Краевой конкурс учебно-исследовательских и проектных работ учащихся

«Прикладные вопросы математики»

Теория вероятности

Процентные расчеты на каждый день

Кравцов Максим Олегович,

МОУ «Лицей №9» г. Пермь, 10 кл.

Половникова Галина Евгеньевна,

учитель математики 1 категории

Введение

Понимание процентов и умение производить процентные расчеты в настоящее время необходимо каждому человеку: прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, демографическую, экономическую, социологическую и другие стороны нашей жизни.

В школьном курсе математики тема «Проценты» и задачи на проценты изложены не компактно, не четко. Учащихся при подходе к итоговой аттестации в 9-х и 11-х классах сталкиваются с проблемой решения задач на проценты, а они есть в ЕГЭ.

Рассказывая о процентах, мы углубимся в их историю и происхождение. Рассмотрим во всех областях нашей жизни применение процентов. На конкретных примерах убедимся в их актуальности и значимости. В заключении систематизируя полученные результаты исследования, нами формулируется вывод.

Во время работы с рефератом была в основном использована литература для подготовки к ЕГЭ по заданной теме, также несколько вторичных источников и информация, взятая из интернета.

Целью нашей работы станет предложение компактного и четкого изложения теории по теме: «Проценты» и доказательство необходимости процентов в современном мире.

Решив типовые задачи, подтверждающие необходимость процентов и выделив их основные группы, мы шаг за шагом пододвинемся к раскрытию темы.

К основным группам будем относить задачи: взятые из повседневной жизни и ЕГЭ, банковского характера и другие.

После просмотра материала по заданной теме мы сможем сформулировать вывод.

Проценты

Проценты – одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Слово **«процент»** происходит от латинского слова ***pro centum***, что буквально означает **«за сотню»** или **«со ста»**. Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это дает возможность упрощать расчеты и легко сравнивать между части между собой и с целыми.

Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями. Они родились еще в древности у вавилонян, которые пользовались шестидесятеричными дробями. Уже в клинописных табличках вавилонян содержатся задачи на расчет процентов. Были известны проценты и в Индии. Индийские математики вычисляли проценты, применяя так называемое тройное правило, т.е. пользуясь пропорцией. Они умели производить и более сложные вычисления с применением процентов.

Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова ***cento*** (сто), которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно ***cto***. Отсюда путем дальнейшего упрощения в скорописи буквы ***t*** в наклонную черту произошел современный символ для обозначения процента.

Примеры применения процентов в реальной жизни:

- В выборах приняли участие **63,9%** избирателей.
- Количество мальчиков составляло **50%** от количества девочек.
- Рейтинг победителя в хит-параде равен **67%.**
- Промышленное производство сократилось на **8,4%.**
- Уровень инфляции составляет **8%** в год.
- Банк начисляет **10%** годовых.
- Молоко содержит **3.1%** жира.
- Материал содержит **60%** хлопка и **40%** полиэстера.
- Уровень преступности в городе вырос на **1.2%.**
- Получить **150%** выгоды от продажи и т.д.

Задачи на проценты

Основные формулы для вычисления процентов:

1. *Нахождение процентов данного числа.* Чтобы найти $a\%$ от **b**, надо $b \cdot 0,01a$

2. *Нахождение числа по его процентам.* Если известно, что $a\%$ числа **x** равно **b**, то $x = b : 0,01a$

3. *Нахождение процентного отношения чисел.* Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100%. $a : b \cdot 100\%$

4. а) Если a больше **b** на **p%**, то a = b + 0,01pb = ***b(1 + 0,01p)***

   б) Если a меньше **b** на **p%**, то a = b – 0,01pb = ***b(1 – 0,01p)***

1. а) Если a возросло на **p%**, то новое значение равно ***a(1 + 0,01p)***

   б) Если a уменьшили на **p%**, то новое значение равно: ***a(1 – 0,01p)***

   в) Объединив а) и б), запишем задачу в общем виде: увеличили число a на **p%**, а затем полученное уменьшили на **p%**, то $a(1 - (0,01p)^2)$

2. Если при вычислении процентов на каждом следующем шаге исходят от величины, полученной на предыдущем шаге, то пользуются формулой сложных процентов (проценты на проценты) $b = a(1 + 0,01p)^n$

Задача 1.

Цену товара снизили на 30%, затем новую цену повысили на 30%. Как изменилась цена товара?

Решение:

пусть первоначальная цена товар «а», тогда используя формулу, получим:

$a(1 - p^2 : 100^2) = a(1 - 0,3^2) = 0,91a$

Ответ: *цена снизилась на 9%.*

Обзор задач на проценты, взятых из реальной жизни

Задача 2.

Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 р. Оплата должна производиться до 15 числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4% от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение:

Так как 4 % от 250 р. составляют 10 р., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10р. Если родители просрочат оплату на день, то им придется заплатить

$250 + 10 = 260$ (р.),

На неделю $250 + 10 \cdot 7 = 320$ (р.)

Ответ: *320 р.*

Задача 3.

Зонт стоил 360 р. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

Решение:

Стоимость зонта в ноябре составляла 85% от 360 р., т.е. $360 \cdot 0{,}85 = 306$(р.) Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90% от 306 р., т.е. $306 \cdot 0{,}9 = 275{,}4$(р.).

Ответ: *275 р. 40 коп.*

Задача 4.

При приеме на работу директор предприятия предлагает зарплату 4200р. Какую сумму получит рабочий после удержания налога на доходы физических лиц?

Решение:

1) $(4200 – 400) \cdot 0,13 = 494$ р. – налог.

2) $4200 – 494 = 3706$ р.

Замечание: При начислении налога на доходы физических лиц нужно учитывать стандартный вычет 400р., налог 13% берется от оставшийся суммы.

Ответ: *3706 р.*

Задача 5.

Зарплату рабочему повысили сначала на 10%, а через год еще на 20%. На сколько процентов повысилась зарплата по сравнению с первоначальной?

Решение:

пусть зарплата рабочего была x, тогда

$b = x(1+ 0,1)(1 + 0,2) = 1.32x$

$1,32x – x = 0,32x$

Ответ: *на 32%.*

Задача 6.

Один покупатель купил 25% имевшегося куска полотна, второй покупатель 30% остатка, а третий - 40% нового остатка. Сколько (в процентах) полотна осталось непроданным?

Решение:

Пусть полотна было р. Первый купил 0,25р, осталось (1 - 0,25)р полотна, второй покупатель купил $0,3 \cdot 0,75$р = 0,225р, осталось 0,75р –0,225р = 0,525р, третий купил $0,4 \cdot 0,525$р = 0,21р, осталось 0,525р - 0,21р = 0,315р, что составляет 31,5% от р.

Ответ: *31,5%*

Задача 7.

Цена входного билета на стадион была 180 рублей. После снижения входной платы число зрителей увеличилось на 50% , а выручка выросла на 25% .Сколько стал стоить билет после снижения?

Решение:

Пусть зрителей, до понижения цены, на стадион приходило А чел. и выручка составляла 180А руб. После понижения цены, цена $180 \cdot p$, зрителей стало 150А, выручка составляет $180 \cdot p \cdot 150 \cdot A$ руб. С другой стороны, выручка повысилась на 25%, т.е. составляет $125 \cdot 180A$. Получаем $180 \cdot p \cdot 150 \cdot A = 125 \cdot 180A$., откуда $p=125 : 150$, тогда билет стоит $180 \cdot 125 : 150 = 150$ руб.

Ответ: *150 руб.*

Выделение групп задач на проценты

При сортировке задач на проценты, можно выделить 3 основные группы: обычные задачи на проценты (повседневные, вычисления процентов от числа); задачи на смеси, растворы, сплавы; задачи банковских систем (кредиты, вклады).

Обычные задачи на проценты (повседневные).

В этот вид задач входят все задачи, начиная с простого вычисления процента от числа и заканчивая самыми разнообразными ситуациями нашей жизни, требующих вмешательство процентов. Текущий вид задач мы рассматривали в прошлой главе.

Задачи на смеси, растворы, сплавы.

Данный тип задач охватывает большой круг ситуаций – смешение товаров разной цены, жидкостей с различным содержанием соли, кислот различной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла и пр. Лучше всего для таких задач подходит формула:

$n_к = m_в : m_р$; где n – концентрация, $m_в$ - масса вещества в растворе, $m_р$ - масса всего раствора.

Задачи банковских систем.

Задачи банковских систем – задачи, связанные с начислениями процентов в банке по вкладам и кредитам. Такие задачи обычно решаются по двум формулам:

1. $S_n = S_o \cdot (1 + pn : 100)$ - (формула простых процентов).
2. $S_n = S_o \cdot (1 + p : 100)^n$ - (формула сложных процентов).

S_n - полученная сумма; S_o - начальная сумма; n – кол-во лет, где n = 1, 2, 3…

Задачи на смеси, растворы, сплавы.

Задача 8.

5 литров сливок с содержанием жира 35% смешали с 4 литрами 20%-ных сливок и к смеси добавили 1 литр чистой воды. Какой жирности получилась смесь?

Решение:

$0{,}35 \cdot 5 + 0{,}2 \cdot 4 = p \cdot (5 + 4 + 1)$, откуда $p = 0{,}255$, что составляет 25,5%

Ответ: *25,5%*

Задача 9.

К 15 л 10%-ного раствора соли добавили 5%-ный раствор соли и получили 8%-ный раствор. Какое количество литров 5%-ного раствора добавили?

Решение:

Пусть добавили x л 5%-ного раствора соли. Тогда нового раствора стало (15 + x) л, в котором содержаться $0{,}8 \cdot (15 + x)$ л соли. В 15 л 10%-ного раствора содержится $15 \cdot 0{,}1 = 1{,}5$ (л) соли, в x л 5%-ного раствора содержится 0,05x (л) соли.

Составим уравнение.

$1{,}5 + 0{,}05x = 0{,}08 \cdot (15 + x)$;

$x = 10$.

Ответ: *добавили 10 л 5%-ного раствора.*

Задачи банковских систем

Задача 10.

Каким должен быть начальный вклад, чтобы при ставке 4% в месяц он увеличился за 8 месяцев до 33000 р.

Решение:

$S_o \cdot (1 + 8 \cdot 4 : 100) = 33000,$

$S_o = 33000 \cdot \frac{25}{33} = 25000$ (р.). Ответ: *25000 р.*

Задача 11.

Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 р. на вклад, годовой доход по которому составляет 12%, и решил в течение 6 лет не брать процентные начисления. Какая сумма будет лежать на его счете через 6 лет?

Решение:

Воспользуемся формулой сложных процентов

$S_n = S_o(1 + \frac{p}{100})^n$, получим

$S_6 = 2000(1 + \frac{12}{100})^6 = 2000 \cdot 1{,}12^6 = 2000 \cdot 1{,}9738225 = 3947{,}65$ (р.)

Ответ: *3947 р. 65 коп.*

Задача 12.

При какой процентной ставке вклад на сумму 500 р. возрастет за 6 месяцев до 650 р.

Решение:

$500 \cdot (1 + \frac{6p}{100}) = 650,$

$p = (650 : 500 - 1) \cdot 100 : 6,$

$p = 5.$ Ответ: *5%.*

Задачи на проценты в ЕГЭ.

Задания с процентами стали все чаще и чаще попадаться в различных олимпиадных заданиях, экзаменах, ЕГЭ. Все это говорит о том, что проценты используются в нашей жизни более актуально.

Задача 13 (вариант 240).

В бидон налили 3 литра молока однопроцентной жирности и 7 литров молока шестипроцентной жирности. Какова жирность полученного молока (в процентах)?

Решение:

При решении этой задачи можно воспользоваться формулой $n_к = m_в : m_р$

$n_к = 3 \cdot 0{,}01 + 7 \cdot 0{,}06 : 10 = 0{,}03 + 0{,}42 : 10 = 0{,}45 : 10 = 0{,}045$

$0{,}045 \cdot 100\% = 4{,}5\%$

Значит, жирность полученного молока – 4,5%.

Задача 14 (вариант 626).

Во время сезонных распродаж цена товара ежедневно снижалась на 10% по сравнению с ценой в предыдущий день. В первый день распродажи цена куртки была 3000 рублей. Определите, сколько раз снижалась цена куртки, если она была продана по цене на 813 рублей меньше первоначальной?

Решение:

$3000(1 – 0{,}1)^x = 2187$

$0{,}9x = 2187 : 3000 = 729 : 100$

$(\frac{9}{10})^x = (\frac{9}{10})^3$

$x = 3.$

Ответ: *цена снижалась три раза.*

Задача 15 (вариант 229).

Агрофирма предполагает продать моркови на 10% меньше, чем в прошлом году. На сколько процентов агрофирма должна повысить цену на свою морковь, чтобы получить за нее на 3,5% больше денег, чем в прошлом году.

Решение:

Пусть q_0 – объем продаж прошлого года;

p_0 – цена продаж прошлого года;

p_0q_0 – выручка прошлого года;

q_1 – объем продаж текущего года;

p_1 – цена продаж текущего года;

p_1q_1 – выручка текущего года.

По условию задачи p_1q_1 1,035 p_0q_0

причем $q_1 = 0{,}9\ q_0$

$p_1 = (1 + x)\ p_0$;

где x – доля повышения цены на морковь.

Значит, $(1 + x)\ p_0 \cdot 0{,}9\ q_0 = 1{,}035\ p_0q_0$,

$0{,}9(1 + x) = 1{,}035$

$0{,}9x = 1{,}035 – 0{,}9$

$x = (1{,}035 – 0{,}9) : 0{,}9$

$x = 0{,}15$.

Значит, агрофирма должна повысить цену на морковь на 15%, чтобы получить прибыль на 3,5% больше, чем в прошлом году.

Ответ: *на 15%.*

Заключение

Проценты с каждым годом становятся все более актуальнее в современном обществе. Из – за их удобного отношения, все больше кампаний, предприятий, фирм, корпораций применяют их. Уже сейчас на каждом шагу можно встретить их в любой социальной среде.

Хоть проценты и не очень хорошо изучаются в обычных учебных заведениях, но уже сейчас люди подставляют их в различные олимпиады, тестирования, ЕГЭ и в другие проверяющие знания задания. Со временем проценты еще дальше протиснутся в нашу жизнь. И их незнание просто не позволит дальнейшему развитию общества.

Список использованной литературы

1. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. Составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А. и др. – М.: Интеллект-Центр, 2004.

2. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. Составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А. и др. – М.: Интеллект-Центр, 2005.

3. Математика. 8-9 классы: сборник элективных курсов. Авт. – сост. В. Н. Студенецкая, Л. С. Сагателова. – Волгоград: «Учитель», 2007. – 205 с.

4. Сборник задач по математике с решениями. 7-11 кл. Под ред. М.И.Сканави. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21век»; ООО «Издательство «Мир и Образование», 2003.Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике. – М.: Айрис, Рольф, 1998.

5. Титаренко А.М. Форсированный курс подготовки к экзамену по математике. Практикум, 5770 задач. Учебное пособие. – М.: Эксмо, 2005.