Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Методические аспекты изучения математики

Теория вероятностей

Гаврилов Иван Михайлович,
9 кл., МБОУ «СОШ» №5, г. Чернушки

Фаязова Татьяна Ивановна,
учитель математики МБОУ «СОШ» №5

Пермь. 2012.

Содержание.

Введение

Теория вероятностей является одним из классических разделов математики. Она имеет длительную историю. Вероятностные и статистические методы в настоящее время глубоко проникли в приложения. Они используются в физике, технике, экономке, биологии и медицине. Особенно возросла их роль в связи с развитием вычислительной техники. Например, для изучения физических явлений производят наблюдения или опыты. Их результаты обычно регистрируют в виде значений некоторых наблюдаемых величин. При повторении опытов мы обнаруживаем разброс их результатов. Например, повторяя измерения одной и той же величины одним и тем же прибором при сохранении определенных условий (температура, влажность и т.п.), мы получаем результаты, которые хоть немного, но все же отличаются друг от друга. Даже многократные измерения не дают возможности точно предсказать результат следующего измерения. В этом смысле говорят, что результат измерения есть величина случайная.

Случай, случайность — с ними мы встречаемся повседневно: случайная встреча, случайная поломка, случайная находки, случайная ошибка. Этот ряд можно продолжать бесконечно. Казалось бы, тут нет места для, математики, какие уж законы в царстве Случая! Но и здесь наука обнаружила интересные закономерности—они позволяют человеку уверенно чувствовать себя при встречи со случайными событиями.

Как наука теория вероятности зародилась в 17в. Возникновение понятия вероятности было связано как с потребностями страхования, получившего значительное распространение в ту эпоху, когда заметно росли торговые связи и морские путешествия, так и в связи с запросами азартных игр. Слово «азарт», под которым обычно понимается сильное увлечение, горячность, является транскрипцией французского слова (hazard), буквально означающего «случай», «риск».

Азартными называют те игры, а которых выигрыш зависит главным образом не от умения игрока, а от случайности. Схема азартных игр была очень проста и могла быть подвергнута всестороннему логическому анализу. Первые попытки этого рода связаны с именами известных учёных—алгебраиста Джироламо Кардана (1501- 1576) и Галилео Галилея (1564—1642). Однако честь открытия этой теории, которая не только даёт возможность сравнивать случайные величины, но и производить определенные математические операции с ними, принадлежит двум выдающимся ученым— Блезу Паскалю (1623—1662) и Пьеру Ферма. Ещё в древности было замечено, что имеются явления, которые обладают особенностью: при малом числе наблюдений над ними не наблюдается никакой правильности, но по мере увеличения числа наблюдений всё яснее проявляется определенная закономерность. Всё началось с игры в кости.

Теория вероятностей — раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

История

Возникновение теории вероятностей как науки относят к средним векам и первым попыткам математического анализа азартных игр(орлянка, кости, рулетка). Первоначально её основные понятия не имели строго математического вида, к ним можно было относиться как к некоторым эмпирическим фактам, как к свойствам реальных событий, и они формулировались в наглядных представлениях. Самые ранние работы учёных в области теории вероятностей относятся к XVII веку. Исследуя прогнозирование выигрыша в азартных играх, Блез Паскаль и Пьер Ферма открыли первые вероятностные закономерности, возникающие при бросании костей. Под влиянием поднятых и рассматриваемых ими вопросов решением тех же задач занимался и Христиан Гюйгенс. При этом с перепиской Паскаля и Ферма он знаком не был, поэтому методику решения изобрёл самостоятельно. Его работа, в которой вводятся основные понятия теории вероятностей (понятие вероятности как величины шанса; математическое ожидание для дискретных случаев, в виде цены шанса), а также используются теоремы сложения и умножения вероятностей (не сформулированные явно), вышла в печатном виде на двадцать лет раньше (1657 год) издания писем Паскаля и Ферма (1679 год).

Важный вклад в теорию вероятностей внёс Якоб Бернулли: он дал доказательство закона больших чисел в простейшем случае независимых испытаний. В первой половине XIX века теория вероятностей начинает применяться к анализу ошибок наблюдений; Лаплас и Пуассон доказали первые предельные теоремы. Во второй половине XIX века основной вклад внесли русские учёные П. Л. Чебышев, А. А. Марков и А. М. Ляпунов. В это время были доказаны закон больших чисел, центральная предельная теорема, а также разработана теория цепей Маркова. Современный вид теория вероятностей получила благодаря аксиоматизации, предложенной Андреем Николаевичем Колмогоровым. В результате теория вероятностей приобрела строгий математический вид и окончательно стала восприниматься как один из разделов математики.

1. Основное положение теории

Теория вероятности – это наука, занимающаяся изучением закономерностей массовых случайных явлений. Такие же закономерности, только в более узкой предметной области социально-экономических явлений, изучает статистика. Между этими науками имеется общность методологии и высокая степень взаимосвязи. Практически любые выводы сделанные статистикой рассматриваются как вероятностные. Особенно наглядно вероятностный характер статистических исследований проявляется в выборочном методе, поскольку любой вывод, сделанный по результатам выборки оценивается с заданной вероятностью. С развитием рынка постепенно сращивается вероятность и статистика, особенно наглядно это проявляется в управлении рисками, товарными запасами, портфелем ценных бумаг и т.п. За рубежом теория вероятности и математическая статистика применятся очень широко. В нашей стране пока широко применяется в управлении качеством продукции, поэтому распространение и внедрение в практику методов теории вероятности актуальная задача. Как уже говорилось, понятие вероятности события определяется для массовых явлений или, точнее, для однородных массовых операций. Однородная массовая операция состоит из многократного повторения подобных между собой единичных операций, или, как говорят, испытаний. Каждое отдельное испытание заключается в том, что создается определенный комплекс условий, существенных для данной массовой операции. В принципе должно быть возможным воспроизводить эту совокупность условий неограниченное число раз.

Пример 1. При бросании игральной кости "наудачу" существенным условием является только то, что кость бросается на стол, а все остальные обстоятельства (начальная скорость, давление и температура воздуха, окраска стола и т. д.) в расчет не принимаются.

Пример 2. Стрелок многократно стреляет в определенную мишень с данного расстояния из положения "стоя"; каждый отдельный выстрел является испытанием в массовой операции стрельбы в данных условиях. Если же стрелку разрешено при разных выстрелах менять положение ("стоя", "лежа", "с колена"), то предыдущие условия существенно изменяются, и следует говорить о массовой операции стрельбы с данного расстояния.

2. Абстракция событий

В математике событие – это любой объект или явление, которое может появиться или не появиться при определенных условиях. Причем создание этих условий не является обязательной причиной появления ожидаемого явления.

Различают невозможные, возможные и достоверные события.

Невозможные события – никогда не появляются при данных условиях (правильнее говорить, что вероятность появления такого события бесконечно мала).

Достоверные события – появляются всегда, если имеют место соответствующие условия. В данном случае между условиями и событиями однозначная причинно – следственная связь.

Возможные события – события, которые при одних и тех же условиях могут появляться, а могут не появляться, то есть создание условий в данном случае не гарантирует наступления события, что свидетельствует о неоднозначных или не прямых причинно – следственных связях между условиями и ожидаемыми событиями.

При изучении возможных событий возникает понятие частоты появления таких событий при многократном повторении наблюдений.

Частота события – это число случаев появления возможного события при определенных условиях. Очевидно, что это число $f = 0,1,2,3…,n$, где f – обозначение частоты, а n – ее максимально возможное значение. Также очевидно, что если $f = n$, то событие является достоверным, то есть наступает всегда.

Частота является простой малоточной мерой возможности. Более точной мерой возможности наступления события является относительная частоты (частность) – $p=f/n$

Так как $0 \le f \le n$, то $0 \le p \le 1$, в данном случае n – общее число наблюдений или испытаний (иногда говорят шансов), а f – число случаев наступления возможного события.

3. Статистическое определение вероятности

Наиболее точной мерой возможности является предел относительной частоты (частности) при неограниченном увеличении числа испытаний. Его называют статистической вероятностью.

$$P = \lim_{n \to \infty} (m/n)$$

Такое определение является чисто теоретическим, так как на практике неограниченное увеличение числа испытаний не возможно.

При подсчете числа элементарных исходов, составляющих события в классической схеме, часто используются известные формулы комбинаторики. Каждая из комбинаторных формул определяет общее число элементарных исходов в некотором идеализированном эксперименте по выбору наудачу m элементов из n различных элементов исходного множества E = {e1, e2, ..., en}.

При постановке каждого такого эксперимента строго оговорено, каким способом производится выбор и что понимается под различными выборками. Существуют две принципиально отличные схемы выбора: в первой схеме выбор осуществляется без возвращения элементов (это значит, что отбираются либо сразу все m элементов, либо последовательно по одному элементу, причем каждый отобранный элемент исключается из исходного множества). Во второй схеме выбор осуществляется поэлементно с обязательным возвращением отобранного элемента на каждом шаге и тщательным перемешиванием исходного множества перед следующим выбором. После того, как выбор тем или иным способом осуществлен, отобранные элементы (или их номера) могут быть либо упорядочены (т.е. выложены в последовательную цепочку), либо нет. В результате получаются следующие четыре различные постановки эксперимента по выбору наудачу m элементов из общего числа n различных элементов множества E.

А. Схема выбора, приводящая к сочетаниям

Определение: Сочетание из n элементов по m,называется любое неупорядоченное множество из m элементов, которое принадлежит множеству, состоящему из n элементов.

□!□−□!□!

Б. Схема выбора, приводящая к размещениям

Определение: размещением из n элементов по m, называется любое упорядоченное подмножество из m элементов, которое принадлежит множеству из n элементов.

□!□−□!

В.Правило умножения.

«Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B, следует перемножить число всех исходов испытания.

Факториал - это произведение подряд идущих первых n натуральных чисел. Обозначение n!

4. Классическое определение вероятности

Введение этого понятия произошло не в результате однократного действия, а заняло длительный промежуток времени, в течении которого происходило совершенствование формулировки .Классическое определение вероятности было подготовлено исследованиями Граунта и Петти, результаты которых убедительно показали преимущества понятия частоты перед понятием численности. Понятие частоты, т.е. отношения числа опытов, в которых появлялось данное событие, к числу всех проведённых опытов, позволяет получить практические выводы, тогда как рассмотрение численностей оставляет исследователя в состоянии неопределённости.

Классическое определение вероятности (в весьма несовершенной форме) впервые появляется у Я.Бернулли, в его сочинении «Искусство предположений» (1713). В первой главе четвёртой части этой книги он писал: Вероятность же есть степень достоверности, и отличается от неё, как часть от целого». В эту формулировку Я. Бернулли вкладывал современный смысл, что видно из его последующих слов: «Именно, если полная и безусловная достоверность, обозначаемая нами буквой α или 1(единицей), будет, для примера, предположена состоящий из пяти вероятностей, как бы частей, из которых три благоприятствуют существованию или осуществлению какого-либо события, остальные же не благоприятствуют, то будет говориться, что это событие имеет 3α/5 или 3/5 достоверности». В дальнейшем он писал об отношении числа благоприятствующих случаев к числу всех возможных, предполагая эти случаи равновозможными, но специально не оговаривая этого. Из этого высказываний следует, что Бернулли владел и статистическим понятием вероятности. Им было введено в рассмотрение и использование понятие вероятности случайного события как числа, заключённого между 0 и 1. Достоверному событию приписывалось единица (максимальное значение), а невозможному - нуль (минимальное значение). Было ясно сказано, что это число может быть определено двумя способами:1)как отношение числа случаев, благоприятствующих данному событию, к числу всех равновозможных случаев; 2) как частота события при проведении большого числа независимых испытаний. Можно сказать, что с этого момента начинается история теории вероятностей.

5. Геометрическая вероятность

В 1692 г. в Лондоне был издан английский перевод книги Х. Гюйгенса «О расчётах азартных играх». Переводчик книги – математик, врач и сатирик

Д.Арбутнов(1667-1735) добавил несколько задач, среди которых оказалась задача совсем иной природы, по сравнению с теми, которые рассматривались автором. Задача Арбутнота состояла в следующем: на плоскость наудачу бросают прямоугольный параллелепипед с рёбрами, равными а, в, с; как часто параллелепипед будет выпадать гранью ав? Решение задачи дано Т.Симпсоном (1710-1761) в книге «Природа и закон случая» (1740). Им предложена следующая идея решения. Опишем около параллелепипеда сферу и спроектируем из центра на её поверхность все рёбра, боковые грани и основания. В результате поверхность сферы будет разбита на шесть непересекающихся областей, соответствующих граням параллелепипеда. Симпсон подвёл итог: « Нетрудно заметить, что определённая часть сферической поверхности, ограниченная траекторией, описанной таким образом радиусом, будет находиться в таком же отношении к общей площади поверхности, как вероятность появления некоторой грани к единице». Сказанное в полной мере выражает принцип разыскания геометрических вероятностей: вводится мера множества благоприятствующих событию случаев и рассматривается её отношение к мере множества всех возможных случаев. В данном случае полная мера сводится к площади поверхности шара.

Французский естествоиспытатель Бюффон (1707-1788),член Парижской академии наук (1733) и почётный член Петербургской академии наук (1766), дважды публиковал работы, посвящённые геометрическим вероятностям (1733,1777).Он рассматривал следующие задачи: 1)пол разграфлен на одинаковые фигуры (прямоугольники); на пол бросается монета, диаметр которой 2r меньше каждой из сторон прямоугольника, и монета целиком укладывается внутрь фигуры; чему равна вероятность того, что брошенная наудачу монета пересечёт одну или две стороны фигуры? 2) на плоскость, разграфленную равноотстоящими параллельными прямыми, наудачу бросается игла; один игрок утверждает, что игла пересечёт одну из прямых, другой – что не пересечёт; определить вероятность выигрыша каждого игрока;3) тот же вопрос для случая, когда игла бросается на плоскость, разграфленную на квадраты. После Бюффона задачи на геометрические вероятности стали систематически включатся в монографии и учёбные пособия по теории вероятностей.

6. Алгебра событий

закономерность случайный теория вероятность

Аксиоматическое определение вероятности.

Более верным математически определением вероятности, чем классическое, является аксиоматическое определение. Здесь события рассматриваются как элементы некоего конечного или бесконечного множества Ω. Для простоты возьмем конечное множество Ω=(w1,w2,…,wn), где wi это элементы множества Ω. Это множество Ω называют пространством элементарных событий, а его элементы wi – элементарными событиями.

Рассматривают такое подмножество F(Ω), которое обладает свойством ΩЄF. Событие ϴ - пустое множество обозначим как невозможное событие ϴЄF(Ω). Тогда несовместимые события A и B будут определяться как

A ∩ B = ϴ

(∩ - знак объединения множеств, U – пресечение множеств)

Тогда если ϴЄF, для любых событий AЄF и BЄF верно следующее соотношение A∩BЄF, AUBЄF

Такое множество F – называют алгебра событий.

Вероятностью события A называют такую числовую функцию P(A), определенную на алгебре событий F, для которой справедливы следующие аксиомы:

1. Для любого AЄF верно P(A)≥0 – аксиома неотрицательности.
2. P(Ω)=1 – аксиома нормированности.
3. Если AЄF и BЄF несовместимы (то есть A∩B=ϴ), то P(AUB)=P(A)+P(B) – аксиома аддитивности.

7. Формула Бейеса

Пусть мы знаем вероятности событий A и B: P(A) и P(B). И пусть мы знаем условную вероятность события A по B: P(A|B). Как найти условную вероятность P(B|A)? На этот вопрос отвечает формула Бейеса.

P(B|A)=P(A|B)·P(B)/P(A) (1) Разумеется этой формулой можно пользоваться только при условии, что P(A)0. Формула Бейеса выводится из следующих равенств: P(BA)=P(B|A)·P(A) (2) P(AB)=P(A|B)·P(B) (3) P(BA)=P(AB) (4) так как пересечение событий B и A очевидно не зависит от порядка, в котором записаны A и B, т.е. BA=AB. В случае P(A)=0 принимаю обычно, что P(B|A) есть величина неопределенная. 8.Формула полной вероятности.

Пусть имеем полную группу из n попарно непересекающихся событий $E_1,\dots,E_n$ То есть

$E_i \bigcap E_j = \varnothing$, $\bigcup E_i = \Omega \; i = 1,\dots,n, j1,\dots,n$, (6)

Пусть мы знаем условные вероятности некоторого события A по Ei: P(A|Ei) и вероятности P(Ei), i=1,...,n. Справедлива следующая формула полной вероятности для события A P(A)=P(A|E1)·P(E1)+...+P(A|En)·P(En) (7) Доказательство этой формулы вытекает из следующих равенств P(A)=P()=P(A(Ei))=P(AE1)+...+P(AEn)=P(A|E1)·P(E1)+...+P (A|En)·P(En) (8) Из элементарной формулы Бейеса (1) и формулы полной вероятности (7) вытекает следующая более полная формула Бейеса

P(Ei|A)=P(A|Ei)·P(Ei)/(P(A|E1)·P(E1)+...+P(A|En)·P(En)) (9)

8. Полная группа событий

Несовместимые события – события, наступление которых одновременно при одном и том же опыте (испытании) невозможно. Например, выпадение двух граней кубика при одном броске невозможное событие.

Полная группа событий – совокупность однородных несовместимых событий, наступление одного из которых обязательно. Для примера с игральным кубиком полная группа событий будет выпадение каждой из шести граней.

И по классическому и по аксиоматическому определению вероятности очевидно, что вероятность наступления любого случайного события A будет равна 0<P (A)<1. Краевые значения 0 и 1 будут определять неслучайные события – их делят на:

невозможные – (P (A)=0 или P(Θ)=0) – наступление которых при данных условиях невозможно

достоверные – (P(A)=1) – наступление которых при данных условиях обязательно.

Для несовместимых событий легко определить вероятность объединения (суммы) событий. Если Ai при i

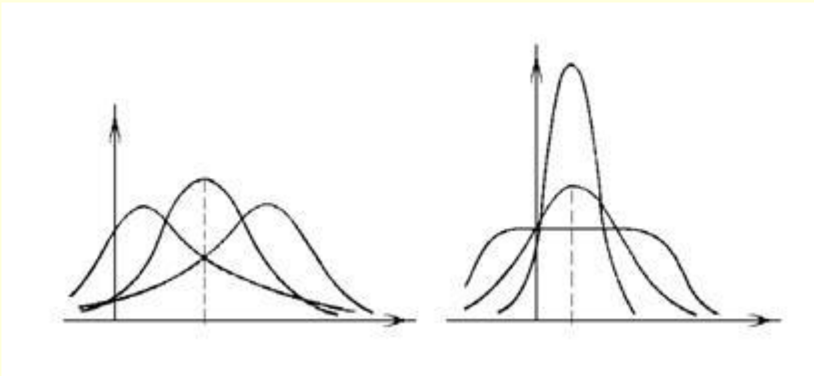
Є (1, n) несовместимые события, то вероятность суммы событий Ai равна сумме их частных вероятностей.

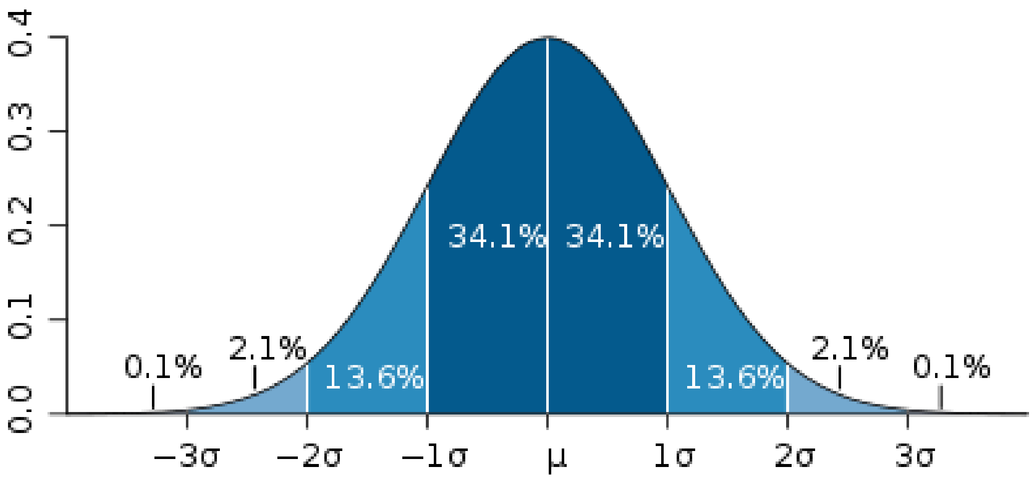
P (A1+A2+,…,+An) = P(A1)+P(A2)+…+P(An)

9.Вероятность содержательного подхода.

Измеряется по формуле 2^i=N. Эту форму очень часто используют на уроках информатики, измеряя

i	N
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512
10	1024





Заключение

Таким образом, рассмотрев теорию вероятности, ее историю и положения и возможности, можно утверждать, что возникновение данной теории не было случайным явлением вы науке, а было вызвано необходимостью дальнейшего развития технологии и кибернетики, поскольку существующее программное управление не может помочь человеку в создании таких кибернетических машин, которые, подобно человеку, будут мыслить самостоятельно. И именно теория вероятности может способствовать появлению искусственного разума. «Процессы управления, где бы они ни протекали – живых организмах, машинах или обществе,- происходят по одним и тем же законам», - провозгласила кибернетика. А значит, и те, пусть еще не познанные до конца, процессы, что протекают в голове человека и позволяют ему гибко приспосабливаться к изменяющейся обстановке, можно воспроизвести искусственно в сложных автоматических устройствах. Важнейшим понятием математики является понятие функции, но почти всегда речь шла об однозначной функции, у которой одному значению аргумента соответствует только одно значение функции и функциональная связь между ними четко определенная. Однако в реальности происходят случайные явления, и многие события имеют не определенный характер связей. Поиск закономерностей в случайных явлениях - это задача раздела математики теория вероятности. Теория вероятности является инструментом для изучения скрытых и неоднозначных связей различных явлений во многих отраслях науки, техники и экономики.

Теория вероятности позволяет достоверно вычислить колебания спроса, предложения, цен и других экономических показателей. Также теория вероятности является основой такой науки как статистика. На формулах этого раздела математики построено так называемая теория игр.

Список Литературы.

1.Энциклопедия «Я познаю мир» том Математика, «издательство АСТ» города Москва

2.Энциклопедия «Для школьников 5-11 класс»

3. «Универсальная Энциклопедия знаний», составитель Завязкин О.В.

4.Энциклопедия «Математика» издательство «РОСМЭН» 2006 год.

5. Учебник Алгебры (Теория)9 класс автор Мордкович.

Приложения.

1.Задачи по правилу умножения:

а) Задача: В коридоре 3 лампочки. Сколько имеется различных вариантов освещения, включая случай, когда лампочки не горят?

Решение: Первая лампочка может или гореть, или не гореть, т.е. имеется 2 возможных исхода. Но тоже самое относиться и ко второй и к третьей лампочке. Я предполагаю, что лампочки горят или нет независимо друг от друга. По правилу умножения, получил, что 2*2*2=8

Ответ:8

б) Задача: В семье 6 человек, а за кухонным столом 6 стульев. Было решено каждый вечер перед ужином садиться по- новому. Сколько дней члены семьи могут делать это без повторений?

Решение: №1,№2,№3,№4,№5,№6- это номера стульев. Места семья занимает по очереди (бабушка, дедушка, мама, папа, дочь, сын).

Допустим первой сядет бабушка, у нее 6 вариантов выбора стула. Потом садиться дедушка у него 5 вариантов. У мамы 4 варианта, у папы-3, у дочери-2, у сына-1. По правилу умножения получим, что 6*5*4*3*2*1=720. Т.е. 720 дней - это почти 2 года!

Ответ:720 дней.

2.

Трое охотников одновременно выстрелили по медведю, который был убит одной пулей. Определить вероятность того, что медведь был убит первым стрелком, если вероятности попадания для этих стрелков равны соответственно 0,3, 0,4, 0,5.

Решение

В этой задаче требуется определить вероятность гипотезы уже после того, как событие уже совершилось. Для определения искомой вероятности надо воспользоваться формулой Бейеса. В нашем случае она имеет вид:

$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)+P(H_3)P(A/H_3)}$$

В этой формуле H_1, H_2, H_3 – гипотезы, что медведя убьет первый, второй и третий стрелок соответственно. До произведения выстрелов эти гипотезы равновероятны и их вероятность равна 1/3. $P(H_1/A)$ – вероятность того, что медведя убил первый стрелок при условии, что выстрелы уже произведены (событие А).

Вероятности того, что медведя убьет первый, второй или третий стрелок, вычисленные до выстрелов, равны соответственно:

$$P(A/H_1)=p_1q_2q_3=0{,}3\cdot 0{,}6\cdot 0{,}5=0{,}09$$
$$P(A/H_2)=q_1p_2q_3=0{,}7\cdot 0{,}4\cdot 0{,}5=0{,}14$$
$$P(A/H_3)=q_1q_2p_3=0{,}7\cdot 0{,}6\cdot 0{,}5=0{,}21$$

Здесь $q_1 = 0{,}7$; $q_2 = 0{,}6$; $q_3 = 0{,}5$ – вероятности промаха для каждого из стрелков, рассчитаны как $q = 1 – p$, где p – вероятности попадания для каждого из стрелков.

Подставим эти значения в формулу Бейеса:

$$P(H_1/A)=\frac{0{,}09}{0{,}44}=\frac{9}{44}.$$

3. Вероятности того, что нужная деталь находится в первом, втором, третьем или четвертом ящике, соответственно равны 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Найти вероятности того, что эта деталь находится не более, чем в трех ящиках.

Решение

а) Вероятность того, что данная деталь находится во всех четырех ящиках, равна

$$P=P_1P_2P_3P_4=0{,}6\cdot 0{,}7\cdot 0{,}8\cdot 0{,}9=0{,}3024.$$

Вероятность того, что нужная деталь находиться не более, чем в трех ящиках равна вероятности того, что она не находится во всех четырех ящиках.

$$P(A)=1-P=1-0{,}3024=0{,}6976$$

4. **Дано:**

В ящике лежат шары: 4 белых, 10 красных, 8 зеленых, 9 коричневых. Из ящика вынимают один шар. Пользуясь теоремой сложения вероятностей определить, какова вероятность, что шар окажется цветным (не белым) ?

Решение:

Всего в ящике лежит **N=4+10+8+9=31** шар.

Вероятность вытащить красный шар

$$P_{КР} = \frac{M_{КР}}{N} = \frac{10}{31} \approx 0.3226$$

Вероятность вытащить зеленый шар

$$P_З = \frac{M_З}{N} = \frac{8}{31} \approx 0.2581$$

Вероятность вытащить коричневый шар

$$P_{КОР} = \frac{M_{КОР}}{N} = \frac{9}{31} \approx 0.2903$$

Т.к. эти три события несовместны, то пользуясь теоремой сложения вероятностей, определим вероятность того, что шар окажется цветным (не белым)

$$P = P_{КР} + P_З + P_{КОР} = 0.3226 + 0.2581 + 0.2903 = 0.871$$

5.

Одновременно бросают 3 монеты. Какова вероятность того, что выпадут три решка?

Решение: 2^i=N, нам известно, что всего 3 монеты, значит 2^3=8-это знаменатель, а так как нам нужен только один

□□

Размещение без повторений из *k* элементов по *m* элементов – это кортеж длины *m*, составленный из неповторяющихся элементов множества, в котором *k* элементов.

$$A_k^m = \underbrace{k\cdot(k-1)\cdot\ldots\cdot(k-m+1)}_{m \text{ множителей}}, \qquad A_k^m = \frac{k!}{(k-m)!}$$

Задача: сколько всевозможных трехзначных чисел можно записать, используя цифры 7, 4 и 5, так, чтобы цифры в записи числа не повторялись?

Решение: в задаче рассматриваются размещения без повторений из трех элементов по три, и их число можно подсчитать по формуле:

A_3^3 =3(3-1)·(3-2)=3·2·1=6.

Эти числа таковы: 745, 754, 475, 457, 547, 574.

Сочетание без повторения из *k* элементов по *m* элементов – это *m*-элементное подмножество множества, содержащего *k* элементов.

$$\tilde{N}_k^m = \frac{k!}{m!(m-k)!}$$

Два сочетания из *k* элементов по *m* элементов отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Число всевозможных сочетаний без повторений из *k* элементов по *m* элементов обозначают C_k^m [23, 154].

Задача: четыре человека сыграли друг с другом по одной партии в шахматы. Сколько было сыграно партий?

Решение: каждую партию можно рассматривать как комбинацию из двух элементов четырех элементного множества, в которой порядок расположения элементов не существен. Но такие комбинации являются сочетаниями без повторений из 4 элементов по 2 и их число равно: $\tilde{N}_4^2 = \frac{4!}{2!\cdot 2!} = 6$

Пример. Следующие последовательности цифр являются размещениями по 2 элемента из 3 элементов множества {1;2;3}: 12, 13, 23, 21, 31, 32.

Заметим, что размещения отличаются порядком входящих в них элементов и их составом. Размещения 12 и 21 содержат одинаковые цифры, но порядок их расположения различен. Поэтому эти размещения считаются разными.

Число различных размещений из *n* элементов по *k* обозначается A_n^k и вычисляется по формуле:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!},$$

где $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n - 1) \cdot n$ (читается «n – факториал»).

Число двузначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 2, 3 при условии, что ни одна цифра не повторяется равно: $A_3^2 = \frac{3!}{1!} = 6$