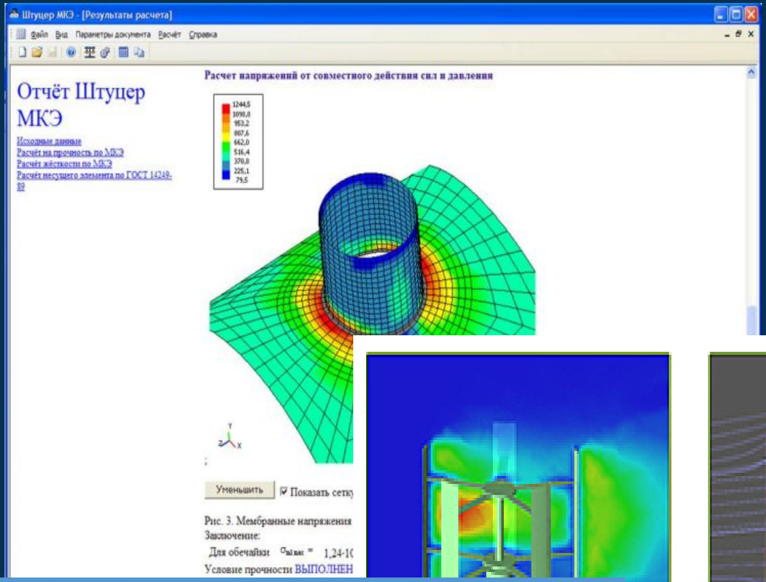
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

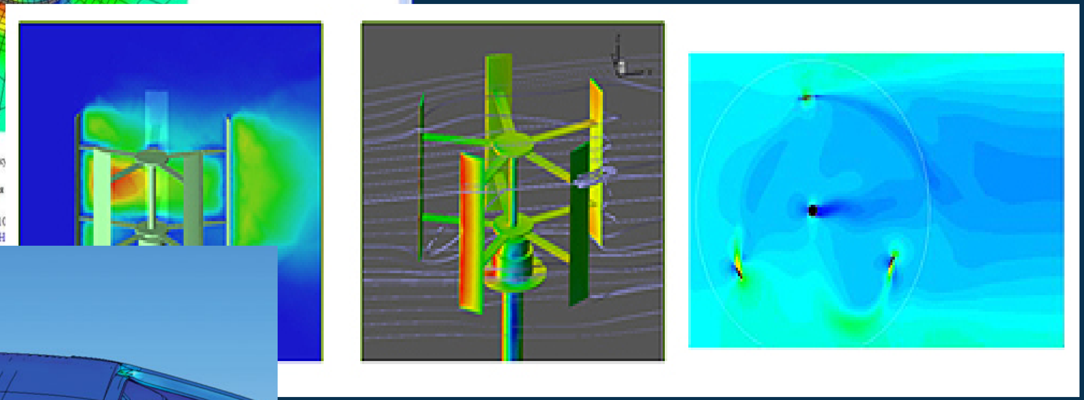
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ

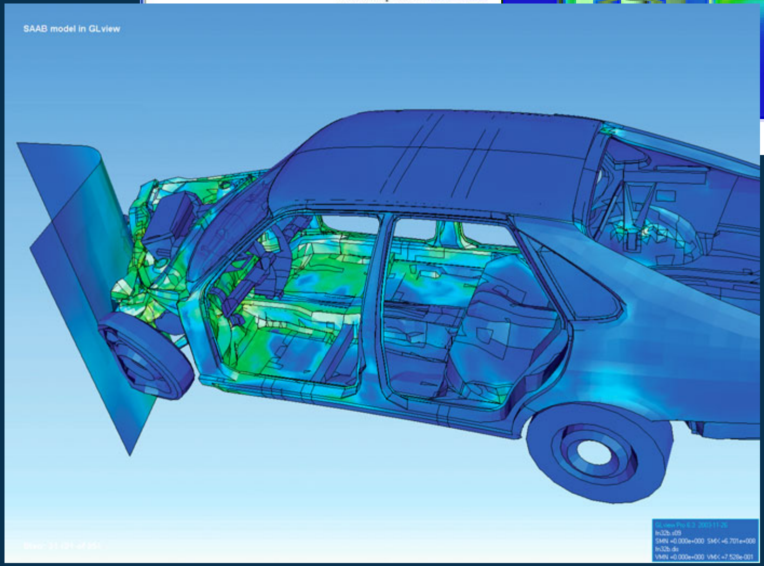
Доц. каф ММСП ПНИПУ,
к.ф.-м.н. Няшина Наталья Дмитриевна

- *Численные методы* – это методы приближенного решения задач прикладной математики, основанные на реализации алгоритмов, соответствующих математическим моделям.

- Численные методы дают частные решения, которые определяются в дискретных областях изменения параметров.


Штуцер МКЭ - [Результаты расчета]
Файл Вид Параметры документа Расчёт Справка
Отчёт Штуцер МКЭ
Исходные данные
Расчёт на прочность по МКЭ
Расчёт жёсткости по МКЭ
Расчёт несущего элемента по ГОСТ 14249-89
Расчет напряжений от совместного действия сил и давления
1244,5
1090,0
953,2
807,6
662,0
516,4
370,8
225,1
79,5
Уменьшить
Рис. 3. Мембранные напряжения
Заключение:
Для обечайки
Условие прочности




SAAB model in GLview

ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕКОЙ МОДЕЛИ

ИСТОЧНИКИ ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

- Погрешность математической модели.
- Неточность исходных данных.
- Погрешность численного метода.
- Погрешности компьютерных вычислений.

ПОГРЕШНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

x – точное значение величины (обычно неизвестно)

$\tilde{x}$ – приближенное значение величины (вычисляется)

$\delta = |\tilde{x} - x|$ - абсолютная погрешность

$|\delta| \le \Delta$ - «верхняя оценка» абсолютной погрешности

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\tilde{x}} = \frac{\tilde{x} - x}{\tilde{x}} = 1 - \frac{x}{\tilde{x}}$$ относительная погрешность

ПОГРЕШНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Погрешность округления чисел

$$x = \underbrace{9876543}_{S=7}21$$

приближенное – округленное число $\tilde{x} = 987654300$

абсолютная погрешность округления $\delta = \tilde{x} - x = 21 < 100 = \Delta$

(не превышает единицы в соответствующем разряде)

ПОГРЕШНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Вещественное число в компьютере представляется в нормализованном виде

$$x = a \cdot p^{b}, \quad 0{,}1 \le a < 1{,}0$$

Ошибки округления возникают при хранении мантиссы

$$\tilde{x} = 0, XXXXXXX \cdot 10^{b} \quad X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Тогда $|\delta| = |\tilde{x} - x| \le \Delta = 1 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{b} = 10^{b-S}, \quad S = 7$

$$|\varepsilon| = \frac{|\tilde{x} - x|}{|\tilde{x}|} \le \frac{10^{b-S}}{0, XXXXXXX \cdot 10^{b}} \le \frac{10^{b-S}}{0{,}1 \cdot 10^{b}} = 10^{1-S}$$

Например $S = 7, \quad |\varepsilon| \le 10^{-6}$

$S = 15, \quad |\varepsilon| \le 10^{-14}$

ПОГРЕШНОСТИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Погрешность результатов вычисления арифметических операций

Абсолютная погрешность сложения

$$\delta = (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) - (x_1 + x_2) = (\tilde{x}_1 + \tilde{x}_2) - (\tilde{x}_1 - \delta_1 + \tilde{x}_2 - \delta_2) = \delta_1 + \delta_2, \quad |\delta| \le \Delta_1 + \Delta_2$$

Абсолютная погрешность вычитания

$$\delta = (\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) - (x_1 - x_2) = (\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2) - (\tilde{x}_1 - \delta_1 - \tilde{x}_2 - \delta_2) = \delta_1 - \delta_2, \quad |\delta| \le \Delta_1 + \Delta_2$$

Относительная погрешность умножения

$$\varepsilon = \frac{(\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2) - (x_1 \cdot x_2)}{\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2} = \frac{(\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2) - (\tilde{x}_1 - \delta_1) \cdot (\tilde{x}_2 - \delta_2)}{\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2} = \frac{\delta_1 \cdot \tilde{x}_2 + \delta_2 \cdot \tilde{x}_1 - \delta_1 \cdot \delta_2}{\tilde{x}_1 \cdot \tilde{x}_2} =$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

СВОЙСТВА ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

- Устойчивость:

  при небольших изменениях входных данных результаты решения изменяются незначительно (непрерывная зависимость решения от входных данных).

- Сходимость:

  при стремлении параметров метода к определенным предельным значениям результаты расчетов стремятся к точному решению.

- Высокая точность.
- Экономичность.

- Киреев В.И. Численные методы в примерах и задачах: Учеб. пособие. – М.: высш. шк., 2004. – 480 с.
- Бояршинов М.Г. Численные методы. Ч.1. - Пермь: ,изд-во Перм. гос.техн. ун-та, 1998. – 200 с.