

Краевой конкурс учебно-исследовательских и проектных работ учащихся  
«Прикладные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

**Исследование упругих свойств различных материалов**

Кондрина Эллина Дмитриевна,

МОУ «Лицей №1» г. Перми, 11 кл.

Герцен Татьяна Анатольевна,

к. х. н., доцент ПНИПУ

Пермь 2011.  
**Оглавление.**

Введение.....	3
Способность подавлять силу удара.....	3
Цели и задачи.....	4
Теоретическая часть.....	5
О транспортировке.....	6
Экспериментальная часть.....	7
Практические испытания.....	12
Итог.....	13
Приложения.....	14
Список литературы.....	19
Summary.....	20

## Исследование упругих свойств.

### Введение.

В наше суматошное время, когда все спешат, бегут, сталкиваются, существует проблема транспортировки хрупких предметов. И если в промышленных масштабах это как-то решается, то что же делать обывателю, вынужденному постоянно загружаться проблемой «как бы это не сломать»? На какие ухищрения только не идут наши сограждане, чтобы перевезти посуду, какие-то приборы, другие хрупкие предметы: заворачивают в газету, обматывают скотчем, помещают в фабричную упаковку из пенопласта, которую до этого на подобный случай долго хранили на балконе или антресолях, причем тот же самый предмет почему-то не желает помещаться в свою же «родную» коробку.

Итак, что же делать? Делать нужно то, что позволит нашему обывателю, а может, и научному сотруднику, переносить, перевозить, транспортировать хрупкую ручную кладь: некую оболочку, которая будет подавлять силу удара. Так как наш обыватель наверняка имеет множество хрупких вещей, вполне вероятно, что большинство из них он когда-нибудь захочет транспортировать. И поскольку большинство этих вещей имеет различную форму, то наша оболочка должна подстраиваться под эту форму.

### Способность подавлять силу удара.

Сила удара-сила, с которой тело или опора при столкновении действует на тело, столкнувшееся с данным телом или опорой. Эту силу можно рассчитать так :  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ , где  $\Delta p$ -импульс, приобретенный телом до столкновения.  $\Delta p = mv$  и оно неизменно для данного тела в данной ситуации (т.к. скорость  $V$ -скорость при падении тела с одной и той же высоты за момент до удара с поверхностью,  $m$ -масса этого тела), следовательно, на изменение силы удара влияет время взаимодействия при столкновении  $\Delta t$ , которое, в свою очередь, зависит от упругих свойств сталкивающихся тел. Т. е., чем сильнее они могут прогибаться, тем больше время взаимодействия, тем меньше сила удара.

Из всего выше сказанного следует, что наша оболочка должна быть пластичной (достаточно для того, чтобы увеличивать  $t$  удара, но не проминаться полностью), легко изменять и восстанавливать форму.

Из соображений об изменяемости и восстанавливаемости формы возьмем три материала разных видов для нашей оболочки (это будет песок (впоследствии заменен солью (приложение 1) и опилом (приложение 2)), изменяющий форму за счет перегруппировки частиц внутри нашей оболочки, синтепон (заменен волокнами шерсти (приложение 3)), представляющий собой неплотно сгруппированные волокна и поролон-упругий пластик с множеством пор (приложение 4)) и исследуем их упругие свойства.

### **Цели и задачи.**

Цель: исследовать зависимость деформации этих материалов от приложенной к ним нагрузки.

Задачи:

- Обзор литературы
- построение модели для проведения измерений
- проведение измерений
- анализ измерений
- построение графиков и получение зависимости деформации от нагрузки
- ВЫВОДЫ

## Теоретическая часть.

Сила упругости. Закон Гука.

При деформации тела возникает сила, которая стремится восстановить прежние размеры и форму тела. Эта сила возникает вследствие электромагнитного взаимодействия между атомами и молекулами вещества. Ее называют силой упругости.

Простейшим видом деформации являются деформации растяжения и сжатия (рис. 1).

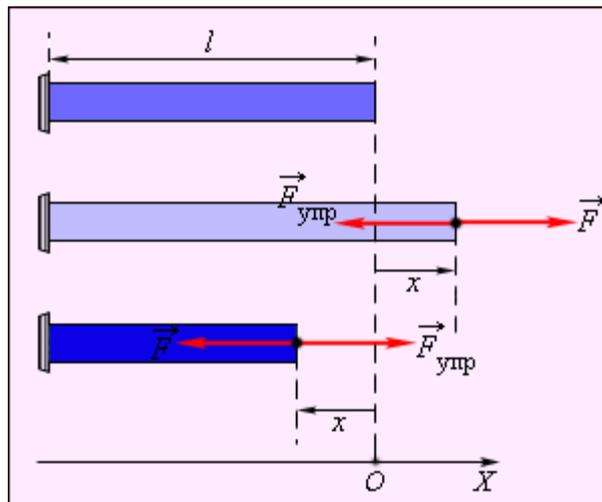


Рисунок 1.

Деформация растяжения ( $x > 0$ ) и сжатия ( $x < 0$ ). Внешняя сила  $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{упр}}$

При малых деформациях ( $|x| \ll l$ ) сила упругости пропорциональна деформации тела и направлена в сторону, противоположную направлению перемещения частиц тела при деформации:

$$F_x = F_{\text{упр}} = -kx.$$

Это соотношение выражает экспериментально установленный **закон Гука**. Коэффициент  $k$  называется жесткостью тела. В системе СИ жесткость измеряется в ньютонах на метр (Н/м). Коэффициент жесткости зависит от формы и размеров тела, а также от материала. В физике закон Гука для деформации растяжения или сжатия принято записывать в другой форме. Отношение  $\varepsilon = x / l$  называется относительной деформацией, а отношение  $\sigma = F / S = -F_{\text{упр}} / S$ , где  $S$  – площадь поперечного сечения деформированного тела, называется напряжением. Тогда закон Гука можно сформулировать так: относительная деформация  $\varepsilon$  пропорциональна напряжению  $\sigma$ :

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma.$$

Коэффициент  $E$  в этой формуле называется модулем Юнга. Модуль Юнга зависит только от свойств материала и не зависит от размеров и формы тела. Модуль Юнга различных материалов меняется в широких пределах. Для стали, например,  $E \approx 2 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>, а для резины  $E \approx 2 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>, т. е. на пять порядков меньше.

В нашем исследовании сила упругости возникает в случае с поролоном (деформация упругая, и действует закон Гука) и в случае с шерстью (относительно каждого отдельного волокна).

### **О транспортировке.**

Есть множество способов перевезти или даже переправить по почте хрупкие и бьющиеся предметы.

Знатоки переездов советуют оборачивать посуду газетной бумагой в несколько слоев, складывать посуду в фанерные коробки и заполнять зазоры мятой бумагой. Долгие сборы и большие объемы в таком случае обеспечены.

Офисную же и другую технику советуют обернуть в пузырчатую упаковочную пленку и сложить в фабричные коробки, которые до этого должны были где-то храниться на случай переезда или другого повода перевозки техники.

Специалисты пересылки хрупкой вещей по почте делают так: оборачивают предмет пузырчатой пленкой в несколько слоев, помещают его в коробку, схожую по размеру с предметом, дно большей по размеру коробки выкладывают мятыми газетами, ставят на газеты меньшую коробку с предметом в пленке, зазоры заполняют мятой бумагой так, что слой бумаги между стенками двух коробок должен быть не меньше 5 см (приложение 5). В результате объем коробки превышает объем тела в десятки раз, в зависимости от усердности и бережливости отправителя. Надо сказать, что для почтовых отправок такой способ подходит, т. к. стоимость пересылки зависит от веса посылки, а все «убранство» довольно легкое, к тому же, эту коробку нужно будет донести только до почты. Но этот способ не годится ни для переездов, ни для ежедневных мелких перевозок из-за много большего, чем сам предмет, объема упаковки. В первом случае это значительно

увеличивает стоимость транспортировки, а во втором это просто крайне неудобно.

Основные правила упаковки хрупких вещей можно сформулировать так:

1. Размер упаковки подбирайте в зависимости от размера вещей. Ни в коем случае не перегружайте их. Тяжелые или неполные коробки могут повредиться и нанести ущерб содержимому.
2. Вещи должны быть упакованы плотно. Для этого в качестве прокладок и обертки используйте мягкие вещи (белье, полотенца и т.д., а также бумагу).
3. Не экономьте на скотче, используйте качественный скотч. Оборачивайте картонные коробки по несколько раз.

По большому счету, это все известно и довольно привычно тем, кто хотя бы раз переезжал, увозил что-то на дачу или по каким-либо другим причинам перевозил что-то хрупкое. Да, все знают, что нужно сделать это именно так, а не иначе, но как же хочется просто положить перед транспортировкой и просто достать после, не разматывая слои скотча и не собирая пачки газет по соседям.

Итак, попытаемся решить эту задачу.

### **Экспериментальная часть.**

Для проведения измерений используем такую модель (Приложение 6):

1. Контейнер
2. Исследуемый материал
3. Одинаковые грузы эквивалентной массы  $m$
4. Легкая жесткая пластина для равномерного распределения нагрузки

Измерять деформацию будем линейкой (цена деления  $\Delta x = 1$  мм).

Порядок измерений:

1. Соберем нашу модель (приложение 6)
2. Заметим начальный уровень материала, которым заполнен контейнер.

3. Кладем на пластину (4) один груз, измеряем деформацию. Если деформация  $x$  меньше цены деления линейки  $x_x$ , добавляем грузы, пока деформация не станет равна  $x_x$ .
4. Повторяем п.3 до максимального количества грузов.
5. Фиксируем результаты измерений
6. Заменяем наполнитель
7. Повторяем п.2-6.

Результаты измерений занесем в таблицу:

Соль:

масса $m$ , шт	4	7	12	15
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	1	2	3	4

Опил:

масса $m$ , шт	6	10	16
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	1	2	3

Шерсть:

масса $m$ , шт	1	3	5	6	7	8	10	12	14	16
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	1	2	3	4	6	9	12	14	16	17

Поролон:

масса $m$ , шт	1	4	7	9	11	15
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	1	2	3	4	5	6

Для поролона и шерсти проведем измерения в обратном порядке-уменьшая количество грузов, результаты занесем в таблицу:

Поролон:

масса $m$ , шт	15	10	8	5	2
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	6	5	4	3	1

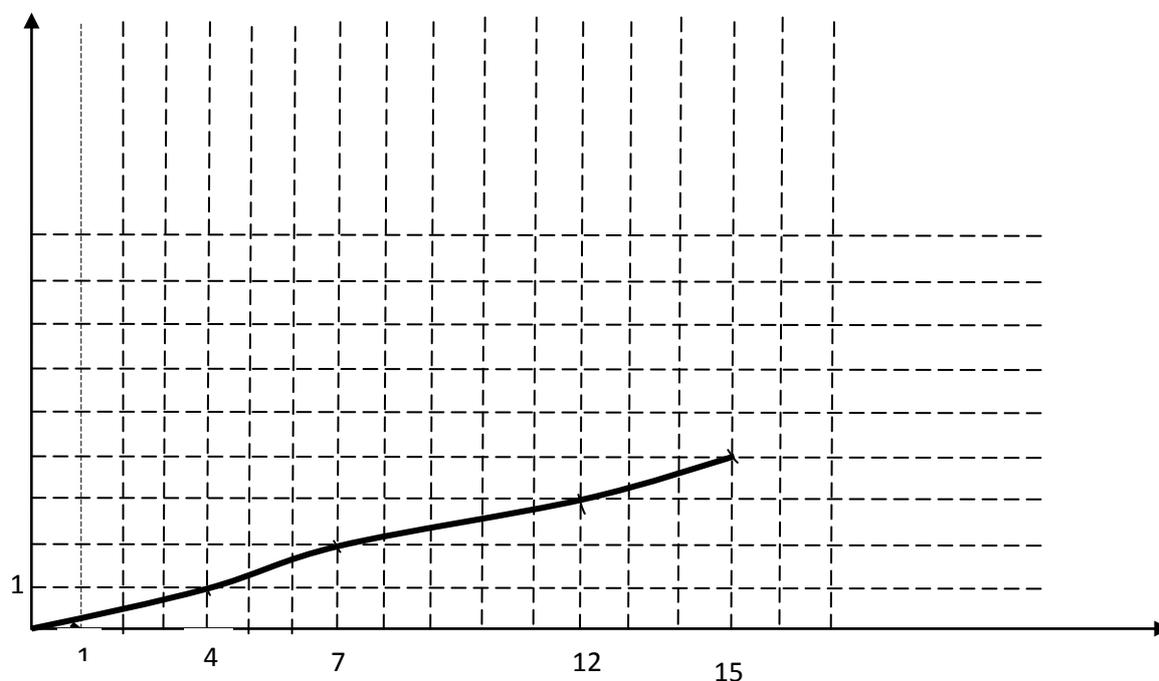
Шерсть:

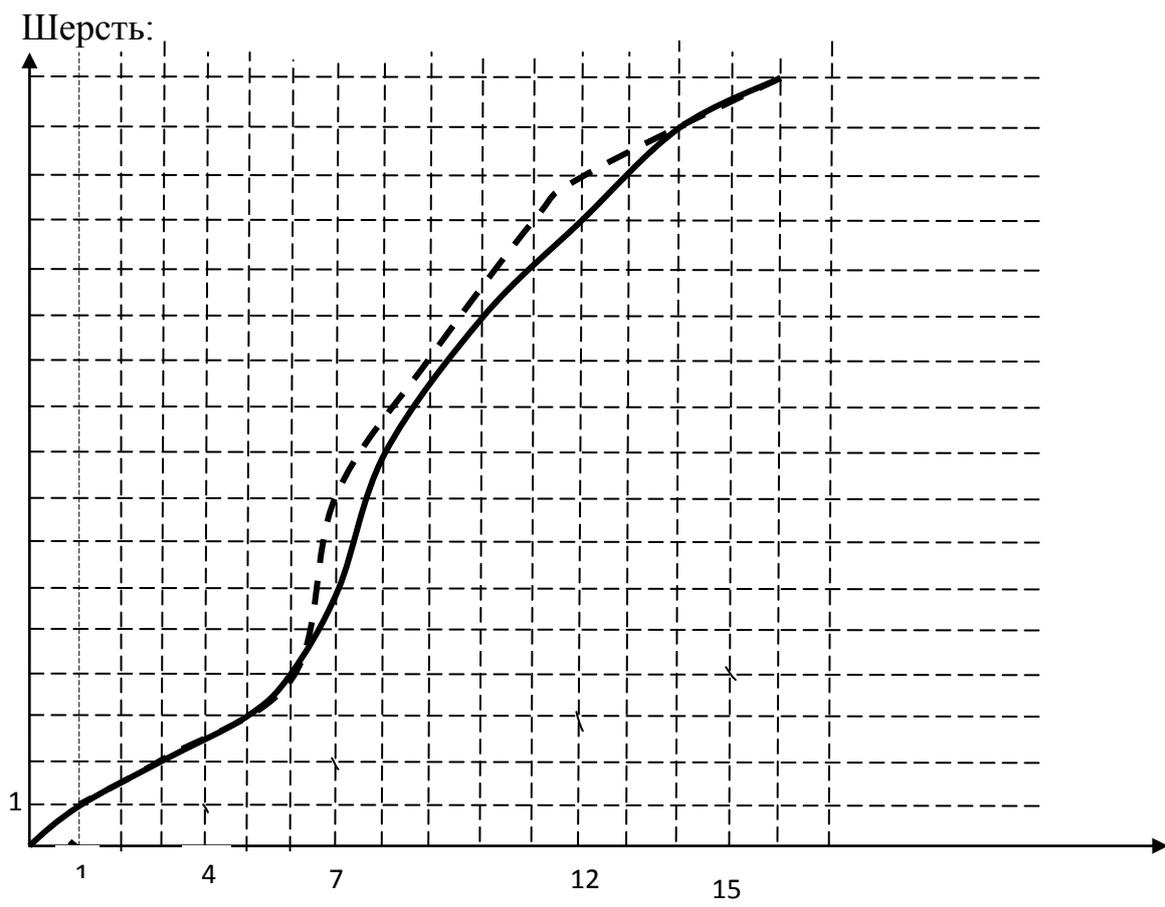
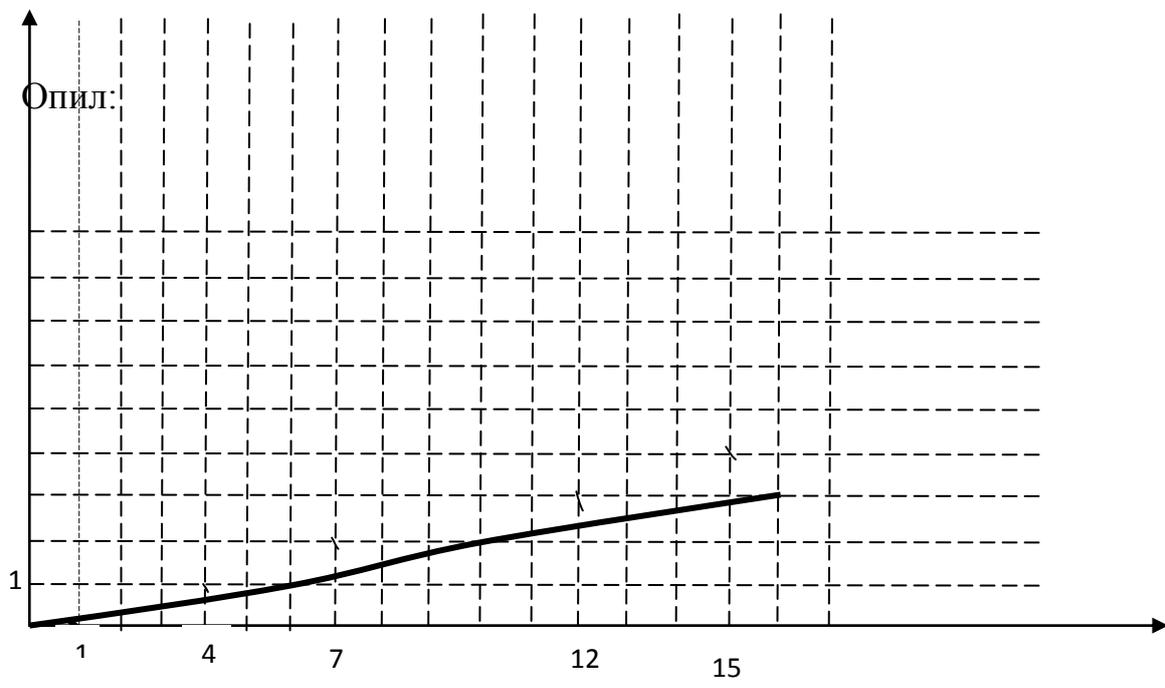
масса $m$ , шт	16	12	11	9	7	6	3	1
деформация $x$ , $m \cdot 10^{-3}$	17	15	14	11	8	4	2	1

При разгрузке шерсть быстрее поролона восстанавливает форму и в конце эксперимента в случае с шерстью результаты измерений эксперимента с уменьшением нагрузки совпадают с результатами измерений эксперимента при увеличении нагрузки.

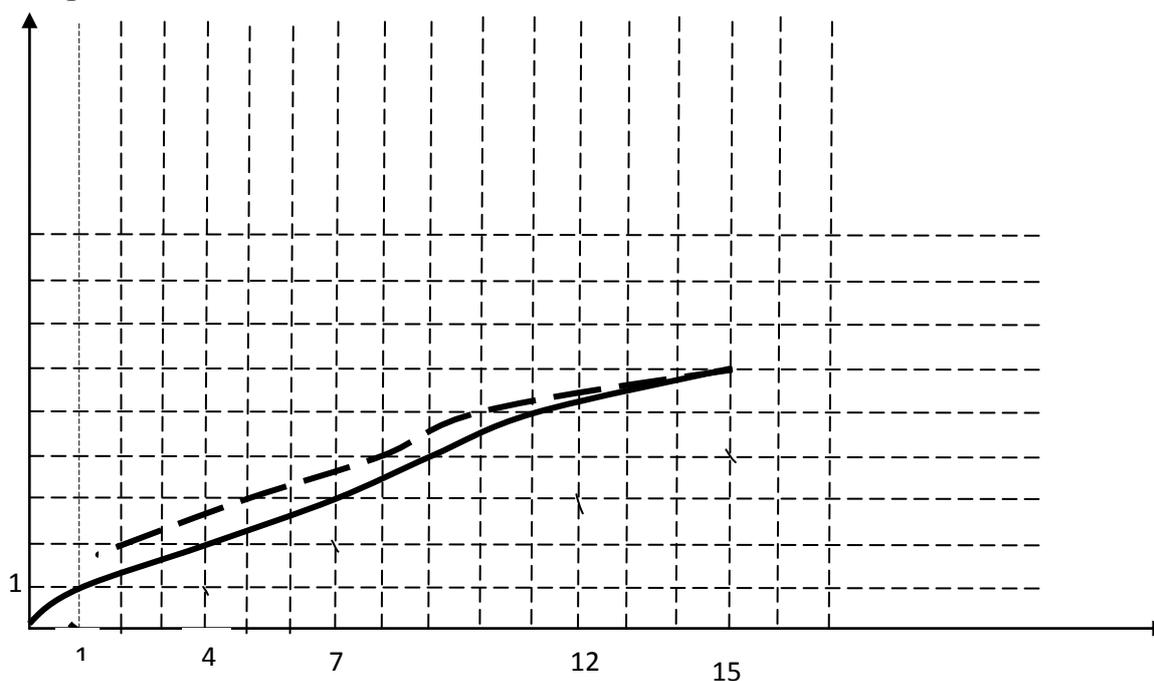
Построим графики:

Соль:





Поролон:



Выводы:

1. Для соли и опила зависимость почти линейная.
2. Для шерсти на участке 1-5 m выполняется закон Гука, зависимость линейная.
3. Аналогично для поролона на участке 1-7 m.
4. При разгрузке шерсть быстрее поролона восстанавливает форму и в конце эксперимента в случае с шерстью результаты измерений эксперимента с уменьшением нагрузки совпадают с результатами измерений эксперимента при увеличении нагрузки.

Итог:

Лучше всего для наполнения нашего кейса годится шерсть, но, возможно, она не сможет сохранить хрупкие, но тяжелые предметы, т. к. промнется полностью. Чтобы выяснить это, необходимо собрать наш кейс и провести практические испытания с различными хрупкими предметами.

## Практические испытания.

Для практических испытаний мы собрали наш кейс (приложения 7 и 8).

В качестве «испытуемых» возьмем 2 одинаковых куриных яйца (как известно, они довольно хрупки) и 2 одинаковых стакана. Постепенно увеличивая высоту падения, скидываем (начальная скорость  $V_0=0$ ) сначала по одному из двух одинаковых предметов, отслеживая наличие разрушений.

Получаем:

Яйцо:

- 0,3 м-трещина
- 0,35 м-на месте трещины образовалась вмятина
- 0,8 м-яйцо потеряло форму и сплющилось
- 0,9 м-часть скорлупы отсутствует, белок внутри треснул, считаем яйцо окончательно разбитым

Стакан:

- 0,7 м-трещина
- 1 м-верхняя часть стакана разбита, считаем цель достигнутой.

Теперь таким же образом отследим степень разрушений в зависимости от высоты падения таких же предметов, но уже в нашем кейсе:

Яйцо:

- 1,8 м-трещина

Стакан:

- 1,8 м-стакан цел

По техническим причинам мы не можем больше продолжать эксперимент, потому сделаем вывод на основе полученного результата: в случае с яйцом мы получили «выигрыш в прочности» в 6 раз (0,3 м против 1,8), масса яйца ок 70 г. В случае же со стаканом (масса ок 150 г) мы не смогли отследить результат, так как при падении с максимально возможной для нас высоты стакан в кейсе остался цел.

## **Итог.**

Задачи выполнены, цель достигнута. Мы определили, что из выбранных нами материалов наиболее всего для целей создания противоударного кейса подходит шерсть. Проведенные испытания показали, что шерсть действительно подходит для этой цели, по результатам эксперимента наш кейс дает выигрыш прочности в 6 раз, что, на наш взгляд, весьма весомо.

## Приложения.

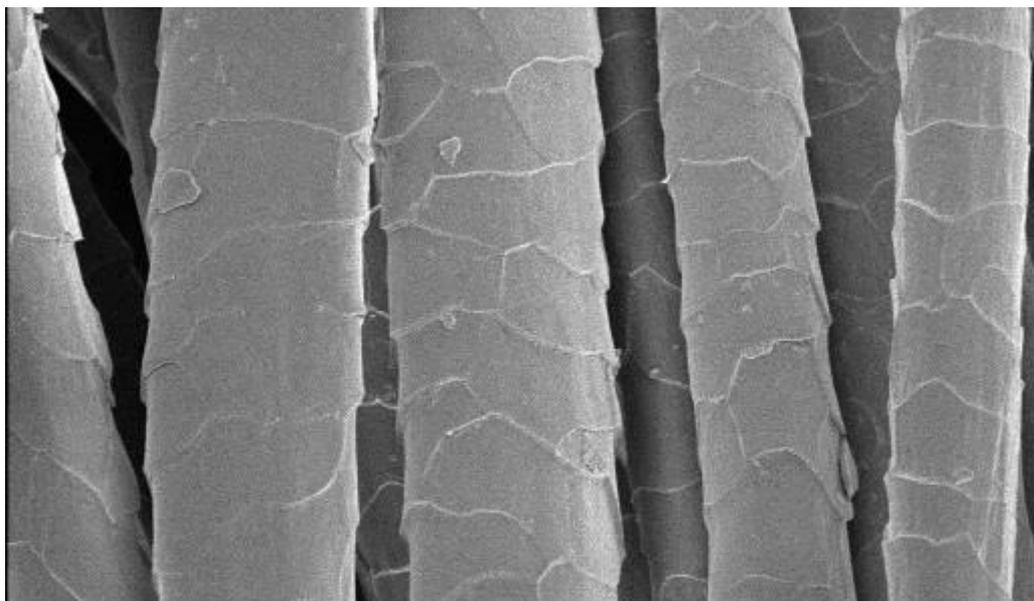
Приложение 1.



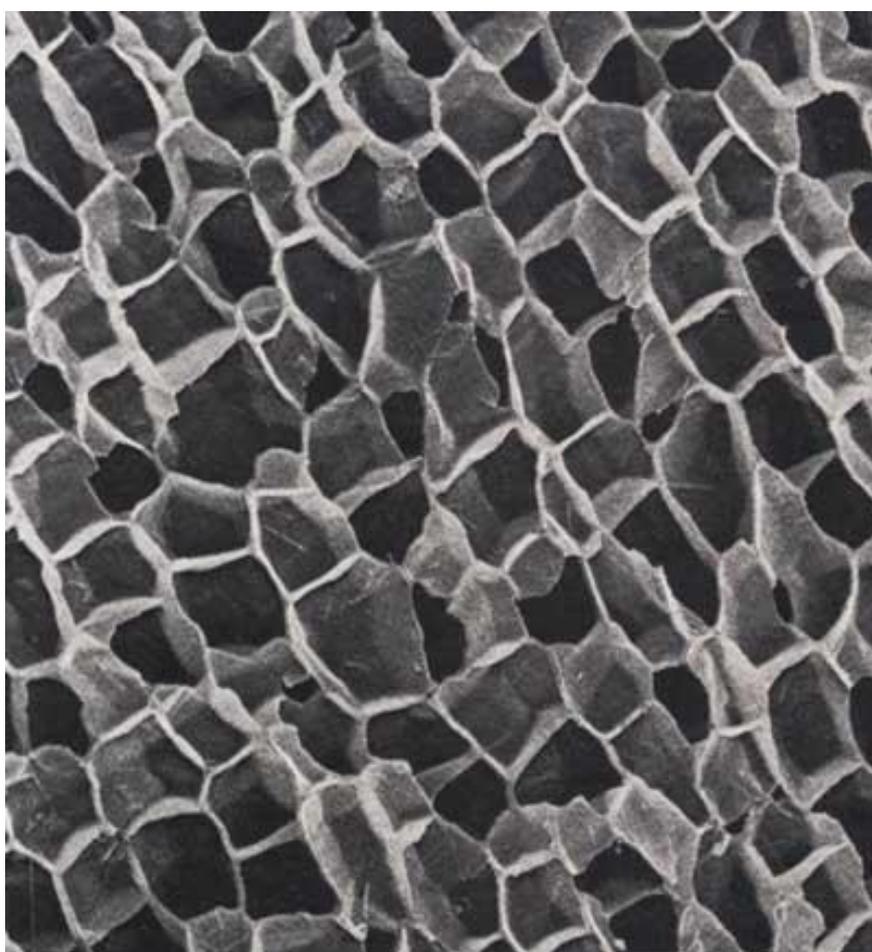
Приложение 2.



Приложение 3.



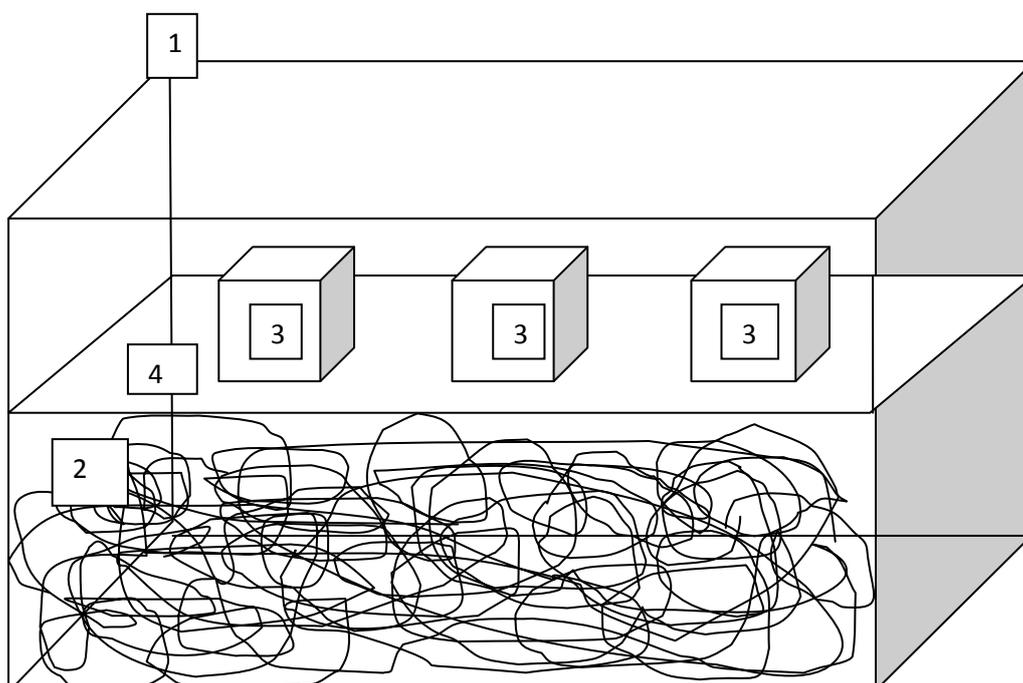
Приложение 4.



Приложение 5.

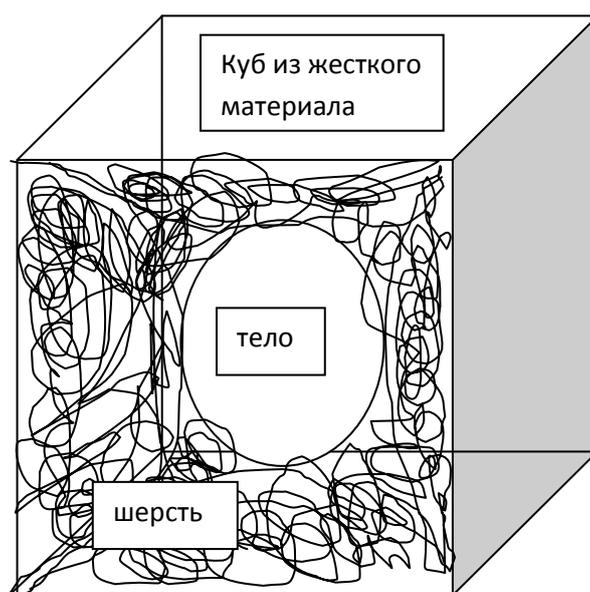
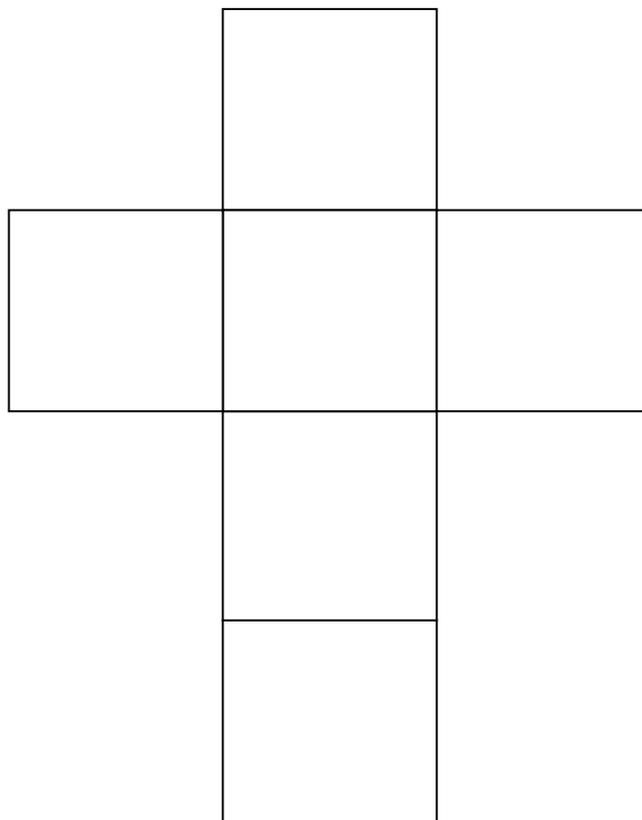


Приложение 6.



## Приложение 7.

### Развертка и модель кейса



Приложение 8



### Список литературы.

1. <http://physics.ru/courses/op25part1/content/chapter1/section/paragraph12/theory.html>
2. [http://www.123perezd.ru/perevozka\\_hrupkih\\_veschei/TabID/62/Default.aspx](http://www.123perezd.ru/perevozka_hrupkih_veschei/TabID/62/Default.aspx)
3. [http://community.livejournal.com/master\\_klass/308791.html](http://community.livejournal.com/master_klass/308791.html)
4. <http://www.refbank.ru/tovar/14/tovar14.html>
5. [http://www.ati.com.ua/foto-granatoviy-pesok-pod\\_bbf\\_515906.html](http://www.ati.com.ua/foto-granatoviy-pesok-pod_bbf_515906.html)
6. <http://fibergraph.livejournal.com/tag/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%BA%D0%BD%D0%BE>
7. <http://moscow.olx.ru/iid-57869391>
8. Г. Я. Мякишев. «Физика. 10 класс. Механика.»

## **Summary.**

In our study, there has been conducted a series of studies of the elastic properties of various substances. During the studies we examined the dependence of the deformation of different materials on the load. Our materials were salt, sand, foam and wool. According to studies, we found out that of these substances to create a shockproof case study the best suited is wool because it is the most elastic, and therefore, stronger than other tested materials can increase the impact. In addition, we obtained plots of the deformation of materials on the load. In the case of salt and sawdust, this dependence is almost linear, in the case of wool and foam rubber is nonlinear, because the density of these materials increases is in direct proportion to the degree of compression, in consequence of what their rigidity changes as well.