

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Методические аспекты изучения математики

Старинные задачи

Кривошеева Елена Владимировна,
11 кл., МАОУ «СОШ №1», г.Пермь

Кошина Елена Николаевна,
учитель математики МАОУ «СОШ №1»

Пермь. 2012.

Введение:

Начальные понятия математики, а так же самые высокие и отвлеченные идеи математической науки получили начало от практики человека. Отдельные математические знания, выросшие из практической деятельности человека, из наблюдения им явлений природы, существовали у всех народов древности. Математические сведения накапливались в результате практической деятельности народов в течение тысячелетий. Ряд имен известных математиков встречаются в школьных учебниках, которые внесли огромный вклад в развитие математики. Во многих учебниках есть старинные задачи. Особенно меня заинтересовали авторские старинные задачи. Мне захотелось узнать, каким народам принадлежат эти задачи, которые до сих пор интересны.

Актуальность: Расширить свои знания в области решения старинных задач.

Объект исследования: Задачи

Предмет исследования: Старинные задачи

Цель работы: Изучение старинных задач разных народов.

Задачи:

- Изучить литературу по данной теме.
- Выяснить происхождение старинных задач, их авторов.
- Распределить задачи по группам различных народов.
- Выбрать более интересные для меня задачи и их решить.
- Изучить справочную литературу по решению некоторых задач.

Наиболее древние письменные математические тексты датируются примерно началом II тыс. до н. э. Математические документы сохранились только в Египте, Вавилоне, Китае и Индии.[1]

Египет.

Древние египтяне записывали математические правила на стенах храмов или на папирусах. Современная наука располагает сравнительно небольшим

числом египетских математических документов. Их всего около пятидесяти.

[2]

Самым древним документом египетской математики, относящийся к эпохе около 1850 года до начала нашего летосчисления, является «Московский папирус», который хранится в Московском музее изобразительных искусств им. А.С. Пушкина с 1912 года. В нем решены несколько задач, среди которых задача о вычислении объема усеченной пирамиды с квадратным основанием, которое является высшим достижением египетской математики. В нем содержится 25 задач.

Еще одним историческим документом развития математики в Египте является папирус Ахмеса, его часто называют папирусом Райнда (английский собиратель, который нашел и приобрел папирус), который хранится в Британском музее. Папирус относится к 1700 году до нашей эры. В нем содержится решение 84 задач.

Вавилон.

Математика в древнем Вавилоне зародилась задолго до нашей эры. Найдена математическая энциклопедия вавилонян на сорока четырех глиняных таблицах, представляющая как бы сводку всех математических достижений вавилонян и относящаяся ко времени около двухтысячного года до нашего летосчисления, то есть к моменту наивысшего расцвета вавилонской культуры. Вавилонские памятники в виде глиняных плиток (всего около 500000) хранятся во многих музеях мира, в том числе в Эрмитаже и московском Музее изобразительных искусств, из них примерно 150 текстов математических задач.

Греция.

Ученые древней Греции путешествовали в Египет для изучения науки и культуры. И примерно с IV века до нашей эры древние греки стали на путь самостоятельных изысканий по математике и достигли в этом направлении значительных успехов, особенно по геометрии. Ценными документами

(памятниками математической культуры) являются труды известных математиков:

- «Начала» сочинения из 13 книг Евклида.
- Работы Апполония.
- Трактат «О шаре и цилиндре», «О спиралях», «Леммы», «Исчисление псчинок» и др. работы Архимеда.
- Работы Пифагора.
- Сочинения «Арифметика» и «О многоугольных числах» Диофанта
- «Греческая антология».
- «Математическая коллекция» сочинения из 8 книг Паппы Александрийского.
- Работы, являющиеся энциклопедией античной прикладной математики Герона Александрийского.
- «Введение в арифметику» труд математика и философа Никомаха из Герасы.
- Труды Эратосфена.
- «Конические сечения» сочинения из 8 книг Апполония Пергского.
- «Задачи в стихах» рукописные сборники Метродора.

Из большого числа задач таких известных авторов выбрала несколько, которые по моему мнению отражают эпоху древней Греции.

Индия.

За две или полторы тысячи лет до начала нашего летосчисления были написаны древние индусские книги, называемые ведами. Многие задачи написаны в Бахшалийской рукописи, найденной в 1881 году при раскопках в Бахшали. Рукопись выполнена на березовой коре и относится к III или IV веку до нашей эры[3]. В трактате «Сущность вычисления» Сридхары много интересных задач, которыми пользовались индийские математики последующих времен. Еще одним из многих документов индийской математики является трактат «Венец астрономического учения», выдающегося индийского математика XII века Бхаскара-акария. Так же

много задач есть в индийском сборнике «Сулва-сутра» («Правило веревки»), который является самым старым памятником индийской геометрии.

Наиболее известными индийскими математиками являются Ариабхата (конец I в.), Брамагупта (VII), Бхаскара (XII), Сридхара (VI-X в. время точно не установлено).

Китай.

Китайская цивилизация возникла на берегах реки Хуанхэ в начале II тыс. до н.э. К древнейшим памятникам китайской математики относятся гадательные кости животных (XIV в. до н.э.), на которых сохранились обозначения цифр. А также на обломках посуды XII-XII вв. до н.э. имеются изображения геометрических орнаментов с правильными 5-, 7-, 8-, 9-угольниками. Первые книги по математике были: «Математики в девяти книгах» (III в. до н. э.), второй по размеру трактат «Десятикнижъя» автор Чжан Цюцзянь (V в.), к древнейшим математическим трактатам относится «Девять отделов искусства счета» («Киу-Чанг»).

Практическая часть.

Задачи древнего Египта.

Задача из папируса Ахмеса:

У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?

Решение:

Переведя условие задачи на математический язык, мы видим, что она имеет геометрическую прогрессию. 5 членов со знаменателем 7: 7, 49, 343, 4201, 16807.

Подсчитаем сумму пяти членов г. п. по формуле:

$$S_5 = (a_5 g - a_1) / (g - 1)$$

$$S_5 = (16807 \cdot 7 - 7) / (7 - 1) = 19067$$

Ответ: Числа этого ряда: 7, 49, 343, 4201, 16807. Сумма: 19067

Задача из Московского папируса:

Определить объем квадратной усеченной пирамиды, если ее высота равна 6, сторона нижнего основания 4, верхнего 2.

Решение:

$V_{\text{усеч. пир.}} = 1/3h \cdot (a^2 + ab + b^2)$, где h – высота пирамиды, a и b – соответственно нижнее и верхнее основания.

$$V_{\text{усеч. пир.}} = 1/3 \cdot 6 \cdot (16 + 4 + 8) = 56$$

Задачи древнего Вавилона.

Задача на глиняной табличке (9ок. 1950 до н.э.):

Площадь A , состоящая из суммы площадей двух квадратов, составляет 1000.

Сторона одного из квадратов составляет уменьшенные на 10 две трети стороны другого квадрата. Каковы стороны квадратов?

Решение:

Пусть x – сторона первого квадрата, тогда $2/3x - 10$ – сторона второго квадрата.

Решим уравнение:

$$(2/3x - 10)^2 + x^2 = 1000$$

$$13x^2 - 120x - 8100 = 0$$

$$D = 435600$$

$$X_1 = 30$$

$$X_2 = -540/26 \text{ (не подходит)}$$

30 – сторона первого квадрата

$$2/3x - 10 = 2/3 \cdot 30 - 10 = 10$$

10 – сторона второго квадрата

Ответ: 30 и 10 стороны квадратов.

Задачи древней Греции.

Задача Метродора:

Здесь погребен Диофант, и камень могильный

При счете искусном расскажет нам,

Сколь долгод был его век.

Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни;

В двенадцатой части затем пришла его светлая юность.
Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея.
Пять лет протекли, и прислал Гименей ему сына.
Но горе ребёнку! Едва половину он прожил
Тех лет, что отец, как скончался несчастный.
Четыре года страдал Диофант от утраты такой тяжелой
И умер, прожив для науки. Скажи мне,
Скольких лет достигнув, смерть восприял Диофант?

Решение:

Условие задачи приводит к уравнению:

$1/6x + 1/12x + 2/7x + 5 + 1/2x + 4 = x$. Решая это уравнение, получим
 $x = 84$.

Ответ: Диофант умер в 84 года.

Задача из «Греческой антологии»:

- Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?
- Вот сколько, - ответил философ – половина изучает математику, четверть – музыку, седьмая часть пребывает в молчании, и, кроме того, есть ещё три женщины.

Решение:

Задача сводится к уравнению:

$1/2x + 1/4x + 1/7x + 3 = x$

Решая это уравнение, получим $x=20$.

Ответ: школу Пифагора посещают 20 человек.

Задачи Индии.

Задача из Бхаскары:

На две партии разбившись,

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело резвилась.
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько ты скажешь
Обезьян там было в роще?

Решение:

Эту задачу сам Бхаскара решал примерно так:

Если обозначим число всех обезьян через x , то задача сведется к решению уравнения:

$$x^2/64 + 0 \cdot x + 12 = 0 \cdot x^2 + x + 0$$

После приведения к одному знаменателю и упрощения получим:

$$x^2 - 64x = -768.$$

Прибавляя к обеим частям квадрата 32, будем иметь:

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024.$$

После извлечения квадратного корня получаем:

$$x - 32 = 16.$$

«В данном случае, - говорит Бхаскара, - отрицательные единицы первой части таковы, что единицы второй части меньше их, а потому последние можно считать и положительными и отрицательными, и получаем двойное значение неизвестного: 48 и 16»

Задача из индийского сборника «Сулва-сутра»:

Старинное индийское правило гласит, что надо разделить диаметр круга на 15 равных частей и взять 13 таких частей для стороны квадрата, равного (приблизительно) кругу. Определить приближение для π , получающееся в этом случае, и оценить в процентах ошибку с точностью до 3-го десятичного знака

Решение:

Обозначив диаметр круга через d , будем иметь

$$\pi d^2/4 = (13/15d)^2.$$

Откуда:

$$\pi \approx 676/225,$$

Или $\pi \approx 3,00(4)$. Погрешность около 4,3%.

Задачи Китая.

Задача Ло-шу:

Заполнить натуральными числами от 1 до 9 квадратную таблицу размером 3x3 так, чтобы суммы чисел по всем строкам, столбцам и диагоналям были равны одному и тому же числу 15.

Ответ: см. рис.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Задача Чжан Цюцзяня:

1 петух стоит 5 цяней (цянь-денежная единица), 1 курица стоит 3 цяня, 3 цыпленка стоят 1 цянь. Всего на 100 цяней купили 100 птиц. Спрашивается, сколько было в отдельности петухов, кур, цыплят.

Решение:

x - число петухов, y - число куриц, z - число цыплят. Решая систему из двух уравнений: $5x+3y+1/3z=100$ и $x+y+z=100$ получаем ответ: 0 петухов, 25 куриц, 75 цыплят или 4, 18, 78 или 8, 11, 81 или 12, 4, 84.

Заключение.

Работая над этой темой, я узнала о древнейших работах и трактатах, в которых сохранились задачи разных эпох и различных народов, об авторах этих задач. Узнала о том, что древнейшие папирусы, глиняные таблички, осколки посуды являются памятниками математических знаний. Решила несколько старинных задач и познакомилась с решением некоторых задач

самих авторов. Изучением старинных задач можно заниматься очень долго, но чтобы узнать всю историю нужно гораздо больше времени. Я узнала много нового и познавательного, но это малая часть такой науки, как математика.

Наука математика никогда не стоит на месте, она развивается и в современном обществе. Думаю, что ученые до сих пор придумывают новые задачи и решения к ним и в будущем для наших потомков, современные задачи будут потом старинными.

Я планирую в дальнейшем продолжить изучение старинных задач, так как я не рассмотрела задачи Европы, арабские задачи, особенно русские задачи, которых огромное количество и таких известных авторов как, например Л.Н.Толстого и Л.Ф.Магницкого.

Литература.

1. И.И. Баврин, Е.А. Фрибус, «Старинные задачи», 1994 г.
2. И.Депман «Рассказы о математике», 1954г.
3. В.Д. Чистяков «Сборник старинных задач по элементарной математике», 1962г.
4. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Патанов М.К., «Старинные занимательные задачи», 1988г.
5. В.Платонов, К.Арлюк, В.Зарецкий, «Избранные задачи элементарной математики», 1964г.
6. Л.М Лихтарников, «Задачи мудрецов».
7. Л.С Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Киселева, Э.Г. Позняк Москва «Просвещение» 2009, геометрия 10-11 классы, учебник для общеобразовательных учреждений, базовый и профильный уровни.
8. Интернет-ресурсы.