

1. Решите уравнения:

а) $\sqrt{2x-7} = x-21$;

б) $|2x-5| = 3x+2$.

2. Решите неравенство

$$\sqrt{x^2-3x-10} > x-2.$$

3. Решите уравнения:

а) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+1} = 2$;

б) $x^2 + |6-x| = 4$.

4. Решите неравенство

$$(x-3)\sqrt{x^2+4} \geq x^2-9.$$

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y+\sqrt{x^2-y^2} = 12, \\ y\sqrt{x^2-y^2} = 12. \end{cases}$$

6. Решите уравнение

$$|2x-1| + |x+3| = 0.$$

7. Решите неравенство

$$|2x-5| \leq x.$$

8. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}} = 2, \\ \sqrt{y+\sqrt{x}} + \sqrt{y-\sqrt{x}} = 1. \end{cases}$$

9. Решите уравнение

$$|3x^2-x| = 8+x.$$

10. Решите неравенство

$$\frac{(8-x^3)(x^3-27)}{(8+x^3)(x^3+27)} > 0.$$

11. Решите неравенства:

а) $\frac{4x^2-3x-10}{3x^2-x-10} \geq 0$;

б) $|3x-5| > 9x+1$.

12. Решите уравнение

$$\sqrt{x+1} = a-1.$$

13. Решите уравнение

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5} = \sqrt{3-x} + 2.$$

14. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2|x-y| + y = 2, \\ |x-y| - 2y = 6. \end{cases}$$

15. Решите неравенство

$$\frac{(2x-1)^2(x^2-6x+8)}{(2x+1)^2(x^2-6x+5)} < 0.$$

16. Решите уравнения

$$\begin{aligned} \text{а) } 7^{4-x} &= 14^{x-4}; \\ \text{б) } \sqrt{x^2+x-x} &= a. \end{aligned}$$

17. Решите неравенство

$$|2x-1| - |x-4| > 4.$$

18. Решите уравнение

$$\frac{2 \cdot 6^x - 4^x - 15}{6^x - 9^x - 5} = 3.$$

19. Решите неравенства

$$\begin{aligned} \text{а) } |1+x|^2 &< |1-x|^2; \\ \text{б) } \log_{\frac{1}{5}} \frac{2x-x^2+3}{x^2-x-2} &\leq 0. \end{aligned}$$

20. Решите уравнения

$$\begin{aligned} \text{а) } \sin 2x - 2 \cos 2x &= 2; \\ \text{б) } |4x-2a| &= |x+3a|. \end{aligned}$$

21. Решите неравенство

$$\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) \leq 1.$$

22. Решите уравнения:

$$\text{а) } \sin^4 2x - \cos^4 2x = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 3 - 3^{1+\sqrt{1+x}} = 2 - 2^{1-\sqrt{1-x}}.$$

23. Решите неравенство

$$|x-1| + |x-2| \geq x+3.$$

24. Решите неравенства:

$$\text{а) } \sin x > \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } \sqrt{x-1} > \sqrt{x+3} - \sqrt{x-2}.$$

25. Решите уравнение

$$4^{2x^2-3x+3} = 24 - 12 + 6 - 3 + \dots$$

26. Решите уравнения:

$$\text{а) } \sin 4x - \cos 4x = \frac{7}{5};$$

$$\text{б) } x^{\lg x} = 1000x^2;$$

$$\text{в) } \log_x^2 \cdot \log_{2x}^2 = \log_{4x} 2.$$

27. Решите неравенство

$$\frac{x^3 - x^2 + 4x - 4}{x^4 + x^3 + 5x^2 + 5x} \geq 0.$$

28. Решите уравнения:

$$\text{а) } \sqrt[3]{9^{2x} + 1} = \frac{3}{\sqrt[5]{3}};$$

$$\text{б) } x^{\log_3^3 x} - 3 \log_3 x = 3^{8 - \log_2 \sqrt{2}^{64}};$$

$$\text{в) } 4 \sin^4 3x = \cos^4 3x.$$

29. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log_x(3x+2y) = 2, \\ \log_y(2x+3y) = 2. \end{cases}$$

30. Решите уравнения:

$$\text{а) } \log_{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{x}{2} \right) + \log_2 \sqrt{2 - \frac{x}{4}} = 0;$$

$$\text{б) } |3x-2|^{\sqrt{2x-3x^2}} = 1;$$

$$\text{в) } \cos 4x + \sin 4x = 1.$$

31. Решите неравенство

$$\left| |x^2 - 6|x|| - 4 \right| \geq 4.$$

32. Решите уравнения:

$$\text{a) } (3 + \sqrt{8})^x + (3 - \sqrt{8})^x = 6;$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} \frac{x}{4} = \operatorname{ctg} 4x;$$

$$\text{в) } \sin(\pi x) + \sin(2\pi\sqrt{x}) = 0;$$

$$\text{д) } |2x + a| = 4a - x.$$

33. Решите неравенство

$$\log_x(2 + x) > \log_{x^2}(x^2 + 2x).$$

34. Решите уравнения:

$$1. \frac{1}{x^2 + 2x + 1} + \frac{2}{x^2 + 4x + 4} - \frac{3}{x^2 + 3x + 2} = 0;$$

$$2. \log_2(3 - \sin x) = \sin x;$$

$$3. (\sin x)^{-\sin x} - 1 = \operatorname{ctg}^2 x;$$

$$4. \sqrt{\frac{1 + 2x\sqrt{1 - x^2}}{2}} + 2x^2 = 1;$$

$$5. 2\sqrt{1 - x^2} \cdot \sin^2 x = \sqrt{1 - x^2} - \cos 2x;$$

$$6. \sqrt{x - a} = x - 2;$$

$$7. \sqrt{2x - x^2 + 3} = a + 2.$$

35. Решите неравенство:

$$\log_{x^2}(x^2 - 4x + 3) > \log_{x^2} x^2.$$

36. Решите уравнение:

$$|2^x - \cos x - 5| = 2^x + 2 + \cos x.$$

37. Исследуйте на монотонность функцию:

$$y = \ln^2(1 - x^2).$$

38. Решите уравнение:

$$\frac{1}{\sqrt{3x-5}} = (3x-5) \log_{\frac{1}{25}} (2+5x-x^2)$$

39. Решите уравнение:

$$(\sin x + \cos x) \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0,5$$

40. При каких значениях параметра p уравнение $9^x + (p+1)3^x + p+1 = 0$ имеет единственное, причем положительное решение?

41. Решите неравенство:

$$\log_{x^2} (x^2 - 4x + 3) > \log_{x^2} x^2$$

42. Решите уравнение:

$$|2^x - \cos x - 5| = 2^x + 2 + \cos x$$

43. Исследуйте на монотонность функцию:

$$y = \ln^2(1-x^2)$$

44. Решите уравнение:

$$\frac{1}{\sqrt{3x-5}} = (3x-5) \log_{\frac{1}{25}} (2+5x-x^2)$$

45. Решите уравнение:

$$(\sin x + \cos x) \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0,5$$

46. При каких значениях параметра p уравнение $9^x + (p+1)3^x + p+1 = 0$ имеет единственное, причем положительное решение?

47. Решите неравенство

$$(x-3)\sqrt{x^2+4} \geq x^2-9$$

48. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+\sqrt{y}} + \sqrt{x-\sqrt{y}} = 2, \\ \sqrt{y+\sqrt{x}} + \sqrt{y-\sqrt{x}} = 1. \end{cases}$$

49. Решите уравнение

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5} = \sqrt{3-x} + 2$$

50. Решите уравнение

$$\frac{2 \cdot 6^x - 4^x - 15}{6^x - 9^x - 5} = 3.$$

51. Решите неравенства

$$|1+x|^2 < |1-x|^2;$$

$$\log_{\frac{1}{5}} \frac{2x-x^2+3}{x^2-x-2} \leq 0.$$

52. Решите неравенство

$$\log_{2x}(x^2-5x+6) \leq 1.$$

53. Решите уравнения:

$$\sin^4 2x - \cos^4 2x = \frac{1}{2};$$

$$3 - 3^{1+\sqrt{1+x}} = 2 - 2^{1-\sqrt{1-x}}.$$

54. Решите неравенство

$$|x-1| + |x-2| \geq x+3.$$

55. Решите неравенство:

$$\sqrt{x-1} > \sqrt{x+3} - \sqrt{x-2}.$$

56. Решите уравнение

$$4^{2x^2-3x+3} = 24 - 12 + 6 - 3 + \dots$$

57. Решите уравнение

$$\log_3(1+\sqrt{x}) = \log_4 x;$$

58. Решите уравнение

$$11 - 3^x = \sqrt{3^x - 5}.$$

59. Решите уравнения:

$$\sin 4x - \cos 4x = \frac{7}{5};$$

60. Решите уравнение

$$x^{\lg x} = 1000x^2;$$

61. Решите уравнение

$$\log_x^2 \cdot \log_{2x}^2 = \log_{4x} 2.$$

62. Решите неравенство

$$\frac{x^3 - x^2 + 4x - 4}{x^4 + x^3 + 5x^2 + 5x} \geq 0.$$

63. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{9^{2x} + 1} = \frac{3}{\sqrt[5]{3}};$$

64. Решите уравнение

$$x^{\log_3^3 x} - 3 \log_3 x = 3^{8 - \log_2 \sqrt{2}^{64}};$$

65. Решите уравнение

$$4\sin^4 3x = \cos^4 3x.$$

66. Решите уравнения:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{x}{2}\right) + \log_2 \sqrt{2 - \frac{x}{4}} = 0;$$

67. Решите уравнение

$$|3x - 2|^{\sqrt{2x - 3x^2}} = 1;$$

68. Решите уравнение

$$\cos 4x + \sin 4x = 1.$$

69. Решите неравенство

$$\|x^2 - 6|x| - 4\| \geq 4$$

70. Решите уравнения:

$$(3 + \sqrt{8})^x + (3 - \sqrt{8})^x = 6;$$

71. Решите уравнение

$$\operatorname{tg} \frac{x}{4} = \operatorname{ctg} 4x;$$

72. Решите уравнение

$$\sin(\pi x) + \sin(2\pi\sqrt{x}) = 0.$$

73. Решите неравенство

$$\log_x(2 + x) > \log_{x^2}(x^2 + 2x).$$

74. Решите уравнение

$$\frac{1}{x^2 + 2x + 1} + \frac{2}{x^2 + 4x + 4} - \frac{3}{x^2 + 3x + 2} = 0;$$

75. Решите уравнение

$$\log_2(3 - \sin x) = \sin x;$$

76. Решите уравнение

$$(\sin x)^{-\sin x} - 1 = \operatorname{ctg}^2 x;$$

77. Решите уравнение

$$2\sqrt{1 - x^2} \cdot \sin^2 x = \sqrt{1 - x^2} - \cos 2x;$$

78. Решите уравнение

$$\sqrt{2x - x^2} + 3 = a + 2.$$

79. Решить неравенство

$$x - 3 \geq \sqrt{9 - x^2}.$$

80. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = x^2 - 2|x - 2|.$$

81. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению:

$$y = \frac{1}{2} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) - 4.$$

82. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \sin 2\pi x.$$

83. Решить тригонометрическое уравнение

$$\cos 3x + \sin x \sin 2x = 0.$$

84. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin x + \cos y = 1, \\ 2 \sin x - 3 \cos y = \sqrt{2}. \end{cases}$$

85. Решить неравенство

$$9 \cdot 2^x \sqrt{3+x} + 9x \cdot 2^x + 3 \geq 27 \cdot 2^x + \sqrt{3+x} + x.$$

86. Решить уравнение

$$2 \lg^2 x + \lg x^2 = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} \lg x^2.$$

87. Найти все решения уравнения:

$$2^x = 3x - 1.$$

88. Изобразить все точки с координатами $(x; y)$, удовлетворяющие

$$2y^2 + y \geq x.$$

89. Решить неравенство

$$3x > 2 - |3 - x|.$$

90. Решить уравнения:

а) $x^4 - 8x + 63 = 0$;

б) $x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 24x - 32 = 0$.

91. Решить уравнение

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

92. Решить неравенство

$$\frac{(x+2)(3-x)^2}{x^2-9} \geq 0.$$

93. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a корни уравнения

$$ax^2 - (2a + 1)x + 3a - 1 = 0$$

больше 1?

б) В зависимости от значений параметра a определить количество корней уравнения

$$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

в) При каких значениях параметра a каждое решение системы

$$\begin{cases} y + 2x \geq a, \\ y - x \geq 2a \end{cases}$$

является решением неравенства $2y - x > a + 3$?

г) В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$\frac{\lg(ax)}{\lg(x+1)} = 2.$$

94. Решить неравенство

$$\sqrt{4+x} \geq 2 + \frac{x}{4}$$

95. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = x^2 + 3x, \quad -2 \leq x \leq 1$$

96. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}x\right) + 1$$

97. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \cos(1 - x)$$

1.5. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$$

98. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos y} = 2\sqrt[3]{34}, \\ \frac{1}{\cos y} \operatorname{tg} x = \sqrt[3]{34^2} - 5. \end{cases}$$

99. Решить неравенство

$$\sqrt{3 - 9\sqrt{2-x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{2-x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{2-x}} > 4$$

1.8. Решить уравнение

$$8(4^x + 4^{-x}) - 54(2^x + 2^{-x}) + 101 = 0$$

100. Найти все решения уравнения

$$x^{100} = 333 \lg x + 6,67$$

101. Изобразить все точки с координатами $(x; y)$, удовлетворяющие

$$x^2 \leq y \leq x$$

102. Решить неравенство

$$|x - 1| < 2x - 5$$

103. Решить уравнения

а) $x^3 - 4x^2 - 4x - 5 = 0$;

б) $x^4 - 22x^2 - 5x + 2 = 0$.

104. Решить уравнение

$$\frac{x^2 + ax + a^2}{x^2 - ax + a^2} = \frac{a^2}{x^2}$$

105. Решить неравенство

$$\frac{(x + 3)^4 (x + 2)^3}{(x - 5)^2 (x + 5)} \leq 0$$

106. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a один из корней уравнения

$$(a^2 - 2)x^2 + (a^2 + a - 1)x - a^3 + a = 0$$

больше числа a , а другой меньше числа a ?

б) В зависимости от значений параметра a найти наименьший корень уравнения

$$x^3 + 2ax^2 - (a + 1)^2 x - 2a(a + 1)^2 = 0.$$

в) В зависимости от значений параметров a и b решить неравенство

$$|x - a| + |x + a| < b$$

г) В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$\log_{\sqrt{x}} a \cdot \log_{x^2} \left(\frac{a^2 - 4}{2a - x} \right) = 1$$

107. Решить неравенство

$$\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 1} > 1$$

108. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = x - \sqrt{2x - 3}$$

109. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = \left| \cos \left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4} \right) \right| - 1$$

110. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \sin \frac{x}{\pi} + \cos \frac{x}{\pi}$$

111. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sin \left(2x + \frac{5}{2}\pi \right) - 3 \cos \left(x - \frac{7}{2}\pi \right) = 1 + 2 \sin x$$

112. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \cos 2x = \operatorname{tg}\left(y + \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos 2y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

113. Решить неравенство

$$\left(\sqrt{5} + 2\right)^{x-1} \geq \left(\sqrt{5} - 2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$$

114. Решить уравнение

$$\left|\frac{1}{3} \cdot 3^x - 2\right| = 9^{x-1}$$

115. Найти все решения неравенства

$$\log_2^2 x \leq 13 - 12|x - 1|$$

116. Изобразить все точки с координатами (x; y), удовлетворяющие

$$|x^2 + y| \leq y + 1$$

117. Решить неравенство

$$|5x + 1| + |2 - 3x| > 2\frac{3}{5}$$

118. Решить уравнения:

а) $2x^4 + 3x^3 + 8x^2 + 6x + 5 = 0$;

б) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 1$.

119. Решить уравнение

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = 90$$

120. Решить неравенство

$$\frac{3(-7-x)^3(x+5)}{4(2x-4)^5} \geq 0$$

121. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра а корни x_1 и x_2 уравнения

$$(3a+2)x^2 + (a-1)x + 4a+3 = 0$$

удовлетворяют условиям $x_1 < -1 < x_2 < 1$?

б) В зависимости от значений параметра а определить число корней уравнения

$$x^2 + 4x - 2|x - a| + 2 - a = 0$$

в) В зависимости от значений параметра а решить неравенство

$$|x^2 - 5x + 6| < ax$$

г) При каких значениях параметра а система

$$\begin{cases} \lg(4+y) = \lg x, \\ a-y = 0,5(x+a)^2 \end{cases}$$

имеет решения?

122. Решить неравенство

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} < x + 1.$$

123. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = x + \sqrt{2x - 3}.$$

124. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют соотношению

$$y = \left| \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}x \right) \right| + 1.$$

125. Найти наименьший период функции или доказать ее непериодичность:

$$y = \cos 2x + \cos 3x.$$

126. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt{2} \cos x + \cos 2x + \cos 4x = 0.$$

127. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 4 \operatorname{tg} 3x = 3 \operatorname{tg} 2y, \\ 2 \sin x \cos(x-y) = \sin y. \end{cases}$$

128. Решить неравенство

$$(2^x + 3 \cdot 2^{-x})^{2 \log_2 x - \log_2(x+6)} > 1.$$

129. Решить уравнение

$$|x-3|^{\frac{x^2-8x+15}{x-2}} = 1.$$

130. Найти все решения неравенства

$$(4x - x^2 - 3) \log_2(\cos^2 \pi x + 1) \geq 1.$$

131. Изобразить все точки с координатами (x; y), удовлетворяющие

$$|y| \leq |2x^2 - x|.$$

132. Решить неравенство

$$|2 - 5x| + |x + 1| \geq x + 3.$$

133. Решить уравнения

а) $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0;$

б) $24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6 = 0.$

134. Решить уравнение

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 = a(a-1)$$

135. Решить неравенство

$$\frac{-7x^2(-3-2x)^3(x-2)}{(2x+14)^3(-10+2x)^2(x-7)^5} \leq 0$$

136. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a из неравенства $1 < x \leq 2$ следует неравенство $x^3 - 2ax + a < 0$?

б) При каких значениях параметра a уравнение

$$|2x+2| = ax^2 + 4$$

имеет только два?

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\sqrt{2x+a} \geq x$$

г) При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} 2^{x+y} - 2^{2x-y} = 1 - 2^a, \\ 2^{4x} - 2^{x+3y+1} = 3 \cdot 2^{a+2y} - 2^{2y+2} \end{cases}$$

имеет единственное решение?

137. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{2-x} + 4x - 3}{x} \geq 2$$

138. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = 2\cos^2 x + \sin x$$

139. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = |y - \sin x|$$

140. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \sin x + \cos \sqrt{2}x$$

141. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt[4]{8} \cos x - 1 = (\sqrt{2} - \sqrt[4]{2}) \sqrt{\cos x}$$

142. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 4\sin y - 6\sqrt{2} \cos x = 5 + 4\cos^2 y, \\ \cos 2x = 0. \end{cases}$$

143. Решить неравенство

$$\log_{x^2-6x+3}(x-4) > 0$$

144. Решить уравнение

$$\sqrt[3]{\log_3 x - \log_3(3x)} = 1$$

145. Найти все решения уравнения

$$(x - y)^2 + (y - 2\sqrt{x + 2})^2 = \frac{1}{2}$$

146. Изобразить все точки с координатами (x; y), удовлетворяющие

$$|y - x| + |y - x^2| = 2$$

147. Решить неравенство

$$|2x + 5| + |3x - 7| > |4x + 1|$$

148. Решить уравнения:

а) $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 2 = 0$;

б) $(x - 2)^4 + (x - 3)^4 = 1$.

149. Решить уравнение

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 6\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

150. Решить неравенство

$$\frac{x - 1}{x} - \frac{x + 1}{x - 1} < 2$$

151. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a только один корень уравнения

$$x^2 - 4x + a = 0,$$

имеющего различные корни, принадлежит интервалу (1; 4)?

б) При каких значениях параметра a уравнение

$$x(x^2 - 1)(x^2 - 10) = a$$

имеет три целочисленных корня? Найти эти корни.

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$x + 2a - \sqrt{3ax + 4a^2} > 0$$

г) При каких значениях параметра a каждое решение неравенства

$$0,4^{x^2+1} \geq 6,25^{a-3x}$$

является решением неравенства $x^2 - 6x + 4 < a^2$?

152. Решить неравенство

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4x^2}}{x} > \frac{3}{2}$$

153. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = \sin^2 x - 3 \cos x$$

154. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = |\cos x| \operatorname{tg} x$$

155. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \sin|x|$$

156. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt{1 + \sin x} + \cos x = 0$$

157. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sin(x - y) = 2 \cos x \sin y, \\ \cos(2x + y) + \cos(x + y) \cos x = 0. \end{cases}$$

158. Решить неравенство

$$\log_{(x+2)}(x(x+1)(x+3)(x+4)) > 2$$

159. Решить уравнение

$$\log_{5-x}(2x^2 - 5x + 31) = 2$$

160. Найти все решения уравнения

$$\log_{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}(x^2 - 2x - 2) = \log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}(x^2 - 2x - 3)$$

161. Изобразить все точки с координатами (x; y), удовлетворяющие

$$|y - 2x| = x^2$$

162. Решить неравенство

$$|x^2 - 3| + x^2 + x < 7$$

163. Решить уравнения:

а) $6x^2 + 13x^5 + 3x^4 + x^3 - 7x^2 - 12x - 4 = 0$;

б) $x^4 - 3x^2 + 6x + 13 = 0$.

164. Решить уравнение

$$x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40$$

165. Решить неравенство

$$\frac{1}{1+2x} - \frac{2}{2+3x} + \frac{3}{3+4x} < \frac{4}{5x+4}$$

166. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра а из промежутка $[1/2; 1]$ площадь треугольника, ограниченного касательной к графику функции $y = \sqrt[3]{x^2}$ с абсциссой а в точке касания, осью абсцисс и прямой $x=2$, будет наименьшей? Найти эту площадь.

б) При каких значениях параметра a уравнение

$$|x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 6x + 5| = a$$

имеет больше трех корней?

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\sqrt{1-x^2} \geq 2x + a.$$

г) Какие значения x интервала $(1/2; 5/2)$ являются решениями неравенства

$$\log_{3-x^2}(3a-ax) < 1$$

при любом значении параметра a из интервала $(0; 2)$?

167. Решить неравенство

$$(\sqrt{3+x} + x - 3)(\sqrt{5+4x} + x - 4) \leq 0.$$

168. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = 3x^2 + |x^2 - 2x - 1|, \quad |x| \leq 3.$$

169. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = \frac{1}{2} \left(\frac{|\sin x|}{\cos x} + \frac{\sin x}{|\cos x|} \right).$$

170. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \sin x^2.$$

171. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt{5 \sin x + \cos 2x} + 2 \cos x = 0.$$

172. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} - \cos 2y = \left(\sin y - \frac{1}{2} \right) (1 + \sin 2x), \\ \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 6 \operatorname{tg}^2 y. \end{cases}$$

173. Решить неравенство

$$\log_{x-3}(x^2 - 4x) \leq 4.$$

174. Решить уравнение

$$x^{\frac{\lg x + 7}{4}} = 10^{\lg x + 1}.$$

175. Найти все решения уравнения

$$\sqrt[3]{x+1} = 2(2x-1)^3.$$

176. Изобразить все точки с координатами $(x; y)$, удовлетворяющие

$$\sqrt{y} \leq \sqrt{2x - x^2}.$$

177. Решить неравенство

$$|2x + 1 - |3x + 1|| \leq x + 2$$

178. Решить уравнения:

а) $2x^3 - 4x^2 - x = 15$;

б) $(x - 1)^3 + (2x + 3)^3 = 27x^3 + 8$.

179. Решить уравнение

$$x(x + 4) + \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} + 4 \right) = 0$$

180. Решить неравенство

$$(x^2 - 2x)(2x - 2) - \frac{9(2x - 2)}{x^2 - 2x} \leq 0$$

181. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a существует такое положительное b , что уравнение

$$x^2 + a = 2b \ln x$$

имеет единственное решение?

б) При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(a + 1), \\ (x + y)^2 = 14. \end{cases}$$

имеет только два решения?

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\sqrt{a^2 - x^2} > 4 - 2x$$

г) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\log_{1/2}(x^2 - 2x + a) > -3$$

182. Решить неравенство

$$\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3x - 4} > x + \frac{1}{2}$$

183. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение:

$$y = |2x^2 - x - 1| + |x^2 + x - 3|, \quad -5 \leq x \leq 2$$

184. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = |\sin|x||$$

185. Найти наименьший период функции или доказать ее непериодичность:

$$y = \cos \sqrt[3]{x}$$

186. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt{\frac{1 - 4 \cos^2 3x}{8 \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)}} = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$$

187. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5 \sin x \sin y + \frac{5}{2} \cos x \cos y = 2, \\ \cos x \cos y - 2 \sin x \cos y = \frac{6}{5}. \end{cases}$$

188. Решить неравенство

$$\log_{x^2 - 8x + 16}(x^2 - 16) + \log_{x^2 + 8x + 16}(x^2 - 16) < \frac{9}{4}$$

189. Решить уравнение

$$\log_{\sin 3x}(\cos x - \cos 2x) = 1$$

190. Найти все решения уравнения:

$$\ln(1 + \ln x) = x - 1$$

191. Изобразить все точки с координатами (x; y), удовлетворяющие

$$|2x^2 - y| - |x - y| = 2x^2 + y - 2$$

192. Решить неравенство

$$|\sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}| \leq 1$$

193. Решить уравнения:

$$\begin{aligned} \text{а) } (x-3)4 + (x-2)4 - (2x-5)4 &= 0; \\ \text{б) } (x+1)4 &= 2(1+x4). \end{aligned}$$

194. Решить уравнение

$$\left(\frac{x+6}{x-6}\right)\left(\frac{x+4}{x-4}\right)^2 + \left(\frac{x-6}{x+6}\right)\left(\frac{x+9}{x-9}\right)^2 = 2 \frac{x^2+36}{x^2-36}$$

195. Решить неравенство

$$\frac{(x+1)^4}{x(x^2+1)} < \frac{128}{15}$$

196. Решить задачи:

а) Среди точек плоскости xOy , координаты которых удовлетворяют системе

$$\begin{cases} y - 2x \geq 0; \\ -x^2 + 2ax - a^2 + a + 1 - y \geq 0, \end{cases}$$

где a – параметр, найти точки с наибольшей ординатой y ?

б) В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$\sqrt{4x+a} = 2x-1$$

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\sqrt{2ax-x^2} \geq a-x$$

г) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\log_x(x-a) > 2$$

197. Решить неравенство

$$\frac{(x^2-1)(\sqrt{3+x^2}+2x)}{|x-2|-4x+3} \geq 0$$

198. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение

$$y = x(|x+1| + |x-1|) + 3x^2$$

199. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$\sin x + \cos y = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|}$$

200. Найти наименьший период функции или доказать ее неперiodичность:

$$y = \arcsin(1 + |\sin x|)$$

201. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sqrt{\cos 2x} + \sqrt{1 + \sin 2x} = 2\sqrt{\sin x + \cos x}$$

202. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} a \cos(2x+y) = \cos y; \\ a \cos(x+2y) = \cos x, a > 1. \end{cases}$$

203. Решить неравенство

$$\frac{(2x+1|-x-2)\left(\log_{\frac{1}{3}}(4+x)+1\right)}{2^{x^2+1}-2^{|x|}} \geq 0$$

204. Решить уравнение

$$\log_{\sin(2+x)}(47-15x-16\sqrt{7-3x}) = \log_3 \operatorname{tg}^2 \frac{13\pi}{4}$$

205. Найти все решения неравенства:

$$\cos x - y^2 - \sqrt{y-x^2-1} \geq 0$$

206. Изобразить все точки с координатами $(x; y)$, удовлетворяющие

$$\max(x; y^2) = \min(y; x^2)$$

207. Решить неравенство

$$\frac{(x^2 - 1)(\sqrt{3 + x^2} + 2x)}{|x - 2| - 4x + 3} \geq 0$$

208. Решить уравнения

а) $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 = 0$;

б) $x^4 - 2x^3 + x - 132 = 0$.

209. Решить уравнение

$$\frac{16}{x^3 + 3x^2 - x + 5} - \frac{5}{x^3 + 3x^2 - x + 2} = 1$$

210. Решить неравенство

$$\left(\frac{x+6}{x-6}\right)\left(\frac{x-4}{x+4}\right)^2 + \left(\frac{x-6}{x+6}\right)\left(\frac{x+9}{x-9}\right)^2 > 2 \frac{x^2 + 36}{x^2 - 36}$$

211. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a вершины парабол

$$y = 4x^2 + 8ax - a \quad \text{и} \quad y = 4ax^2 - 8x + a - 2$$

лежат по одну сторону от прямой $y = -5$?

б) В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$\sqrt{2x+a} - \sqrt{x-1} = 2$$

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$x + \sqrt{x^2 - 2ax} > 1$ и найти те значения a , при которых оно справедливо для любого x из промежутка $[1/4; 1]$.

г) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\log_{\sqrt{3a}}(a + 2x - x^2) < 2$$

212. Решить неравенство

$$\frac{(\sqrt{1+2x^2} - 1 - x^2)(2x+3) - (3x+2)}{(x^2 - 5x + 4)(\sqrt{5+x+1-x})(x^{99} - 1)} \leq 0$$

213. Не проводя исследование функции, найти ее наименьшее значение

$$y = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$$

214. Изобразить на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяет соотношению

$$y = \arcsin(\arcsin x) + \arccos\left(\frac{2 \arccos x}{\pi - 2}\right)$$

215. Найти наименьший период функции или доказать ее непериодичность:

$$y = \sin(\sin x)$$

216. Решить тригонометрическое уравнение

$$\sin x + \sqrt{2 - \sin^2 x} + \sin x \sqrt{2 - \sin^2 x} = 3$$

217. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \cos x \cos 2y - \sin y \cos 2x + 2 \cos x = 1; \\ \cos 2x + 3 \cos 2y + 8 \sin y = 8 + 4 \sin x \sin y. \end{cases}$$

218. Решить неравенство

$$x^2 \log_{\frac{1}{2}}(2x-3) - 2 \log_{\frac{1}{2}}(x+3) > x^2 \log_{\frac{1}{2}}(x+3) - 2 \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)$$

219. Решить уравнение

$$(\log_{\lg x}(\cos x) + 2) \log_{\lg x} \cos x = 2 - \log_{\operatorname{ctg} x} \cos x$$

220. Найти все решения уравнения

$$\cos x + \cos y - \cos(x+y) = \frac{3}{2}$$

221. Изобразить все точки с координатами $(x; y)$, удовлетворяющие

$$\min_{-1 \leq a \leq 1} (a^2 - 2ax)$$

222. Решить неравенство

$$|x^3 - x - 1| - 5 \geq x^3 + x + 8$$

223. Решить уравнения:

$$\begin{aligned} \text{а) } & 2(x^2 + 6x + 1)^2 + 5(x^2 + 6x + 1)(x^2 + 1) + 2(x^2 + 1)^2 = 0; \\ \text{б) } & (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 1. \end{aligned}$$

224. Решить уравнение

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x+4} - \frac{2x+6}{x+2} = \frac{x^2 + x + 1}{x+1} - \frac{2x+9}{x+3}$$

225. Решить неравенство

$$\frac{3\sqrt{5}(x-4)^3}{(x+1)^5(-x-4)x^4} \leq 0$$

226. Решить задачи:

а) При каких значениях параметра a между двумя различными корнями одного из данных уравнений

$$x^2 + \frac{8x}{a} - 2a = 0 \quad \text{и} \quad x^2 + \frac{6x}{a} - a = 0$$

лежит ровно один из двух различных корней другого уравнения?

б) В зависимости от значений параметра a решить уравнение

$$\sqrt{a^2 - x^2} = 1 - x$$

в) В зависимости от значений параметра a решить неравенство

$$\sqrt{2ax - x^2} < |x - a + 8|$$

г) При каких значениях параметра a уравнение

$$\lg(x^2 + 2ax) - \lg(8x - 6a - 3) = 0$$

имеет единственное решение?