Краевой конкурс учебно-исследовательских и проектных работ учащихся «Прикладные вопросы математики»

Математическое моделирование

Моделирование распространения эпидемии простуды

Мусин Динар Рафизович,
МОУ «Лицей №1» г. Перми, 11 кл.
Шабрыкина Наталья Сергеевна,
к. ф.-м. н., доцент ПНИПУ

Оглавление

Введение

Большинство жителей, крупных российских городов ежедневно испытывают страх в связи с возможностью заразится каким-либо инфекционным заболеванием. Считают, что за последние годы опасность заразится инфекционными заболеваниями увеличилась в несколько раз. Самые опасные заболевания, которых боятся: туберкулёз, разные виды гриппа, СПИД, желудочно-кишечные инфекции, гепатит, чесотка, грибок, малярия, венерические заболевания, клещевой энцефалит.

Это не надо Основными факторами, которые предопределяют сложность решения задач оперативного анализа и прогноза развития эпидемий, а также задач противодействия являются следующие:

- массовость и высокая скорость распространения, когда в короткий период времени, возможно, появление большого числа больных людей (животных)
- «сбои» в работе медицинских учреждений и органов здравоохранения, когда число пораженных людей или животных становится чрезвычайно большим, а возможности имеющихся сил и средств по противодействию ООИ (особо опасная инфекция) ограничены
- острота или даже кризис в развитии санитарно-эпидемиологической обстановки в очагах поражения из-за начального несоответствия располагаемых возможностей и реальных потребностей в силах и средствах противодействия ООИ
- необходимость оперативного анализа и прогноза обстановки с выработкой адекватного решения по организации, реализации и управлению силами и средствами противодействия из единого

центра с целью выявления, локализации и ликвидации эпидемий при минимальных социальных и иных последствиях.

В этих условиях особое значение приобретают опережающие научные исследования по анализу и прогнозу вероятных сценариев развития эпидемий опасных инфекционных заболеваний, которые могут появиться в результате чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера.

Концептуальная постановка задачи

Рассматривается процесс распространения простуды среди изолированной группы людей фиксированного размера. С помощью решения данной задачи можно выявить: время полного излечивания или заражения людей, развитие эпидемии, определить, как изменяется со временем численность каждой из групп для различных: коэффициентов, размера группы и начального числа инфицированных, выявить характерные сценарии развития эпидемии.

Параметры, которыми будем регулировать в модели: начальное количество инфицированных и подверженных людей, коэффициенты заражения и излечивания.

Допущения:

- Группа людей изолирована от внешнего мира.
- Болезнь передаётся только при контакте с инфицированным человеком.
- Во время проведения исследования количество людей остаётся постоянным.

Математическая постановка задачи

Математическая модель эпидемии представляет собой систему дифференциальных уравнений с соответствующим начальным условием:

1. эпидемический процесс:

   a. $$\begin{cases}\frac{dI}{d}\\ \frac{dS}{d}\end{cases}$$

2. начальные условия:

   a. ,

где: $t > 0$ – «внутреннее» время развития инфекционного процесса; $S(t)$ – подверженные инфекции (могут быть инфицированы); $I(t)$ – инфицированные; α – коэффициент передачи болезни; β – коэффициент излечивания; ik – начальное количество инфицированных – 100ч.; sk – численность группы – 1500ч.;

Реализация математической модели

Ниже я демонстрирую потенциальные возможности применения новой методологии математического моделирования эпидемий на примере прогнозирования эпидемии.

Для предварительной оценки масштабов и параметров возможных эпидемии мной была разработана математическая модель эпидемии, выполненная по методологии моделирования «Барояна-Рвачева» с предполагаемыми характеристиками эпидемического варианта: болезнь передаётся только при непосредственном контакте с инфицированным человеком.

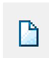
Методы решения

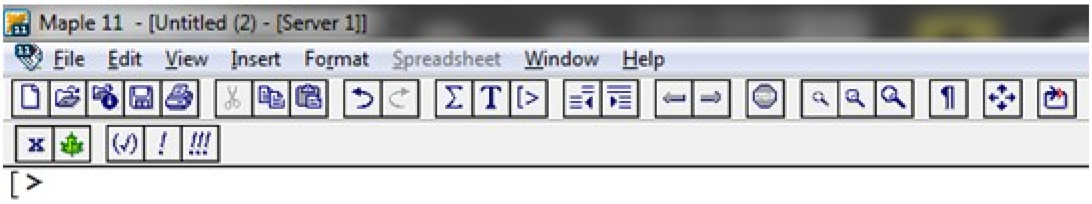
Аналитическое решение:

Формулы точного нахождения количества инфицированных и подверженных имеют большой размер, поэтому они указанны в приложении.

Что за бред??? Работа с маплом:

Для решения системы состоящей из дифференциальных уравнений буду использовать пакет технических вычислений Maple 14.

Как на любой стандартной панели присутствуют кнопки:  - создание нового файла,  - открытие файла,  - сохранить файл,  - вернуть/повторить действие. А так же необходимие для вывода кнопки:  - выполнение всех команд,  - выполнить команду.



Исходный код программы, разработанный в Maple 14, является большим и указан в приложении.

Провожу верификацию модели. Она необходима для тестирования

Метод проверки на модели позволяет убедиться, что модель проектируемой системы соответствует реальности, однако определить, охватывает ли заданная «реальность» все свойства, которым должна удовлетворять система, невозможно.

С помощью полученной модели я могу спрогнозировать поведение распространения эпидемии при заданных условиях.

Результаты решения

В результате решения поставленной задачи получается график чего? (Рис. 1).

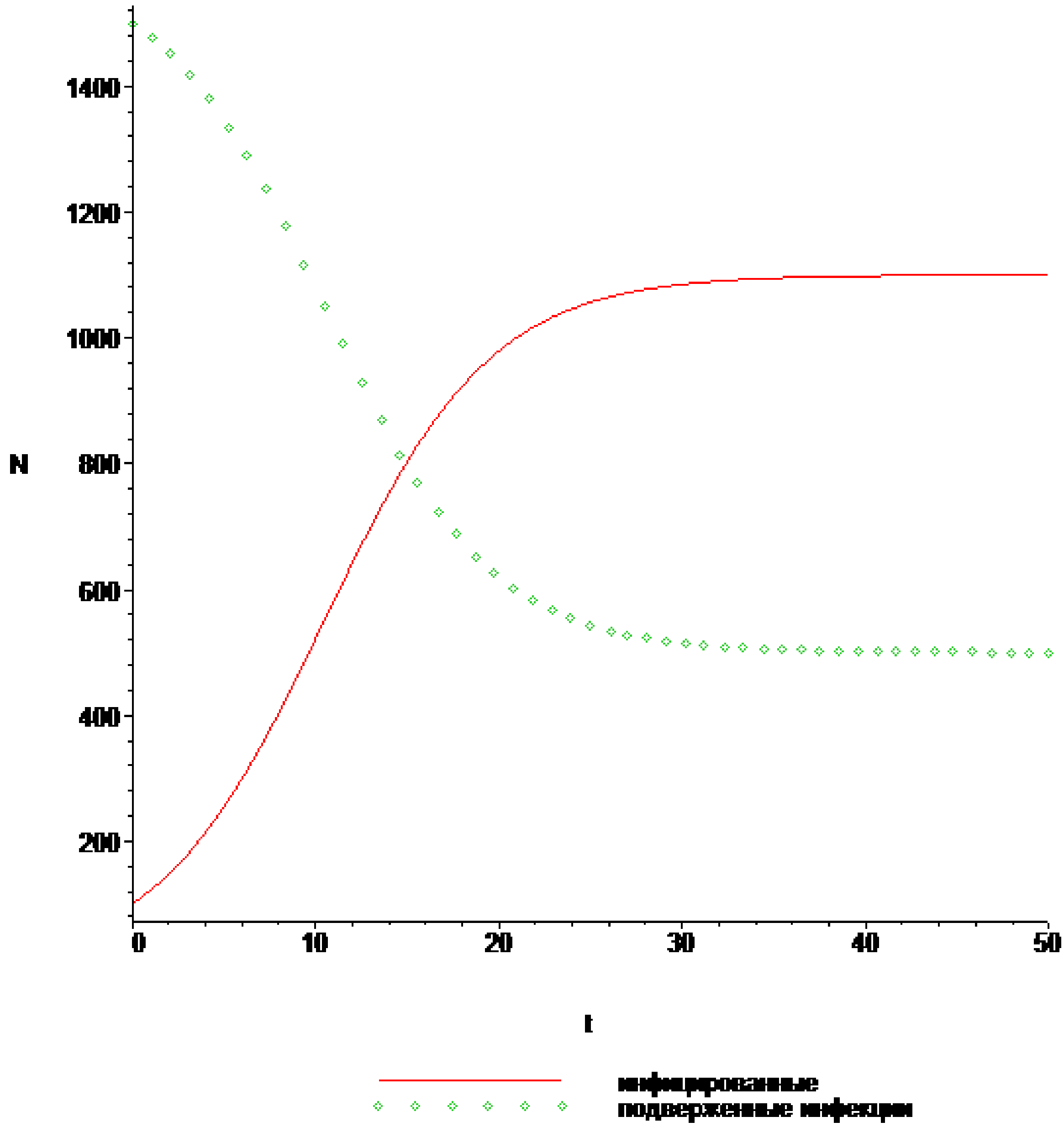


Рис. 1. График зависимости заражения эпидемии людей от течения времени.

Из Рис.1. следует, что число инфицированных увеличивается пропорционально уменьшению подверженных инфекции. За первые пятнадцать дней число обеих групп сравняется, а через последующие ещё пятнадцать дней будут такие же прогнозы как за первый интервал времени пока число инфицированных не дойдёт до 1100 человек, а подверженных инфекции – 500. После первых тридцати дней это число будет сохраняться.

Заключение

В моей работе была приведена модель распространения эпидемии, которая показывала процесс распространения простуды среди изолированной группы людей фиксированного размера. По этой модели видно, что после первых пятнадцати дней число инфицированных превзойдёт число подверженных.

Список литературы:

1. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование: Пер. с франц./В. Вольтерра. – М.: Наука, 1976. – 288с.
2. Дьяконов, В.П.Maple 9 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 688с.
3. Методические указания к лабораторному практикуму по дисциплине «Моделирование и прогнозирование состояния окружающей среды» для специальности 6.070800 «Экология и охрана окружающей среды» часть 1. Выпуск 2 (Maple) Донецк – ДонНТУ – 2009.
4. Семеновский, Ф.Н. Семеновский, С.М. Семенов. – Л.: Гидрометеоиздат, 1982. – 280с.
5. Яремчук, Ф.П. Алгебра и элементарные функции: Справочник / Ф.П. Яремчук, П.А. Руденко. – 3-е, перераб. и доп.изд. – К.: Наукова думка, 1987. – 647с.
6. Бароян О.В., Рвачев Л.А. Математика и эпидемиология.– М., «Знание»,1977.– С. 63.
7. Бароян О.В., Рвачев Л.А. Прогнозирование эпидемий гриппа в условиях СССР. Вопросы вирусологии.– М., «Медицина», 1978. № 2, с. 131-137.
8. Боев. Б.В. Современные этапы математического моделирования процессов развития и распространения инфекционных заболеваний // Эпидемиологическая кибернетика: модели, информация, эксперименты. М., 1991, С. 6-13.

Приложение

Формулы точного нахождения количества инфицированных и подверженных:

$$i(t) = \left(\left(e^{I\pi\_Z1\sim} \right)^2 e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z3\sim} (ska - b + ika) \right) \Big/ \left(-1 + e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z3\sim} a \right)$$

$$s(t) = \frac{1}{\left(e^{I\pi\_Z1\sim} \right)^2 e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} (ska - b + ika)\, a} \left(\left(\frac{\left(e^{I\pi\_Z1\sim} \right)^2 (ska - b + ika)^2 e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim}}{-1 + e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} a} - \frac{\left(e^{I\pi\_Z1\sim} \right)^2 \left(e^{t\,(ska - b + ika)} \right)^2 \left(e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} \right)^2 (ska - b + ika)^2 a}{\left(-1 + e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} a \right)^2} + \frac{\left(e^{I\pi\_Z1\sim} \right)^2 e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} (ska - b + ika)\, b}{-1 + e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} a} \right) \left(-1 + e^{t\,(ska - b + ika)}\, e^{\ln\left(-\frac{ik}{ska - b} \right) + 2 I \pi\_Z8\sim} a \right) \right)$$

Исходный код программы разработанный в Maple 14: