

Краевой конкурс творческих работ учащихся  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

**Цвета анизотропных пластинок в поляризованном  
свете**

Мацюк Ольга Брониславовна,  
11 кл., МБОУ «Лицей №1» г.  
Перми,

Герцен Татьяна Анатольевна,  
к.х.н., доцент ПНИПУ

Пермь. 2012.

## *Оглавление.*

Аннотация.	3
Введение.	4
Естественный и поляризованный свет	5
Поляризованный свет.	7
Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.	8
Поляризация по эллипсу	9
Использование поляризованного света.	10
Заключение.	12
Список использованной литературы.	13

## *Annotation.*

(Аннотация)

This research work is devoted to phenomena of polarization. The main subject of it is the anisotropic plates (scotch) between two polaroids. The main aim of it is study the oscillations sum problem. To analyze the instance of color and light from the angle of Polaroid. To study theoretical material on the point.

To accomplish the task it is necessary to solve the mathematic problem and to connect the angle of polarization with the phase difference and then with the wavelengths «colors» were measured with the diffraction spectrometer.

It should be noted that this problem illustrates the important physical observations and it may be used in lectures and practical works of students.

## ***Введение.***

Свет – это электромагнитная волна (по теории Максвелла), в которой лучи движутся в различных направлениях. Будучи поперечной волной, свет может быть поляризован. Все эти явления хорошо наблюдаются и могут быть очень зрелищными, доставляя эстетическое удовольствие.

Основная идея данной работы – получение окрашенных прозрачных пленок без использования красок, Для реализации этой идеи было использовано явление двойного лучепреломления и интерференции поляризованных лучей при прохождении ими целлофановых пленок.

Цель работы – изучить научную и научно-популярную литературу, посвященную волновой природе света, исследовать прохождение света через пленки (скотча), получить взаимосвязь того или иного цвета от угла поворота поляроида.

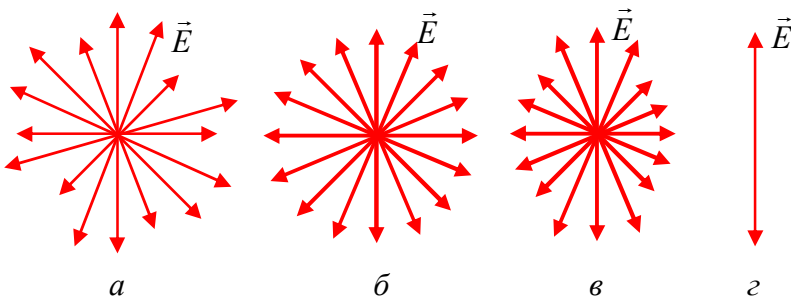


Рис. 2. Схемы представления естественного (а), циркулярно поляризованного (б), частично (эллиптически) поляризованного (в) и плоско (линейно) поляризованного (г) света.

## Естественный и поляризованный свет

Явление поляризации света – это третье (после интерференции и дифракции) явление, подтверждающее

волновую природу света.

Электромагнитная волна представляет собой колебания электрического и магнитного полей. Физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другое действие света на вещество вызывается электрическим полем, поэтому вектор  $\vec{E}$  называют *световым вектором*. Плоскость, в которой происходят колебания этого вектора, называется *плоскостью поляризации*.

Свет, в котором направления колебаний упорядочены каким-

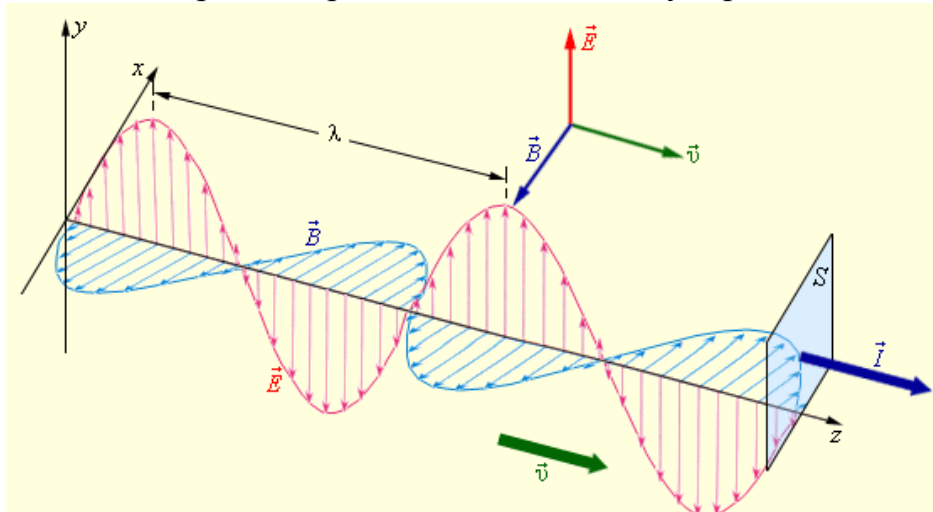


Рис. 1. Синусоидальная (гармоническая) электромагнитная волна.

Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{v}$  взаимно перпендикулярны.

либо образом, называется **поляризованным светом**. Свет, в котором колебания  $\vec{E}$  одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется **частично поляризованным светом**.

Глаз человека не отличает естественный свет от поляризованного. Зрительное ощущение вызывает только интенсивность света  $J$ .

**Интенсивностью световой волны** называется величина  $J$ , численно равная энергии, которую переносит волна за единицу

времени сквозь единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению распространения волны.

Интенсивность электромагнитной волны пропорциональна квадрату амплитудного значения напряженности электрического поля  $\vec{E}$ , т.е.  $J \sim E^2$ .

$$P = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}} \quad \text{степень поляризации} \quad (1)$$

Для естественного света:  $J_{\max} = J_{\min}$  и  $P = 0$ ; для плоско поляризованного света  $J_{\min} = 0$  и  $P = 1$ .

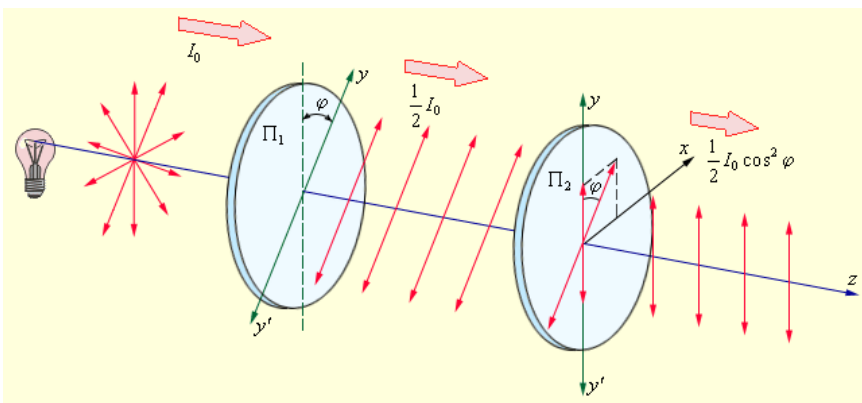


Рис. 3. Прохождение естественного света через два идеальных поляризатора.  $yy'$  – разрешенные направления поляризаторов.

**Плоскостью поляризации** называется плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоско поляризованной волны и направление распространения этой волны.

**Поляризатор** – вещество, пропускающее свет определенного направления (например, турмалин).

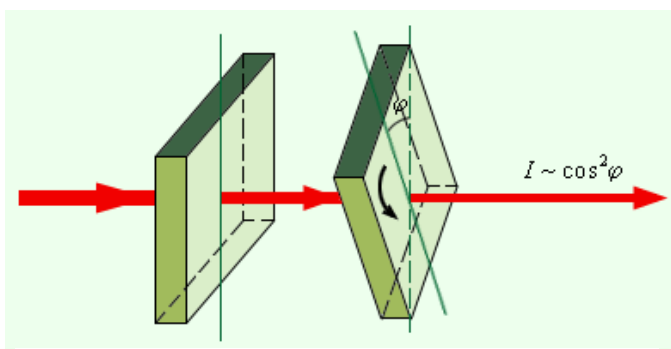


Рис. 4. Иллюстрация к закону Малюса

В 1809 году французский инженер Э. Малюс установил:

$$E = E_0 \cos \varphi \Rightarrow J \sim E^2 \Rightarrow$$

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad \text{– закон Малюса} \quad (2)$$

**При повороте плоскости поляризации интенсивность пропускаемого через поляризатор света уменьшается пропорционально косинусу угла поворота в квадрате.**

## *Поляризованный свет.*

Поляризация происходит при прохождении света сквозь некоторые кристаллы (турмалин, исландский шпат) и тонкие пленки из синтетических материалов. Свет, прошедший через такой поляризатор, на взгляд ничем не отличается от обычного. Но если на пути поляризованного луча поместить второй кристалл или кусок пленки - анализатор, - станут видны его особые свойства.

При повороте анализатора вокруг оси, совпадающей с направлением луча, проходящий свет периодически пропадает. Это происходит в тот момент, когда поляризаторы "скрещены" - пропускают колебания во взаимно перпендикулярных направлениях. Если же между скрещенными поляроидами поместить несколько листочков целлофана или полоску прозрачной пластмассы, станут видны разноцветные полосы, покрывающие всю поверхность.

Луч света, падающий перпендикулярно на поверхность обычного прозрачного вещества (скажем, стекла), проходит внутрь его, не преломляясь. А в кристалле исландского шпата или скотче, как раз рассмотренном нами, он расщепляется на два. Один луч ведет себя обыкновенным образом - проходит насквозь без преломления. Другой луч в отклоняется на некоторый угол, преломляется на противоположной его грани и выходит наружу параллельно первому. Этот луч получил название необыкновенного. [ При вращении кристалла обыкновенный луч остается неподвижным, а необыкновенный станет описывать вокруг него круги.]

При выходе из пленки (скотча) лучи могут либо совпадать по фазе, либо нет - это зависит от длины волны света, толщины скотча и разницы в коэффициентах преломления лучей. Направление поляризации луча, выходящего из пленки, будет зависеть от этой разности фаз.

Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Когда в кристалл попадает обычный свет, это незаметно. Но если свет поляризован, картина меняется. Когда плоскости поляризации света и одного из лучей оказываются перпендикулярными, этот луч пропадает. И при вращении кристалла через каждые  $90^\circ$  будет наблюдаться его потемнение (но окраска не изменится!)

## Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.

На скотч толщиной  $d$ , вырезанный перпендикулярно ее оптической оси нормально падает свет, на выходе между обыкновенным ( $o$ ) и необыкновенным ( $e$ ) лучами появляется оптическая разность хода  $\Delta$  и разность фаз  $\varphi$

$$\Delta = (n_o - n_e) d ; \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_o - n_e) d \quad (4)$$

При сложении взаимно перпендикулярных колебаний результирующее колебание:

$$\frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} - 2 \frac{xy}{E_o E_e} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (5)$$

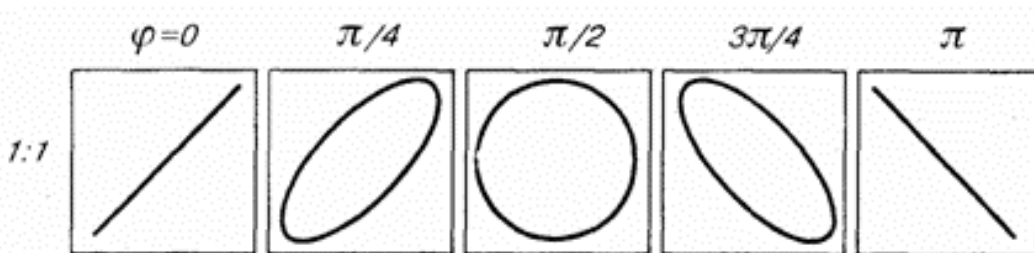
**Пластика в четверть волны** (эллиптически, циркулярно поляризованный свет):

$$\Delta = \frac{\lambda_0}{4} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi \lambda_0}{\lambda_0} \frac{1}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} = 1, \text{ при } E_o = E_e \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 \quad (6)$$

**Пластика в полволны** (плоско поляризованный свет):

$$\Delta = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi \lambda_0}{\lambda_0} \frac{1}{2} = \pi \Rightarrow \frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} + 2 \frac{xy}{E_o E_e} = 0, \text{ при } E_o = E_e \Rightarrow$$

$$(x + y)^2 = 0 \Rightarrow y = -x$$





## Поляризация по эллипсу.

A – луч обыкновенный

B – луч необыкновенный

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (1)$$

В результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний, мы получаем уравнение эллипса. Ориентация эллипса зависит относительно осей x и y зависит от разности фаз ( $\delta$ ). А разность фаз ( $\delta$ ) зависит от длины волны ( $\lambda$ ), в случае белого света таких эллипсов будет много. В зависимости от длины волны ( $\lambda$ ), они будут ориентированы по-разному.

$$\frac{x_1^2}{A^2} + \frac{y_1^2}{B^2} = 1 \quad (2)$$

Приведем к общему знаменателю.

$$B^2 x_1^2 + A^2 y_1^2 - A^2 B^2 = 0 \quad (3)$$

$$x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha \quad (4)$$

$$y_1 = -x \sin \alpha + y \cos \alpha$$

Подставим.

$$(B^2 \cos^2 \alpha + A^2 \sin^2 \alpha)x^2 + (B^2 \sin^2 \alpha + A^2 \cos^2 \alpha)y^2 + (B^2 - A^2) \sin 2\alpha xy = A^2 B^2 \quad (5)$$

Уравнение (1) приведено к виду :

$$B^2 x^2 + A^2 y^2 - 2AB \cos \Delta \alpha xy = A^2 B^2 \sin^2 \delta$$

(1) и (5) тождественны. Приравняем коэффициенты при  $x^2$ ,  $y^2$  и  $xy$

$$B^2 = B_1^2 \cos^2 \alpha + A_1^2 \sin^2 \alpha \quad (6)$$

$$A^2 = A_1^2 \cos^2 \alpha + B_1^2 \sin^2 \alpha \quad (7)$$

Вычтем. Получим.

$$2AB \cos \alpha = (A_1^2 - B_1^2) \sin 2\alpha \quad (8)$$

$$A^2 B^2 \sin^2 \delta = A_1^2 B_1^2 \quad (9)$$

(7) – (6) получаем:

$$A^2 - B^2 = (A_1^2 - B_1^2) \cos 2\alpha \quad (10)$$

(8) делим на (10) получаем:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2AB}{A^2 - B^2} \cos \delta$$

Угол альфа ( $\alpha$ ) при одних и тех же A и B

Зависит от разности фаз ( $\delta$ ), следовательно и от длины волны ( $\lambda$ ) – это и объясняет цвет пластинок.

## ***Использование поляризованного света.***

1. Свойства поляризационного фильтра давно используются в фотографии и в быту. К примеру, отраженный на границе двух прозрачных сред свет всегда частично поляризован, поэтому поляризационный фотофильтр эффективно нейтрализует яркие блики. Поляризованные линзы в солнцезащитных очках помогают автолюбителям справиться со слепящим блеском мокрого асфальта, а лыжникам и сноубордерам – с отраженным от снега солнечным светом. Наконец, на эффекте поляризации работают современные ЖК-экраны: жидкие кристаллы, поляризующие свет, меняют свое положение относительно поляризующей подложки, тем самым регулируя яркость каждой точки. Именно свойству кристаллов поляризовать свет мы и обязаны повсеместным использованием поляризации.

2. Мольберт Остин – световой стол, дающий равномерное освещение по всей площади, и разложенная на нем поляризационная пленка. После завершения работа будет накрыта еще одним поляризационным фильтром, и ее можно будет увидеть невооруженным глазом. В процессе создания картины Остин работает в очках с поляризационными линзами. А для непосвященного зрителя незаконченный поляризационный коллаж выглядит как абсолютно белый лист.

Остин выкладывает фигуры на столе, подбирая количество слоев целлофана для каждого рисунка. От количества слоев зависит направление поляризации прошедшего света и, соответственно, цвет художественного элемента. Готовая работа Остин Вуд-Комароу представляет собой расположенные друг над другом световую подложку, нижнюю поляризационную пленку, собственно аппликацию из многослойного целлофана и верхнюю поляризационную пленку. Работы Остин не бывают статичными. К примеру, верхний фильтр может приводиться в движение электродвигателем со скоростью примерно два оборота в минуту. Зрителю предлагается наблюдать, как плавно, синхронно и причудливо меняются элементы картины, переливаясь всеми цветами радуги. Некоторые работы Остин оставляет без верхнего фильтра, чтобы зрители могли увидеть, как выглядит абсолютно прозрачная аппликация. Благодаря разному количеству слоев целлофана на разных элементах графики эти работы приобретают эффектный рельеф. Насладившись первозданной красотой,

зритель может взять в руки поляризационный фильтр и полюбоваться полноцветным полагом, поиграть с цветами и формами, перемещая и поворачивая инструмент.

## *Заключение.*

В работе была рассмотрена система, состоящая из двух поляроидов, анизотропного вещества – скотча. В этой системе, из-за некоторых свойств, имеющихся у материалов, мы измерили зависимость цвета пленки от угла поворота в поляризационном свете.

В следствии сложения взаимно перпендикулярных колебаний, изменения длин волн... мы видим различные цвета на выходе света второго поляроида.

Эта работа может использоваться в целях теоретического и наглядного примера поляризации света в анизотропных веществах в учебных учреждениях. А также эта работа актуальна в современных технологиях.

## Список используемой литературы.

1. Сергей Аapresов. Красками из радуги.
2. Мякишев Г. Я., Синяков А. З. Физика «Оптика» 10 класс 2005г.
3. Мякишев Г. Я., Синяков А. З А Физика «Колебания и волны» 11 класс 2006 г.
4. Федосеев В. Б. Физика
5. Гершензон Е. М. «Оптика» Просвещение 1981г.