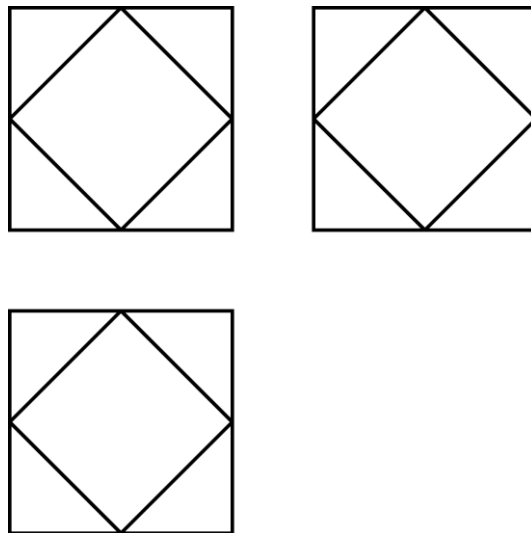


Краевая Политехническая олимпиада

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2017 г. Заочный этап. 9 класс

Задание 1. (6 б.)

На рисунке представлены три прямоугольные проекции некоторой детали: вид спереди, сбоку и сверху. Может ли существовать такая деталь? Нарисуйте или опишите эту деталь, если она существует.



Задание 2. (10 б.)

В емкости смешали a килограммов 6% раствора соли и b килограммов 20% раствора соли. Полученный раствор обладает следующим свойством. При смешивании его с одним килограммом 6% раствора получается 10% раствор, а при смешивании с одним килограммом 20% раствора получается 18% раствор. Найти массы a и b .

Задание 3. (12 б.)

Частица, покинув источник, пролетает с постоянной скоростью расстояние L , а затем начинает тормозить с постоянным ускорением a . При какой начальной скорости частицы время ее движения от вылета из источника до остановки будет наименьшим?

Задание 4. (12 б.)

Найдите множество значений функции $y = 11 - x^2 - 2\sqrt{9 - x^2}$.

Задание 5. (14 б.)

N черепах находятся в вершинах правильного N -угольника со стороной L и начинают двигаться с постоянными по модулю скоростями u , так что вектор скорости первой все время направлен на вторую, второй на третью, ..., n -ой на первую. Через какое время черепахи встретятся?

Задание 6. (16 б.)

На рынке труда взаимодействуют работодатели и наемные рабочие. При этом зарплата и число занятых изменяются со временем по законам $p(t)$ и $N(t)$, соответственно. Пусть на некотором предприятии существует равновесное состояние, когда за зарплату $p_{\text{равнов}}$ согласны работать $N_{\text{равнов}}$ человек. Если по каким-то причинам равновесие нарушено, то работодатель меняет зарплату, пропорционально отклонению численности занятых от равновесного значения. При этом число работников увеличивается или уменьшается пропорционально отклонению предлагаемой зарплаты от значения $p_{\text{равнов}}$.

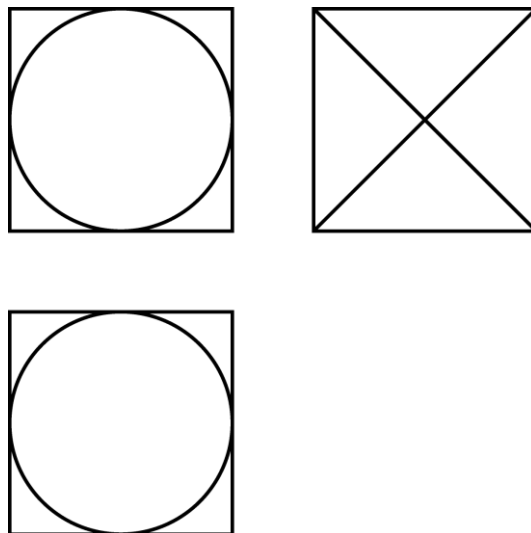
Пусть предприятию необходимо $N_{\text{равнов}} = 500$ рабочих, которым данное предприятие может обеспечить зарплату $p_{\text{равнов}} = 30000$ руб. Изменению зарплаты на 5 000 руб. от равновесного значения соответствует отклонение количества рабочих от равновесного значения на 50 человек. На начало января на предприятии работало 400 рабочих, каждый из которых получал по 30 000 руб. Считая, что изменение зарплаты, увольнение и прием на работу происходят только в конце каждого месяца, найдите количество рабочих и зарплату на предприятии на начало мая. Проанализируйте полученную динамику изменения зарплаты и количества рабочих.

Краевая Политехническая олимпиада

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2017 г. Заочный этап. 10 класс

Задание 1. (6 б.)

На рисунке представлены три прямоугольные проекции некоторой детали: вид спереди, сбоку и сверху. Может ли существовать такая деталь? Нарисуйте или опишите эту деталь, если она существует.

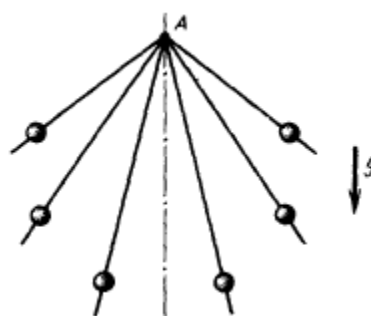


Задание 2. (8 б.)

Найдите наибольший периметр прямоугольника, две из вершин которого лежат на графике функции $y = 3x - x^2$, а две другие – на оси абсцисс.

Задание 3. (10 б.)

Из точки A по длинным спицам, наклоненных к вертикали под различными углами, одновременно начинают скользить без трения маленькие бусинки. Найдите кривую, на которой будут находиться бусинки в момент времени t .



Задание 4. (14 б.)

Из пушки стреляют через вертикальное препятствие высотой h , находящееся на расстоянии L от пушки. Снаряд вылетает с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонтали. Найдите минимальную начальную скорость, с которой нужно запустить снаряд, чтобы он перелетел через

препятствие. Определите угол выстрела α , соответствующий этой начальной скорости.

Задание 5. (14 б.)

В математическом лагере два отряда играли в волейбол за первое место. В самый ответственный момент матча судья решил, что мяч ушел в аут. Но многие не были согласны с этим решением. Оказалось, что один из болельщиков успел сделать три фотографии, пока мяч был в воздухе. Тогда ребята решили рассчитать траекторию полета мяча по имеющимся координатам трех точек, вычисленных по фотографиям: (6;3), (4;7) и (2;6). Считается, что мяч летит по параболической траектории вида $y = ax^2 + bx + c$ в системе координат, начало которой расположено на границе поля, против направления оси абсцисс. Определите траекторию движения мяча, найдите координаты точки, из которой был произведен удар по мячу и точки, в которой он коснулся земли. Выясните, был ли судья прав (считается, что если мяч коснулся границы поля, то мяч забит).

Задание 6. (18 б.)

На рынке труда взаимодействуют работодатели и наемные рабочие. При этом зарплата и число занятых изменяются со временем по законам $p(t)$ и $N(t)$, соответственно. Пусть на некотором предприятии существует равновесное состояние, когда за зарплату $p_{\text{равнов}}$ согласны работать $N_{\text{равнов}}$ человек. Если по каким-то причинам равновесие нарушено, то работодатель меняет зарплату, пропорционально отклонению численности занятых от равновесного значения. При этом число работников увеличивается или уменьшается пропорционально отклонению предлагаемой зарплаты от значения $p_{\text{равнов}}$.

Составьте уравнения, описывающие изменение зарплаты и численности рабочих со временем.

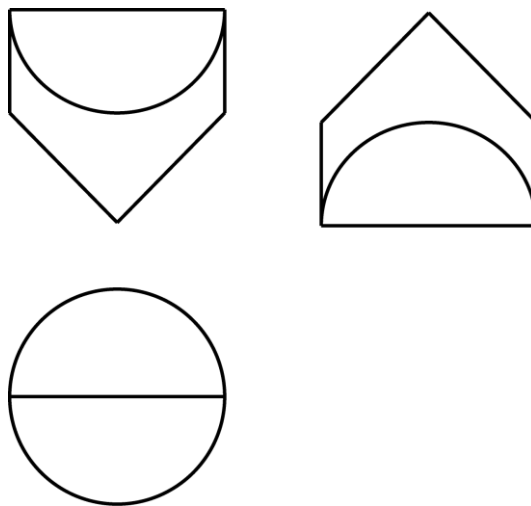
Пусть предприятию необходимо $N_{\text{равнов}} = 500$ рабочих, которым данное предприятие может обеспечить зарплату $p_{\text{равнов}} = 30000$ руб. Изменению зарплаты на 5 000 руб. от равновесного значения соответствует отклонение количества рабочих от равновесного значения на 50 человек. Пусть на начало января на предприятии работало 550 рабочих, каждый из которых получал по 25 000 руб. Считая, что изменение зарплаты, увольнение и прием на работу происходят только в конце каждого месяца, найдите количество рабочих и зарплату на предприятии на начало мая. Проанализируйте полученную динамику изменения зарплаты и количества рабочих.

Краевая Политехническая олимпиада

для учащихся г. Перми и Пермского края. 2017 г. Заочный этап. 11 класс

Задание 1. (6 б.)

На рисунке представлены три прямоугольные проекции некоторой детали: вид спереди, сбоку и сверху. Может ли существовать такая деталь? Нарисуйте или опишите эту деталь, если она существует.



Задание 2. (8 б.)

Из сосуда, до краев наполненного чистым глицерином, отлили 2 л глицерина, а к оставшемуся количеству добавили 2 л воды. После перемешивания снова отлили 2 л смеси и добавили 2 л воды, затем вновь повторили эту операцию. В результате всех операций объем воды в сосуде стал на 3 л больше объема оставшегося в нем глицерина. Найдите количество воды и глицерина, оказавшихся в сосуде после всех проделанных операций.

Задание 3. (10 б.)

Сферический резервуар радиуса R стоит на земле. С уровня земли через данный резервуар перебрасывают камень. Найти начальную скорость и угол вылета, при которых камень перелетит через резервуар, коснувшись его только в наивысшей точке.

Задание 4. (14 б.)

Найдите наибольшую площадь фигуры на плоскости xOy , ограниченной прямыми $x = -3$ и $x = 1$, осью Ox и касательной к графику функции $y = x^2 + 16$ с абсциссой x_0 точки касания, лежащей в промежутке $-3 \leq x_0 \leq 1$.

Задание 5. (14 б.)

Материальная точка, имеющая массу 1 кг, движется под действием горизонтальной силы $F = 10(1 - t)$ Н. Ее начальная скорость $v_0 = 20$ м/с и сила F совпадают по направлению. По истечению 1 секунды сила поменяет направление и начнет препятствовать движению точки. Найдите зависимость

скорости данной точки от времени. Определите, за какое время точка полностью остановится.

Задание 6. (18 б.)

На рынке труда взаимодействуют работодатели и наемные рабочие. При этом зарплата и число занятых изменяются со временем по законам $p(t)$ и $N(t)$, соответственно. Пусть на некотором предприятии существует равновесное состояние, когда за зарплату $p_{\text{равнов}}$ согласны работать $N_{\text{равнов}}$ человек. Если по каким-то причинам равновесие нарушено, то работодатель меняет зарплату, пропорционально отклонению численности занятых от равновесного значения. При этом число работников увеличивается или уменьшается пропорционально отклонению предлагаемой зарплаты от значения $p_{\text{равнов}}$.

Составьте уравнения, описывающие изменение зарплат и численности рабочих со временем.

Пусть предприятию необходимо $N_{\text{равнов}} = 500$ рабочих, которым данное предприятие может обеспечить зарплату $p_{\text{равнов}} = 30000$ руб. Изменению зарплат на 5 000 руб. от равновесного значения соответствует отклонение количества рабочих от равновесного значения на 50 человек. Пусть на начало января на предприятии работало 500 рабочих, каждый из которых получал по 20 000 руб. Считая, что изменение зарплат, увольнение и прием на работу происходят только в конце каждого месяца, найдите количество рабочих и зарплату на предприятии на начало мая. Проанализируйте полученную динамику изменения зарплат и количества рабочих.