

Краевая олимпиада

«Математика в решении мультидисциплинарных задач»

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2013 г. Заочный тур. 9 класс

Задание 1. (6 б.)

Найдите корни уравнения $(2x-3)(4x^2-12x+7)=0$, удовлетворяющие условию $\left|\frac{2x-1}{3}\right| < 1$.

$$\text{Ответ: } x \in \left\{1,5; \frac{3-\sqrt{2}}{2}\right\}$$

Задание 2. (8 б.)

Из пунктов A и B , находящихся на расстоянии 15 км, вышли навстречу друг другу два путника и встретились через 2 часа. Каковы их скорости, если пешеход, вышедший из пункта A , пришел в пункт B на 1 час 40 минут раньше, чем второй пешеход пришел в пункт A ?

Ответ: 4,5 и 3 км/ч

Задание 3. (10 б.)

Сколькими способами можно разделить семь подарков между пятью детьми, чтобы каждый ребенок получил хотя бы по одному подарку?

Ответ: 15

Задание 4. (12 б.)

При каких значениях параметра a расстояние от вершины параболы $y = -x^2 + 10x + a - 25$ до начала координат равно 13?

Ответ: $a = \pm 12$.

Задание 5. (14 б.)

Катет прямоугольного треугольника равен 4,5 см, а гипотенуза – 7,5 см. Найдите длины отрезков, на которые гипотенузу делит окружность с центром в вершине прямого угла и радиусом, равным меньшему катету треугольника.

Ответ: 5,4 и 2,1

Краевая олимпиада

«Математика в решении мультидисциплинарных задач»

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2013 г. Заочный тур. 10 класс

Задание 1. (6 б.)

Человек заболевает гриппом, если в клетки его верхних дыхательных путей внедрится не менее 10 000 вирусов гриппа. Если заранее не сделана прививка от гриппа, то каждый час после попадания инфекции число вирусов в организме человека удваивается. Лишь через 8 часов после заражения организм начинает вырабатывать антитела, прекращающие размножение вируса. Найдите минимальное количество вирусов гриппа, при попадании которых в верхние дыхательные пути человек заболевает.

Ответ: 40.

Задание 2. (8 б.)

Решите уравнение $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{1 - x} + \frac{x}{x - 1} = 2$.

Ответ: $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 2]$

Задание 3. (10 б.)

Женя ехал на велосипеде на восток со скоростью 8 км/ч и проехал перекресток в 11.00. Через некоторое время этот же перекресток в направлении на север проехал на мопеде Вася. Определите, через какое время проехал перекресток Вася, если в 15.30 расстояние между мальчиками составляло 39 км, а в 16.30 – 55 км.

Ответ: 220 мин или 3 часа 40 мин

Задание 4. (12 б.)

При каких значениях параметра a уравнение $\left| \frac{4}{x} - 2 \right| = a$ имеет ровно 2

корня?

Ответ: $a \in (0; 2) \cup (2; +\infty)$

Задание 5. (14 б.)

Две окружности пересекаются в точках A и B . Через точку A проведены диаметры AC и AD этих окружностей. Найдите расстояние между центрами окружностей, если $BC = 7$, $BD = 3$.

Ответ: 5 и 2

Краевая олимпиада

«Математика в решении мультидисциплинарных задач»

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2013 г. Заочный тур. 11 класс

Задание 1. (6 б.)

Из сосуда, доверху наполненного 88%-м раствором кислоты, отлили 2,5 л жидкости и долили 2,5 л 60%-го раствора той же кислоты. После этого в сосуде получился 80%-ый раствор кислоты. Сколько литров жидкости вмещает сосуд?

Ответ: 8,75

Задание 2. (8 б.)

Колесо вращается так, что угол поворота пропорционален квадрату времени. Первый оборот колесо делает за 8 с. Найдите угловое ускорение вращения колеса.

Ответ: $\frac{\pi}{16}$

Задание 3. (10 б.)

Решите неравенство $\sqrt{8+2x-x^2} \geq |x-1|+3$.

Ответ: $x=1$

Задание 4. (12 б.)

В треугольнике стороны равны 8, 11 и a . Найдите все значения параметра a , при которых треугольник будет остроугольным.

Ответ: $a \in (\sqrt{57}, \sqrt{185})$

Задание 5. (14 б.)

Фирме необходимо построить складское помещение в форме прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3 . Стройматериалы для возведения трех фасадных стен здания стоят 2000 руб. за м^2 , для оставшейся стены – 1000 руб. за м^2 . Покрытие крыши, форма которой является квадратом, обойдется в 7000 руб. за м^2 . Найдите размеры здания, при которых на стройматериалы будет израсходована наименьшая сумма.

Ответ: 6; 6; 12