

Краевой конкурс учебно-исследовательских и проектных работ учащихся
«Прикладные вопросы математики»

Геометрия

**Как определить высоту дерева, не срубая его и не взбираясь
на верхушку**

Белоногов Стас,

Гимназия имени М.И.Пинаевой, 8 кл.

Анисимова А.А.,

учитель математики

Содержание

Введение	3
Геометрическая постановка задачи	4
Описание экспериментов	5
Заключение	12
Список использованных источников и литературы	13
Приложение (фотоотчет)	14

Введение

В современном мире мы определяем значения различных величин (длину, массу, температуру и т.п.) с помощью различных инструментов и приборов. Так, в своей профессиональной деятельности строители, архитекторы, лесоводы, военные для определения высоты объекта используют специальные сложные и дорогостоящие приборы – высотомеры. У меня возник вопрос: а можно ли определить высоту столба или дерева без высотомера ? Такое умение нужно многим людям, находящимся в лесу: туристам, охотникам, лесникам. Этому умению обучают скаутов. Яков Исидорович Перельман, автор множества популярных книг по математике, «доктор занимательных наук», в войну в Ленинграде был лектором-инструктором по подготовке военных разведчиков. Он разработал несколько тем, касавшихся, главным образом, умения ориентироваться на любой местности и в любую погоду, не пользуясь при этом никакими техническими средствами, инструментами и приборами, а полагаясь только на то, что было «под руками». Одна из тем звучала так: «Как измерить высоту дерева, здания, башни».

Цель работы – определить высоту дерева разными способами без специальных приборов.

Задачи:

- 1) рассмотреть различные способы определения высоты выбранного дерева;
- 2) провести соответствующие измерения и вычисления;
- 3) оформить результаты в виде инструкций.

Геометрическая постановка задачи

Геометрическая постановка задачи: определить длину отрезка АВ, где А – основание дерева, В – его вершина.

Длину отрезка определяют либо измерением, либо применением геометрических методов, например, связанных с подобием треугольников.

Измерить отрезок – значит, сравнить его с единичным отрезком или отрезком, имеющим известную длину. Два отрезка называются равными, если они при наложении совпадают.

Материал, связанный с подобием фигур, рассматривается в 8 классе. Я использую эти факты без строгого обоснования. У подобных фигур соответственные размеры при делении дают одно и то же число. Например, два треугольника с соответственно равными углами являются подобными, и отношения их соответственных сторон равны. [2]

$$\text{Рабочая формула: } \frac{H}{h} = \frac{L}{l}$$

где **H** – высота дерева,

h – высота известного объекта,

L и **l** – величины, связанные с деревом и объектом, их смысл будет пояснен в каждом эксперименте.

$$\text{Отсюда } H = \frac{h \cdot L}{l}$$

Описание экспериментов

Для выполнения задачи было предложено несколько способов (приведены их краткие условные названия):

- 1) статистическая оценка;
- 2) воздушный шарик;
- 3) фотография;
- 4) тень;
- 5) зеркало;
- 6) треугольник с углом 45 градусов;
- 7) карандаш.

Первый и второй способ – это измерение, т.к. используется сравнение с единичным отрезком и наложение отрезков. В остальных способах используется подобие.

Источниками наших методов явились литература и сайты Интернет научно-популярного характера [1 – 4], некоторые способы измерения мы придумали сами. Самостоятельным вкладом в работу мы считаем оформление описания методов в виде инструкций.

Статистическая оценка

Суть: предложить как можно большему числу людей оценить высоту дерева на глаз, установив рядом с деревом вертикально метровую линейку. Рассчитать \bar{H} как среднее арифметическое полученных данных.

В ходе эксперимента 10 человек из 6 класса определили высоту дерева на глаз.

Оборудование: метровая линейка.

Ход работы:

- 1) установить линейку рядом с деревом вертикально;
- 2) предложить человеку определить высоту дерева на глаз;
- 3) записать полученное значение в таблицу;

4) для получения среднего значения сумму измерений разделить на количество измерений.

Результат:

6,2	6,8	6,8	11,5	6,5	6,7	12	7,1	11	10
-----	-----	-----	------	-----	-----	----	-----	----	----

Высота **8,46 м**

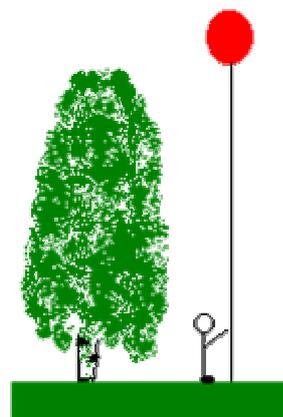
Воздушный шарик

Суть: сравнить высоту дерева с длиной подходящей нити.

Оборудование: воздушный шарик, наполненный гелием; длинная легкая веревочка (нить); рулетка или т.п. измеритель.

Ход работы:

- 1) привязать к шарикку длинную нитку и вытравливать ее постепенно до тех пор, пока шарик не поднимется до верхушки.
- 2) сделать на нитке отметку (например, узелок).
- 3) вернуть шарик, измерить длину выпущенной части нитки.



Результат: 10,5 м

Фотография

Суть: высота дерева во столько раз больше высоты линейки, во сколько раз длина изображения дерева на фотографии больше длины изображения линейки.

Оборудование: фотоаппарат, метровая линейка, товарищ или ты сам в качестве линейки.

Ход работы:

- 1) рядом с деревом поставить вертикально метровую линейку;
- 2) сфотографировать, убедившись предварительно, что фотоаппарат установлен так, что пленка находится в вертикальной плоскости;

3) определить высоту дерева H по готовой фотографии по формуле:

$$H = L/l,$$

где L и l – размеры соответственно дерева и линейки на фотографии, $h = 1$.

Результат: $H = \frac{23,2}{2,1} = 11,05 \text{ м}$

То же самое, используя в качестве линейки человека известного роста (себя, например). Тогда формула будет иметь вид:

$$H = h \cdot L/l,$$

где h и l – размеры соответственно дерева и «линейки» на фотографии,
 L – истинные размеры «линейки» (рост товарища или твой).

Тень

Суть: это самый легкий и самый древний способ, с помощью которого греческий мудрец Фалес за шесть веков до нашей эры определил в Египте высоту пирамиды. Он воспользовался ее тенью.

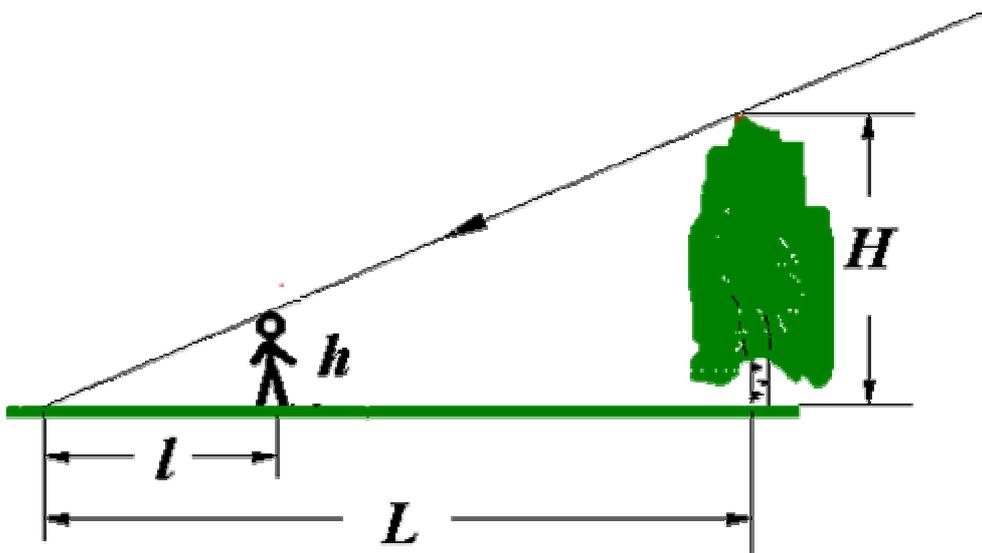
Мы поступили точно так же. Измерили свой рост, длину своей тени и длину тени дерева. Высота дерева во столько же раз больше роста человека, во сколько раз тень дерева больше тени человека.

Т.к. дерево и человек расположены перпендикулярно Земле, т.е. под углом 90 градусов, а лучи солнца падают на землю под одинаковыми углами, то образуются подобные треугольники стороны которых пропорциональны.

Рабочая формула: $H = h \cdot L / l$

Здесь L – длина тени дерева, l – длина тени человека,

h – высота человека.



Оборудование и ход работы – ясны из рисунка.

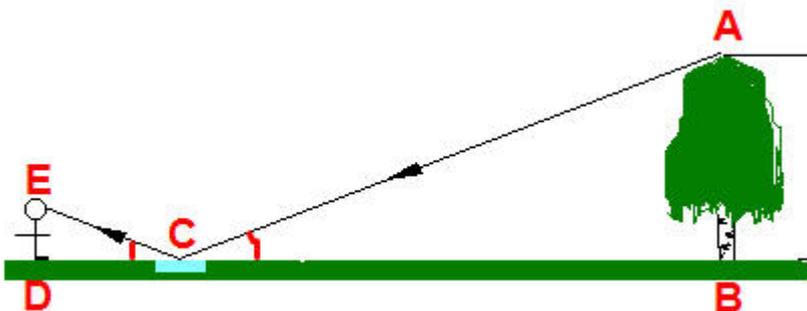
Замечания: а) вместо себя можно поставить палку и т.п.; б) указанное на рисунке взаимное расположение объектов соблюдать не обязательно.

Понятно, что измерения нужно проводить одновременно, т.к. солнце не стоит на месте, и длина тени изменяется.

Результат: $H = \frac{1,62 \cdot 17,6}{2,62} \approx 1089 \text{ м}$.

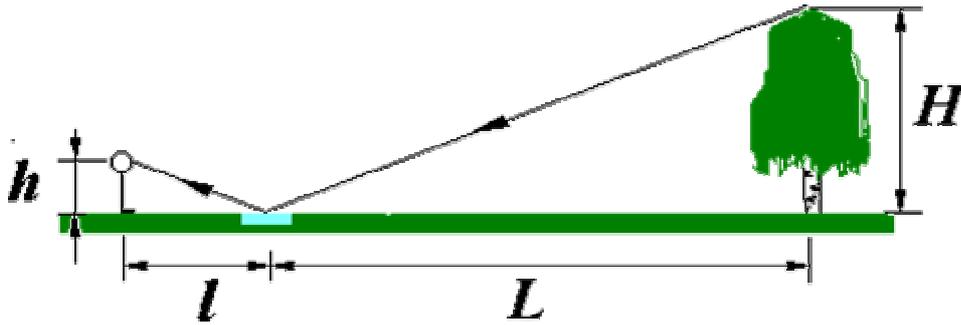
Зеркало

Суть: способ основан на законе отражения света.



Угол ACB равен углу ECD. Следовательно, треугольник ACB подобен треугольнику ECD, и их стороны пропорциональны. Следовательно, верна основная формула.

Рабочая формула: $H = h \cdot L/l$



Оборудование: плоское зеркало, рулетка.

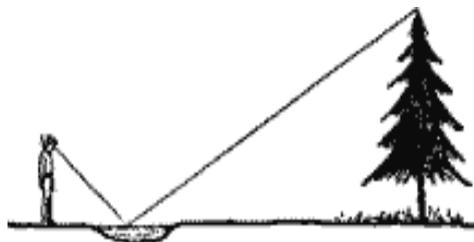
Ход работы:

- 1) положить зеркало на землю;
- 2) найти такое положение, чтобы видеть в зеркале отражение верхушки дерева;
- 3) измерить расстояния l , L и h ;
- 4) вычислить H ;
- 5) повторить измерения 5 раз при разных значениях L ;
- 6) рассчитать H как среднее арифметическое полученных значений.

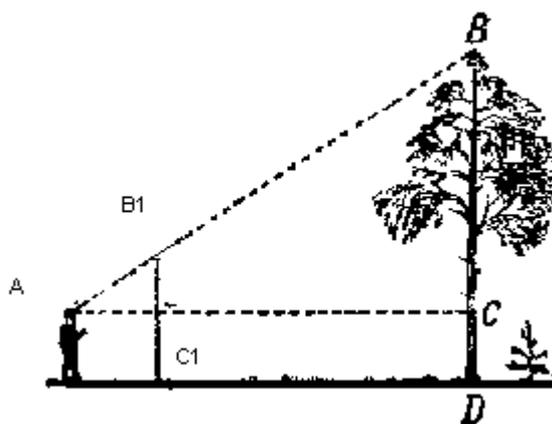
Результат: $H = \frac{1,62 \cdot 8,68}{1,3} \approx 10,82 м$

Вариантом этого способа является определение высоты предмета по луже. Этот способ, описанный на сайте «Питерский охотник» [3], можно удачно применять после дождя, когда на земле появляется много лужиц. Измерение производят таким образом: находят недалеко от измеряемого предмета лужицу и становятся около нее так, чтобы она помещалась между вами и предметом. После этого находят точку, из которой видна отраженная в воде верхушка предмета.

Измеряемый предмет, например дерево, будет во столько раз выше вас, во сколько расстояние от него до лужицы больше, чем расстояние от лужицы до вас.



Треугольник с углом 45 градусов



Суть: построение равнобедренного прямоугольного треугольника, одним из катетов которого является дерево.

Рабочая формула: $H = h + L$

Здесь h и l стороны прямоугольного треугольника с углом 45 градусов. Т.к. они равны, то $H = L$.

Оборудование: любой прямоугольный треугольник (бумажный, пластмассовый, деревянный) с углом 45 градусов, то есть равнобедренный.

Ход работы:

- 1) держа треугольник вертикально, отойти от дерева на такое расстояние, при котором, глядя вдоль гипотенузы, увидеть верхушку дерева. Высота дерева от уровня глаз до верхушки равна расстоянию от дерева до человека;
- 2) измерить расстояние от места измерения до дерева;
- 3) прибавить к полученному числу свой рост (до уровня глаз).

Результат: $L = 10,5$ м; $H = 10,5 + 1,38 = 11,88$ м

Карандаш

Формула и объяснение то же, что и предыдущем способе.

Оборудование: карандаш (или ручка, или любая палочка), помощник, рулетка.

Ход работы:

- 1) встать от дерева на такое расстояние, чтобы видеть его целиком – от основания до верхушки. Рядом со стволом установить помощника.

2) вытянуть перед собой руку с карандашом, зажатым в кулаке. Прищурить один глаз и подвести кончик грифеля к вершине дерева. Теперь переместить ноготь большого пальца так, чтобы он оказался под основанием ствола.

3) повернуть кулак на 90 градусов, чтобы карандаш оказался расположен параллельно земле. При этом твой ноготь должен все так же оставаться в точке основания ствола.

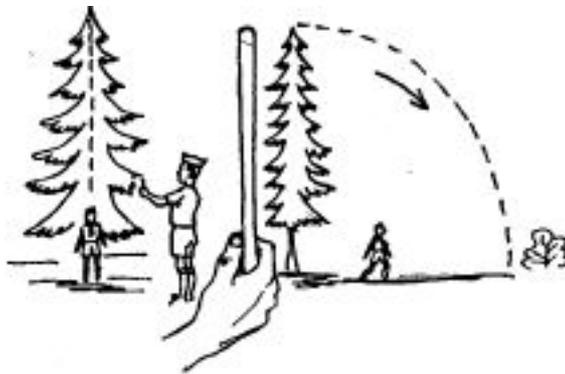
4) крикнуть своему помощнику, чтобы он отошел от дерева. Когда он достигнет точки, на которую указывает острие карандаша, подать сигнал, чтобы он остановился.

5) измерить расстояние от ствола до места, где застыл помощник. Оно будет равняться высоте дерева.

Это следует из нашего основного соотношения

Результат: $H = 11,6$ м.

Такой способ измерения дерева используют скауты.[4]



Заключение

Мы рассмотрели несколько способов определения высоты дерева с помощью подручных средств без специальных приборов и инструментов. Все эти способы основаны либо на определении понятия длины отрезка и измерения, либо на свойствах подобных фигур.

Эксперименты проводились в неблагоприятных условиях: неровная, неудобная местность, много снега, мороз, отсутствие опыта и сноровки. Результаты различных экспериментов отличались.

Название способа/эксперимента	Результат
Статистическая оценка	8,46
Воздушный шарик	10,5
Фотография	11,05
Тень	10,89
Зеркало	10,82
Треугольник с углом 45^0	11,88
Карандаш	11,6

Если не учитывать результат определения высоты «на глаз», как самый ненадежный, то разница между наибольшим и наименьшим значениями высоты составляет около 1,5 метра. Поэтому мы можем предположить, что высота дерева около **11** метров. Более точное значение может дать измерение с помощью высотомера лесника.

После изучения понятия относительной и абсолютной погрешности мы предполагаем повторить эксперименты с измерением объекта с известной высотой и оценить точность примененных методов.

Желающие попробовать определить высоту недоступного объекта могут воспользоваться нашими инструкциями.

Самым доступным способом мы считаем метод карандаша. Он требует минимум оборудования и всего одно измерение.

Список использованных источников и литературы

1. Я.И.Перельман. Занимательная геометрия. – М.: АСТ, 2005.
2. Л. С. Атанасян и др. Геометрия: учебник для 7-9 кл. общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2010.
3. <http://piterhunt.ru/pages/nk-os/5/15.htm> сайт «Питерский охотник»
4. <http://www.scouts.ru> «Центральный сайт скаутов-разведчиков России»

Приложение (фотоотчет)



