11 класс

1. Малыш и Карлсон разделили прямоугольный торт двумя перпендикулярными разрезами на 4 части, при этом разрезы параллельны сторонами торта. Оказалось, что все части различны по величине. Карлсон взял себе одну наименьшую часть и одну наибольшую часть, а остальные две отдал Малышу. Докажите, что куски Карлсона не имеют общей стороны.

2. Существует ли многочлен $P(x)$ такой, что $P(1) = 1$, $P(2) = 2$ и $P(n)$ — иррационально для любого целого n, отличного от 1 и 2?

3. В окружности проведены две равные по длине хорды AB и CD, пересекающиеся в точке T.
Докажите, что $(AT - TC) \cdot (AT - TD) = 0$.

4. На доске написаны числа от 1 до 20. Разрешается, выбрав любые два числа, стереть их, а вместо них записать на доску их разность (из большего вычитается меньшее). При этом на доске не должны появляться равные числа. Так поступают до тех пор, пока на доске не останется одно число. Какое наименьшее число может остаться на доске?

XLIV Всероссийская математическая олимпиада школьников
I (школьный) этап

11 класс

1. Малыш и Карлсон разделили прямоугольный торт двумя перпендикулярными разрезами на 4 части, при этом разрезы параллельны сторонами торта. Оказалось, что все части различны по величине. Карлсон взял себе одну наименьшую часть и одну наибольшую часть, а остальные две отдал Малышу. Докажите, что куски Карлсона не имеют общей стороны.

2. Существует ли многочлен $P(x)$ такой, что $P(1) = 1$, $P(2) = 2$ и $P(n)$ — иррационально для любого целого n, отличного от 1 и 2?

3. В окружности проведены две равные по длине хорды AB и CD, пересекающиеся в точке T.
Докажите, что $(AT - TC) \cdot (AT - TD) = 0$.

4. На доске написаны числа от 1 до 20. Разрешается, выбрав любые два числа, стереть их, а вместо них записать на доску их разность (из большего вычитается меньшее). При этом на доске не должны появляться равные числа. Так поступают до тех пор, пока на доске не останется одно число. Какое наименьшее число может остаться на доске?