Краевая математическая регата

2016-2017 учебный год

1 тур (каждая задача 6 баллов) 10 минут

1.1. Из спичек выложено равенство XIV − XVI = II. Переместите одну спичку так, чтобы равенство стало верным.

Решение: Можно переложить одну спичку от знака равенства к минусу. Получим XIV = XVI − II.

Ответ: XIV = XVI − II

1.2. Изобразите как можно больше квадратов так, чтобы каждые два имели ровно по две общие вершины.

Решение: Можно изобразить три квадрата удовлетворяющих условию.

1.3. Директор школы беседует с 4 учениками школы, подозреваемыми в хищении классного журнала из учительской. Александр сказал, что журнал похитил Борис. Борис утверждал, что виноват Григорий. Григорий заверил директора, что Борис врет. Виктор настаивал на том, что журнал взял не он. Директору школы удалось установить, что один из учащихся сказал правду. Кто похитил журнал?

Решение: Представим решение в виде таблицы, и будем по очереди предполагать, что каждый мальчик сказал правду:

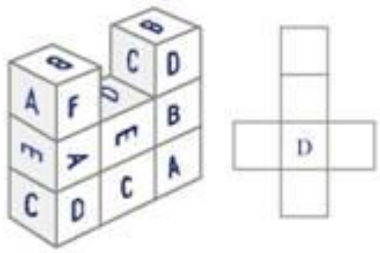
Взял Борис	+	-	+*(прот.)*	-
Взял Григорий	-	+	-	-
Взял Борис	+*(прот.)*	-	+	-
Не Виктор	-	+*(прот.)*	-	+

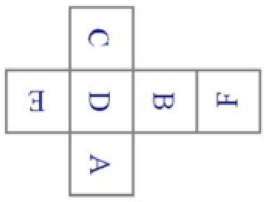
Противоречия нет, только в последнем случае, а значит, журнал взял не Виктор, не Борис, не Григорий.

Ответ: Александр

2 тур (каждая задача 7 баллов) 15 минут

2.1. Перед вами постройка, состоящая из восьми одинаковых кубиков. Определите расположение букв на развертке кубика.





Ответ:

2.2. Первое октября – день рождения Вити, двух его братьев и папы. 1 октября 2016 года папе исполнится 30 лет, а трем его сыновьям вместе – 15 лет. В каком году впервые суммарный возраст сыновей станет больше возраста отца?

*Решение: каждый год, к суммарному возрасту братьев добаляется три года, а у папы только один год. Разница между возрастом папы и детей -15 лет, а значит, через 8 лет суммарный возраст братьев станет 15+8*3=39, а папин 38.*

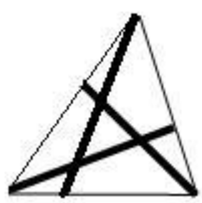
Ответ: через 8 лет

2.3. Числа x и y – целые. Известно, что *x+y=2016*, может ли сумма *5x+3y=4017*?

Решение: Так как сумма чисел равна 2016, то это числа одинаковой четности, 5x и 3y так же числа одинаковой четности. В сумме два четных или два нечетных дают четное число. 4017- нечетное, значит, такого быть не может.

Ответ: не может.

3 тур (каждая задача 8 баллов) 20 минут



3.1. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на четыре треугольника и три четырёхугольника. Сумма периметров четырёхугольников равна 25 см. Сумма периметров четырёх треугольников равна 20 см. Периметр исходного большого треугольника равен 19 см. Найдите сумму длин жирных отрезков.

Решение: Рассмотрим сумму периметров всех частей. Длины всех жирных отрезков будут посчитаны по 2 раза, а длины сторон исходного треугольника по 1 разу. То есть, чтобы получить сумму длин жирных отрезков нужно вычесть из полученной суммы периметр исходного треугольника и разделить на 2. Итого получаем $(25 + 20 - 19)/2 = 13$.

Ответ: 13 см.

3.2. По шоссе со скоростью 60 км/ч едет колонна машин длиной 200 метров. Проезжая мимо поста ДПС, каждая машина сбрасывает скорость до 30 км/ч. Какова будет длина колонны, когда все машины проедут пост?

*Решение: первоначальная скорость колонны 1000 м/мин (после сброса скорости 500 м/мин.), значит, конец колонны проедет мимо поста через 0,2 минуты, после первой машины. За это время первая машина успеет проехать: 500*0,2=100 метров.*

Ответ: 100 метров.

3.3. Найдите ***все*** натуральные числа n, $980 \le n \le 1000$, для которых истинно ***одно и только одно*** из следующих утверждений:

1) n делится на 2;
2) n делится на 3;
3) n делится на 6;
4) n делится на 2, но не делится на 3;
5) n делится на 3, но не делится на 2;
6) n не делится ни на 3, ни на 2;
7) n делится на 5.

Решение: Условиям подходят числа 983, 989, 991, 997.

4 тур (каждая задача 9 баллов) 25 минут

4.1. Четыре друга участвовали в олимпиаде. Витя решил больше всех задач — восемь, а Петя меньше всех — пять. Каждая задача олимпиады была решена ровно тремя из друзей. Сколько задач было на олимпиаде?

Решение: Так как каждая задача была решена ровно тремя из друзей, то количество полученных от них решений делится на три (т.е. если сложить количества решённых каждым задач, то получится число, делящееся на три).

Так как самое маленькое количество решённых задач — 5, а самое большое — 8, то оставшиеся два числа либо 6 и 6, либо 6 и 7, либо 7 и 7. Тогда сумма может быть равна 25, 26 или 27. На три делится только 27. Количество задач в три раза меньше числа решений, поэтому равно 9.
Ответ: 9 задач.

4.2. В выражении $\frac{1}{2} * \frac{2}{3} * \frac{3}{4} * \dots * \frac{99}{100}$ замените 98 звездочек знаками арифметических действий «+», «-», «:», «·» так, чтобы значение полученного выражения было равно 0.

Решение: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{9}{10} - \frac{10}{11} \cdot \frac{11}{12} \cdot \dots \cdot \frac{99}{100}$. *Возможны другие варианты.*

4.3. Мама купила коробку кускового сахара. Дети съели верхний слой, состоящий из 33 кусочков. Затем они съели боковой слой, состоящий из 22 кусочков, наконец, они съели передний слой. Сколько кусочков осталось в коробке?

*Решение: Поскольку 33=3*11, 22=2*11, значит верхний слой имел размеры 3*11, а боковой – 3*11, следовательно передний слой имел размеры 3*3. Найдем сколько было кусочков сахара всего: 3*3*11=99. Тогда в коробке осталось: 99-(33+22+4)=40.*
Ответ: 40 кусочков.