \\ 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,7 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Задача 65.

Пусть возможны три варианта погодных условий: солнечно, облачно и дождь. Схема показывает вероятности различной погоды завтра, основываясь на сегодняшней погоде. Найдите прогноз на послезавтра.



Задача 66.
Используя данные предыдущей задачи, рассчитайте прогноз погоды на четверг, если считать, что сегодня понедельник.
Вычислите прогноз погоды на неделю вперед. Какие тенденции можно наблюдать?

Задача 67.
Двое играют в «Камень, ножницы, бумага», делая свой выбор случайным образом. Постройте дерево решений этой игры и найдите вероятность победы, проигрыша и выигрыша первого игрока.

Задача 68.
Двое играют в «Камень, ножницы, бумага», причем второй игрок думает, что первый в 50 % случаев показывает «камень», в 30% – «ножницы», в 20% – «бумагу». С какой вероятностью второй игрок должен выбирать «камень», чтобы ожидать выиграть, если «бумагу» и «ножницы» он будет выбирать в равных друг другу долях.

Задание 69. Пусть дан график некоторой функции $y=f(x)$. Записать цепочку преобразований, с помощью которой можно из этого графика получить график следующей функции:

1) $y=f(x-3)+2$;
2) $y=-2f(x+1)+5$;
3) $y=f(2x-4)$;
4) $y=-f(3-x)+1$;
5) $y=-1{,}5f\left(\frac{x}{3}\right)-4$;
6) $y=\frac{2}{3}f\left(-\frac{1}{2}-\frac{x}{4}\right)-1$;
7) $y=-3\left|f(3-2x)-3\right|+1$;
8) $y=4\left|f(4x+6)-2\right|-3$;
9) $y=2(f(x-1)-3)+2$.

Задание 70. Для каждой функции выполнить следующие действия:
записать функцию в виде, удобном для преобразования;
составить цепочку преобразований графика функции $y=\sqrt{x}$;
построить график функции, оставляя следы.

1) $y=\sqrt{2x-6}$;

2) $y=-\sqrt{1-x}+2$;

3) $y=-2\sqrt{2-\frac{x}{2}}+1$;

4) $y=-1{,}5\cdot\sqrt{2-2x}+1$;

5) $y=-\left|\sqrt{3-x}-1\right|+2$;

6) $y=-2\cdot\left|-\frac{2}{3}\sqrt{4-2x}+2\right|+3$;

7) $y=\left|2\cdot\sqrt{\frac{-x}{2}}-1-2\right|-1$;

8) $y=\left|3\sqrt{|x|}-1\right|-4$;

9) $y=\left|\sqrt{|x|-2}-2\right|-1$;

10) $y=\left|-\sqrt{3-|x|}+1\right|+5$;

11) $y=\left|\sqrt{2|x|+2}-2\right|-4$.

Задание 71. Для каждой функции:
- записать функцию в виде, удобном для преобразований;
- составить цепочку преобразований графика функции;
- построить график функции.

1) $y=\frac{|1-x|-|x+3|}{x+1}$;

2) $y=\frac{|x-4|+|x+2|}{x-1}$;

3) $y=\frac{x^4+2x^3-8x-16}{(x^2+2x+4)\cdot|x+2|}$;

4) $y=\frac{x^2-x+1}{x^4-x^3+x-1}\cdot|x+1|$;

5) $|y|=\frac{6}{|x|+2}-1$;

6) $y=\frac{x}{|x-2|}\cdot\left(3-\frac{6x-6}{x}\right)$;

7 $|y|=1{,}5^{|x|-3}-1$;

8) $|y|=\frac{3}{|x|-3}+2$;

9) $y=2-3|\cos 2|x||$

10) $y=\log_{0,5}(|x|-2)$;

11) $y=\left|\frac{1}{3^{|x|+1}}\right|$; сколько корней имеет уравнение $y=a+1$?

Задание 72. Построить график функции.

1) $y=\frac{|1-x|-|x+3|}{x+1}$;

2) $y=\frac{|x-4|+|x+2|}{x-1}$;

3) $y=\frac{x^4+2x^3-8x-16}{(x^2+2x+4)\cdot|x+2|}$;

4) $y=\frac{x^2-x+1}{x^4-x^3+x-1}\cdot|x+1|$;

5) $|y|=\frac{6}{|x|+2}-1$;

7) $|y|=1{,}5^{|x|-3}-1$;

8) $y=\log_{0,5}(|x|-2)$;

9) $y = 2 - 3|\cos 2|x||$

10) $y = \left|\dfrac{1}{3^{|x|+1}}\right|$; сколько корней имеет уравнение $y = a + 1$?

Задача 73:
Несколько купцов внесли в общее дело 100 раз столько рублей, сколько было купцов. Они отправили в Венецию доверенного, получавшего с каждой сотни рублей число рублей, вдвое большее числа купцов. Спрашивается: сколько было купцов, если доверенный получил 2662 рубля?
(Леонард Эйлер)

Задача 74:
Каким наименьшим числом гирь и какого веса можно отвесить на весах любое целое число фунтов от 1 до 40 при условии, что при взвешивании гири можно класть на обе чаши весов?
(Баше де Мезирак)

Задача 75:
Решить уравнение:
$13x^2 = x4 + 2x^3 + 2x + 1$
(Джироламо Кардано)

Задача 76:
Стая обезьян забавлялась: квадрат одной восьмой части их резвился в лесу, остальные двенадцать кричали на вершине холмика. Скажи мне: сколько было всего обезьян?
(Бхаскара)

Задача 77:
Дан треугольник со сторонами 9, 12, 15. Найти диаметр круга, вписанного в этот треугольник.
(Эпафродит)

Задача 78:
Семь старух отправляются в Рим. У каждой по семи мулов, каждый мул несёт по семи мешков, в каждом мешке по семи хлебов, в каждом хлебе по семи ножей, каждый нож в семи ножнах. Сколько всех предметов?
(Леонардо Фибоначчи)

Задача 79:
Эпитафия Диофанту: «Диофант провел шестую часть жизни в детстве, двенадцатую в юности; после седьмой части, проведенной в бездетном супружестве, и ещё 5 лет у него родился сын, проживший в два раза меньше отца. После смерти сына Диофант прожил только 4 года. Скольких лет Диофант умер?»
(Метродор)

Задача 80:
Найти три числа так, чтобы произведение любой пары их, увеличенное их суммой, равнялось бы соответственно 8, 15, 24.
(Диофант Александрийский)

Задача 81:
«Квадрат хорды, перпендикулярной к диаметру, деленный на учетверённый любой отрезок диаметра и сложенный с тем же отрезком, равняется ?» Чему?
(Брамагупта)

Задача 82:
Имеется 9 слитков золота и 11 слитков серебра. Их взвесили (золото – на левую чашу весов, серебро – на правую), и весы остались в равновесии. После того, как слиток золота переложили на правую чашу, а слиток серебра – на левую, левая чаша стала легче на 13 ланов. Каков вес одного слитка золота?
(Китай)

Задача 83:
«Разделить сто мер пшеницы между 100 лицами так, чтобы каждый мужчина получил 3, каждая женщина – 2, а каждое дитя – ½ меры. Сколько мужчин, женщин и детей?» Сколько решений имеет эта задача?
(Алкуин)

Задача 84:
«Сколько раз пробьют часы в продолжение 12 часов, если они отбивают и получасы?" (Часы – соответствующее число раз, а получасы – по разу).
(Луи Франкер)

Задача 85:
Дается радиус (4) вписанного в треугольник круга и отрезки 6 и 8, на которые точка касания делит одну сторону треугольника. Найти две другие стороны.
(Лука де Бурго (Пачиоло))

Задача 86:
«Найти число, которое при делении на 17, 13 и 10 даёт соответственно остатки 15, 11 и 3.» Найдите такое наименьшее натуральное число.
(Региомонтан (Иоганн Мюллер))

Задача 87:

«$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} = \sqrt{\ldots}+\sqrt{\ldots}+\sqrt{\ldots}$» Вставьте вместо многоточий натуральные числа.
(Бхаскара)

Задача 88:
Некто купил лошадь и спустя некоторое время продал её за 24 пистоля. При этой продаже он теряет столько процентов, сколько стоила ему лошадь. Спрашивается: за какую сумму он ее купил?
(Этьен Безу)

Задача 89:
Рота пехоты подходит к берегу реки, но оказывается, что мост сломан, брода нет. У берега два мальчика играют в челноке, но таком маленьком, что в нем может переправиться только один взрослый или двое детей. Спрашивается, как с помощью этого челнока может вся рота переправиться на другой берег?
(Баше де Мезирак)

Задача 90:

Найти число, которое от умножения на $3+\sqrt{5}$ дает единицу.
(Ал-Кархи)

Задача 91:
За длину окружности вавилоняне принимали периметр вписанного в эту окружность правильного шестиугольника. Найти приближение для π, которым пользовались вавилоняне. $\pi = 3$

Задача 92:
«Если диаметр круга единица, то длина нити, охватывающей окружность, выражается целым с дробью: $3+\frac{8}{60}+\frac{34}{60^2}+\frac{17}{60^3}+\frac{8}{60^4}$". Определить до какого десятичного знака точно это приближение для π.

Задача 93:
Имеются чашечные весы и четыре гири, сделанные из одинакового металла. Одна из них большая, другая поменьше, третья ещё меньше, а четвёртая – самая маленькая. Гири по очереди ставятся на чашки весов (на каждом шаге со стола берётся любая гиря и ставится на любую чашку весов). Известный хвастун Петя Сидоров не знает точного веса гирь, но заявляет, что сможет ставить гири на весы так, что сначала три раза перевесит левая чашка, а последний раз – правая. Стоит ли ему верить?

Задача 94:
В трапеции ABCD с основанием AD AB = BC, AC = CD и BC + CD = AD. Найдите углы трапеции.

Задача 95:
Сколькими способами из чисел 1, 2, … , 2n можно выбрать два или больше так, чтобы никакие два выбранных числа в сумме не давали 2n + 1?

Задача 96:
Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c, d и e выполнено неравенство

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

Задача 97:

В треугольнике ABC BC = 2AC, а D – такая точка на стороне BC, что $\angle$ DAC = $\angle$ ABC. Прямая AD пересекает биссектрису внешнего угла при вершине C в точке M. Докажите, что AM = AB.

Задача 98:
p и q – нечетные простые числа. Сумма натуральных чисел a и b равна q, а ap + bp – точный квадрат. Докажите, что p = q.

Задача 99: Шестерым братьям вместе 57 лет. Каждый из них, кроме самого старшего, моложе следующего по возрасту брата на одно и то же число. Самый старший старше самого младшего на столько лет, сколько трем младшим вместе. Сколько лет каждому?

Задача 100: Квадратный лист бумаги перегнули по прямой так, что получился невыпуклый многоугольник. Какое наибольшее количество сторон у него может быть?