

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Математическое моделирование

**Построение математической модели фонтана.
Фонтан Герона**

Дубовцева Дарья, Карпова Ксения,
11 кл., МБОУ «Лицей №1» г. Перми,

Нечаева Елена Сергеевна,
доцент ПНИПУ, к.ф.-м. н.

Пермь. 2012.

Цель:

В нашем городе, около Драмтеатра, снесли фонтан. Мы хотим смоделировать такую модель, которая стала бы оптимальной и устраивала жителей города. Так как новый фонтан еще не построили, а старый уже снесли, то эта тема актуальна, ведь фонтан это одна из достопримечательностей города и он необходим.

Всю основную модель мы разделим на две маленькие подмодели: гидродинамическую и геометрическую - для точности нашей модели.

Задачи:

1. Чтобы понять принцип действия фонтанов, необходимо рассмотреть фонтан Герона, как простейшую модель фонтанов;
2. Изучение геометрической модели;
3. Изучить поведение воды;
4. Узнать о той среде, в которую в конечном итоге поместим фонтан.

Требования:

1. Требования для геометрической модели;
2. Требования для гидродинамической модели;
3. Какой нужно использовать материал, чтобы он не испортился при контакте с водой, не потерял внешний вид и был долговечен;
4. В нашем случае нужно узнать и изучить, какой фонтан был до этого: его геометрическую форму, форму струй воды, материал, который использовали. Учесть недостатки и не допустить их в нашей модели.

Фонтан Герона.

Рассмотрим одну из наших задач, Геронов фонтан.

Цель:

Смоделировать фонтан Герона с целью изучения принципа работы фонтанов, их устройство.

Содержательная постановка.

Задачи:

Произвести расчеты траектории падения воды;

Рассмотреть за счет чего движется вода в фонтане;

Выяснить, зависит ли работоспособность фонтана от формы сообщающихся сосудов.

Принцип работы фонтана Герона.

Геронов фонтан состоит из открытой чаши и двух герметичных сосудов, расположенных под чашей.

Требования:

Пусть форма сообщающихся сосудов одинакова;

Получившаяся модель фонтана должна рассчитывать траекторию падения воды;

Угол вылета струи 45°;

Концептуальная постановка.

Гипотезы:

Объектом моделирования является капля струи воды;

Модель будем считать замкнутой,

Первоначальная скорость капли струи воды рассчитываем сами;

Капля из струи воды будет считаться материальной точкой;

Движение происходит в поле сил тяжести с постоянным ускорением свободного падения g и описывается уравнениями классической механики Ньютона;

Математическая постановка.

Для расчета скорости капли в момент времени вылета из трубки рассчитываем по формуле $V_0 = \sqrt{2*g*h}$

По II 3-му Ньютона

$$m*a = F_{\text{тяж}} = m*g$$

$$m*a_x = 0 \quad m*a_y = -mg$$

$$x(0) = x_0 \quad y(0) = y_0$$

$$V_x(0) = V_0 * \cos(\alpha)$$

$$V_y(0) = V_0 * \sin(\alpha)$$

$$m*a = f$$

$$a = dV/dt$$

$$m*dV_y/dt = f_y \quad m*dV_x/dt = f_x$$

$$dy/dt = V_y \quad dx/dt = V_x$$

Для нахождения скорости:

$$m*dV_y/dt = f_y$$

$$m*((V_y(t+dt) - V_y(t))/dt) = f_y$$

$$V_y(t+dt) = V_y(t) + f_y*dt/m$$

Аналогично для V_x :

$$V_x(t+dt) = V_x(t) + f_x*dt/m$$

Для нахождения координат:

$$V_y = dy/dt$$

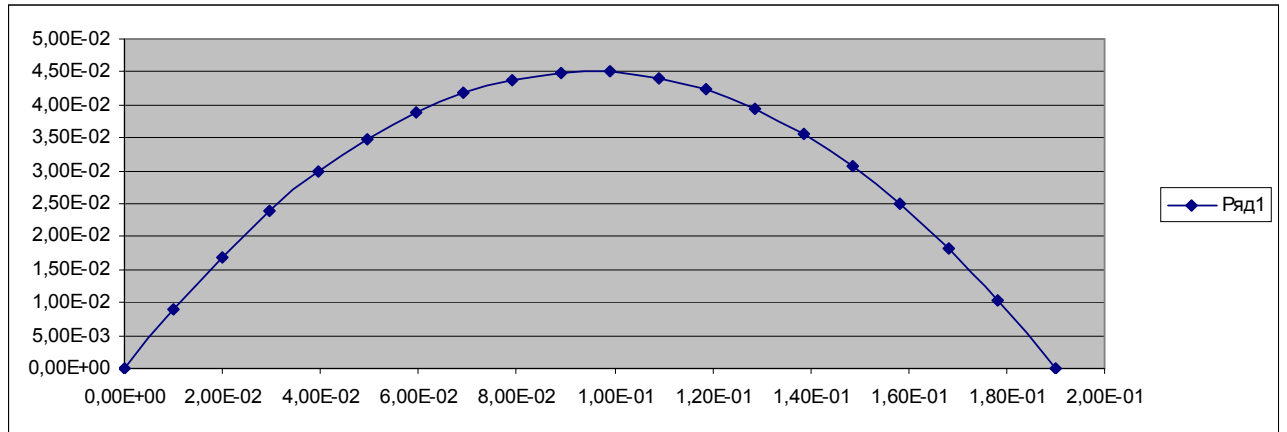
$$(y(t+dt) - y(t))/dt = V_y$$

$$y(t+dt)=y(t) + Vy*dt$$

Аналогично для x:

$$x(t+dt)=x(t) + Vx*dt$$

Траектория падения капли:



Итог:

В дальнейшем мы планируем сделать расчеты для нескольких капель, учитывая сопротивление воздуха и используя разные насадки. Так же разрабатывается геометрическая модель фонтана.