

Краевая математическая регата

2015-2016 учебный год

1 тур (каждая задача 6 баллов) 10 минут

- 1.1. Медвежонок вместе с Лисенком весит как два Волчонок. Лисёнок весит как два Совёнок. А Совёнок вместе с Зайчонок весит столько же, сколько Волчонок. Сколько Зайчонок весит Медвежонок?

$$\text{Решение: } \begin{cases} M + L = 2B, \\ L = 2C, \\ C + Z = B \end{cases} \quad \begin{cases} M = 2B - L, \\ L = 2C, \\ Z = B - C \end{cases} \quad \begin{cases} M = 2B - 2C, \\ L = 2C, \\ Z = B - C \end{cases}$$

Рассмотрим последнее равенство, из него следует, что $Z=B-C$. Возьмем первое равенство: $M=2B-L$, $M=2B-2C$, $M=2*(B-C)$, $M=2Z$.

Ответ: Медвежонок весит два Зайчонок.

- 1.2. Автомобилист едет со скоростью 65 км/ч, а за ним едет мотоциклист – со скоростью 80 км/ч. На каком расстоянии будут друг от друга мотоциклист и автомобилист через 5 минут после того, как мотоциклист обгонит автомобилиста?

Решение: Скорость удаления после встречи составит $80-65=15$ км/ч. Пять минут – $\frac{1}{12}$ часть часа, значит $15 \cdot \frac{1}{12} = 1250$ м.

Ответ: На расстоянии 1250 метров.

- 1.3. К числу 9 применили три операции: умножили на 3, разделили на 3 и прибавили 3. Какое наибольшее число могло получиться, если порядок действий не известен?

Решение: Наибольший результат получается в выражении $(9:3+3) \cdot 3=18$.

Ответ: 18.

2 тур (каждая задача 7 баллов) 15 минут

- 2.1. В записях трех примеров использованы все цифры, кроме нуля. Некоторые цифры заменены буквами, причем одинаковые цифры – это одинаковые буквы, а разные числа – это разные буквы. Восстановите примеры.

$$AB9:3=FG, C3D:6=FG, 6EF:9=FG$$

Решение: Можно заметить, что второе число больше первого в два раза, третье число больше первого в три раза.

Число A не может быть больше 2. Двухзначное число, которое при умножении на 3 дает трехзначный результат, больше 33. Значит F должно быть больше трех. Число $G=9:3=3$. Далее рассмотрим вариант когда $A=1$ или $A=2$, и проверим, подходят ли они остальным ребусам.

Ответ: $219:3=73$, $438:6=73$, $657:9=73$.

- 2.2. После игры в футбол друзья Коля, Паша и Федя рассказали о своих впечатлениях. Коля: «Я забил на один гол больше, чем все остальные вместе взятые». Паша: «В первом тайме голов было забито вдвое меньше, чем во втором». Федя: «Из всех мячей, забитых в первом тайме, я забил половину». Мог ли каждый из них сказать правду? Ответ поясните.

Решение: Предположим, что все мальчики говорят правду. Тогда из слов Паши понятно, что во втором тайме было забито четное число голов. Из слов Феде можно сделать вывод, что в первом тайме число голов было четным. А из слов Коли понятно, что количество голов было нечетным. Значит, кто-то из мальчиков соврал.

Ответ: нет.

- 2.3. Число $55..5$ (2016 цифр) умножили на $1 \underbrace{00 \dots 0}_{2016 \text{ нулей}} 1$. Чему равна сумма цифр получившегося числа?

Решение: Представим, как будет выглядеть умножение первого числа на второе.

$$\begin{array}{r} \times 55\dots5 \\ 100\dots01 \\ \hline 55\dots5 \\ 55\dots5 \\ \hline 55\dots5 \\ 55\dots5055\dots5 \end{array}$$

Т.к. нам необходимо узнать только сумму цифр, то её можно найти таким образом: $5 \cdot 2016 \cdot 2 = 20160$

Ответ: 20160

3. тур (каждая задача 8 баллов) 20 минут

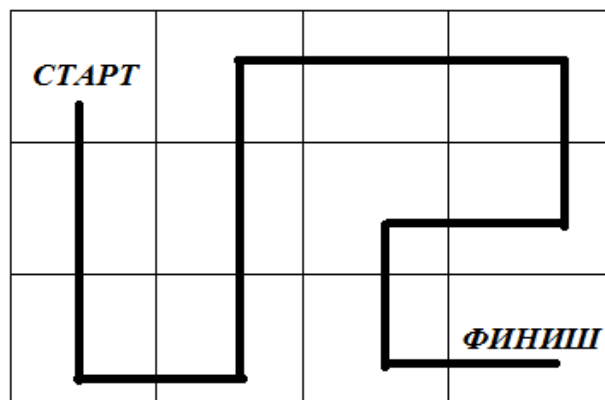
- 3.1. Неисправимый лгун Иннокентий решил, что с этого дня, по вторникам, четвергам и субботам он будет говорить только правду, но будет продолжать лгать во все остальные дни. В один из дней он сказал: «Завтра я буду

говорить только правду». В какой день недели это случилось? Ответ объясните.

Решение: Предположим, что Иннокентий сказал правду. Это означает, что два дня подряд он будет говорить только правду. Такого быть не может, значит, его высказывание ложь и на следующий день он тоже будет лгать. Он лжет два дня подряд только в воскресенье и понедельник.

Ответ: воскресенье.

3.2. Игральный кубик, у которого сумма очков на противоположных гранях равна 7, вначале стоял на клетке «старт» (см. рисунок) так, что наверху у него была единица, спереди -2, справа -3. Кубик, перекатываясь через сторону, обошел все клетки поля, побывав в каждой ровно один раз, и закончил путь в клетке «финиш». Расставьте цифры в клетках таблицы так, чтобы они показывали количество очков в верхней грани кубика в момент, когда он был в этой клетке. Путь кубика изображен на рисунке.



Решение:

СТАРТ	3	1	4
5	5	1	5
6	4	3	ФИНИШ

3.3. Запишите наибольшее десятизначное число, кратное семи, все цифры в записи которого различны.

Решение: Наибольшее десятизначное число, все цифры которого различны: 9876543210. При делении на 7 оно дает остаток 2. Значит, нам нужно найти число, которое меньше исходного на 2, 9, 16... и т.д., и что бы оно было наименьшим.

9876543201 меньше исходного на 9.

2-й вариант решения – воспользоваться признаком делимости на 7.

Ответ: 9876543201.

4. тур (каждая задача 9 баллов) 25 минут

- 4.1. На доске написано число 23. Каждую минуту Оля стирает число, и на его место записывает произведение его цифр, увеличенное на 14. Какое число будет записано на доске через полчаса?

Решение: Рассмотрим, как будут меняться числа, записанные на доске.

1 минута: $2 \cdot 3 + 14 = 20$.

2 минута: $2 \cdot 0 + 14 = 14$.

3 минута: $1 \cdot 4 + 14 = 18$.

4 минута: $1 \cdot 8 + 14 = 22$.

5 минута: $2 \cdot 2 + 14 = 18$.

6 минута: $1 \cdot 8 + 14 = 22 \dots$ и т.д.

Начиная с третьей минуты, каждые две минуты на доске записано одно и то же число. $30 - 2 = 28$. 28 минут делится на два, значит, на тридцатой минуте на доске будет записано число 22.

Ответ: 22.

- 4.2. С любым числом, записанным на доске, разрешается производить следующие операции: 1) заменять его числом, которое в два раза больше; 2) стирать его последнюю цифру. Как с помощью этих операций из числа 458 получить число 14?

Решение: Представим один из вариантов: $458 \cdot 2 = 916$, $916 \cdot 2 = 1832$, $1832 \cdot 2 = 3664$, $3664 \cdot 2 = 7328$, $7328 \cdot 2 = 14656$.

Затем три раза сотрем последние три цифры.

- 4.3. В результате измерения четырех сторон и одной диагонали четырехугольника получены числа: 10мм, 20мм, 28мм, 50мм, 75мм. Зная, что в треугольнике сумма двух сторон всегда больше третьей стороны, определите длину диагонали.

Решение: Диагональ – общая сторона для двух треугольников, поэтому её длина не может быть равна 75 мм, т.к. не будет выполняться условие.

Значит длина одной из сторон – 75 мм. Найдём остальные стороны для треугольника со стороной 75 мм. Их длина может быть 28мм и 50мм. Длина диагонали не может быть 50мм, т.к. в этом случае не будет выполняться неравенство треугольника.

Ответ: 28 мм.