

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Математическое моделирование

Имитационная модель оптимальной диспозиции войск

Мусин Динар, Майоров Дмитрий,
11 кл., МБОУ «Лицей №1» г. Перми,

Волегов Павел Сергеевич,
доцент ПНИПУ, к.ф.-м. н.

Пермь. 2012.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Концептуальная постановка.....	4
Глава 2. Математическая постановка	8
Глава 3. Результаты работы.....	11
Заключение.....	22
Список используемой литературы	23

Введение

В условиях боевой обстановки войска не всегда ведут только активные боевые действия. Они могут располагаться в отведенных им районах до получения боевой задачи или, имея боевую задачу, готовиться к ее выполнению. В частности, при подготовке наступления войска могут находиться в исходных районах или в районах сосредоточения на значительном удалении от рубежа боевого соприкосновения сторон; при переходе к обороне войска, находящиеся в составе второго эшелона и резервов, определенное время могут располагаться в районах сосредоточения; во время передвижения войскам определяются районы сосредоточения, районы отдыха, районы ожидания и районы сбора. Такие действия войск принято называть расположением на месте (диспозицией)[1].

Актуальность проблемы заключается в том, что диспозиция войск и их возможности сильно влияют на исход боя. Каждый тип войск имеет свои способности, которые необходимо учесть.

Целью исследования является влияние взаимодействия всех возможностей разных родов войск и получение расположения для максимальной эффективности.

Для решения этой задачи могли быть использованы знания, полученные из исторических книг или экспериментальные данные. В истории было достаточно случаев, по которым можно было судить о влиянии диспозиции и характеристик войск на исход боя. Для того чтобы решить проблему экспериментально необходимо очень много средств, довольно таки затратных.

Мы решили создать имитационную модель сражения т.к. мы не владеем достаточным количеством ресурсов для реализации других методов.

Мы считаем, что наша модель позволит увидеть зависимость исхода боя от диспозиции и характеристик войск, не используя лишних средств.

Глава 1. Концептуальная постановка

Модель необходима для того чтобы найти наилучшую расстановку войск в зависимости от имеющихся в запасе войск и их характеристик. Для решения данной проблемы мы хотим построить математическую модель на основе клеточного автомата. В клеточном автомате будет показано взаимодействие двух противостоящих батальонов войск.

Данная работа основывается на клеточном автомате «Жизнь» Джона Конвея [2]. Игрок не принимает прямого участия в игре, а лишь расставляет начальную конфигурацию «живых» клеток, которые затем взаимодействуют согласно правилам уже без его участия. В отличие от модели Конвея, в нашей модели будет до семи различных состояний ячеек, которые будут меняться в соответствии с правилами. Возможность данной модели предоставляет преобразовать действия в реальную жизнь.

Развитие моделей, использующих имитационный подход, связано с необходимостью исследования очень сложных систем, встречающихся на практике. Аналитические и численные методы, позволяющие провести наиболее полное исследование математической модели объекта, применимы далеко не для всех систем. Для многих сложных систем при построении аналитических моделей исследователю зачастую приходится идти на серьезные упрощения, чтобы получить представление о некоторых общих свойствах моделируемой системы, например, оценить устойчивость стационарного состояния системы.

Моделируемая система может быть настолько сложна, а поведение ее – так многообразно и непредсказуемо, что принятая система гипотез может приводить не только к существенным количественным, но и качественным отличиям результатов моделирования от поведения системы в реальных условиях. При этом повышение степени адекватности модели может оказаться невозможным по многим причинам: вследствие неразвитости существующих аналитических и численных методов, невозможности построения аналитического описания

поведения отдельных элементов системы или взаимодействия между элементами [3].

Перечень ситуации, когда исследователю можно рекомендовать применять модели, имитирующие поведение реального объекта:

1. Если не существует законченной постановки задачи исследования и идет процесс познания объекта моделирования или отдельных его элементов.

2. Если аналитические методы имеются, но математические процедуры трудно реализуемы, сложны и трудоемки.

3. Когда кроме оценки влияния параметров сложной системы желательно осуществить наблюдение за поведением отдельных компонентов этой системы в течение определенного периода времени.

4. Когда имитационный подход оказывается единственным способом исследования сложной системы из-за невозможности наблюдения явлений в реальной обстановке.

5. Когда необходимо контролировать протекание процессов в сложной системе путем замедления или ускорения явлений в ходе имитации.

6. При подготовке специалистов и освоении новой техники, когда имитатор обеспечивает возможность приобретения необходимых навыков в эксплуатации новой техники.

7. Когда изучаются новые ситуации в сложных системах, о которых мало что известно. В этом случае имитация служит для предварительной проверки новых стратегий и правил принятия решений перед проведением экспериментов на реальной системе.

8. Когда основное значение имеет последовательность событий в проектируемой сложной системе и модель используется для предсказания узких мест в функционировании системы и других трудностей, связанных с добавлением в систему новых элементов.

Имитационный подход, в частности, оправдан, если вопросы, на которые должна ответить модель, относятся не к выяснению фундаментальных законов и

причин, определяющих динамику реальной системы, а к анализу поведения системы, как правило, выполняемому в сугубо практических целях.

Суть подхода, используемого при разработке имитаторов, состоит в том, что процесс функционирования сложной системы представляется в виде определенного алгоритма, реализуемого на ЭВМ. Для систем, состоящих из множества элементов, приходится строить модель не только всей системы, но и модели отдельных элементов. Как и для аналитического подхода, разработка имитатора ведется с использованием некоторой совокупности гипотез. Изменение даже одной гипотезы для одного из элементов системы может привести к необходимости пересмотра всей модели системы и поиску новых методов исследования (именно поэтому аналитические и численные подходы к моделированию сложных систем применяют после длительного и всестороннего изучения поведения, как всей системы, так и отдельных ее элементов). Имитационный подход позволяет *“максимально использовать всю имеющуюся в распоряжении исследователя информацию о системе”*.

При моделировании обычно используется три представления времени:

- *реальное время* моделируемой системы;
- *модельное время*, по которому организуется синхронизация событий в системе;
- *машинное время* имитации, отражающее затраты ресурсов времени ЭВМ на организацию имитации.

Клеточные автоматы (КА) являются частным случаем конечных автоматов, используемых для моделирования динамического поведения однородных сред. При этом пространство и время считаются дискретными, а физические величины в каждой точке моделируемой среды могут принимать конечное множество дискретных значений. Для КА существует достаточно развитая теория. В ее основу легли работы Дж. фон Неймана, который в 1948 году ввел в науку само понятие «клеточный автомат» при разработке первой компьютерной модели биологического самовоспроизводства. Клеточный автомат можно представить, как регулярную решетку (или «таблицу») ячеек («клеток»),

каждая из которых может находиться в конечном числе возможных состояний, например 0 или 1. Состояние системы полностью определяется значениями переменных в каждой клетке. Важными особенностями клеточных автоматов являются:

- Состояние каждой ячейки обновляется в результате выполнения последовательности *дискретных* постоянных шагов во времени (или *тактов*).
- Переменные в каждой ячейке изменяются *одновременно* («синхронно»), исходя из значений переменных на предыдущем шаге.
- Правило определения нового состояния ячейки зависит только от *локальных* значений ячеек из некоторой окрестности данной ячейки.

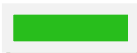
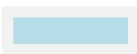
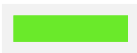
Наиболее известным примером КА считается автомат «Жизнь», придуманный в 1970 году Джоном Конвеем. Множество правил для данного автомата состоит в следующем:

- Клетка может находиться в двух состояниях: *пассивном* и *активном*.
- В качестве окрестности рассматривается 8 соседних клеток.
- Если в окрестности пассивной клетки ровно 2 активных, то данная клетка также становится активной («рождается»).
- Если в окрестности активной клетки 3 или более активных клеток, то она становится пассивной («умирает») [3].

Глава 2. Математическая постановка

Объектом исследования является совокупность клеток, находящихся на решётке 100x65, каждая из которых будет иметь собственное состояние.

В КА будет 7 типов ячеек, каждой из которых ставится в соответственный свой цвет:

1.	Пустая	
2.	Пехота (союзная)	
3.	Пехота (вражеская)	
4.	Танк (союзный)	
5.	Танк (вражеский)	
6.	Артиллерия (союзная)	
7.	Артиллерия (вражеская)	

Гипотезы:

- Отсутствие препятствий – за поле боя принимается пустое пространство;
- Ограниченное поле – чтобы войска сражались до конца;
- Бесконечное количество ходов – бой продолжается пока не кончатся боевые единицы у одной из сторон;
- Бесконечное количество боеприпасов т.к. бесконечное количество ходов;
- Каждый род войск равен по силам друг другу.

Каждый род войск, перед тем как сделать действие, делает процедуру анализа. Анализ проходит таким образом:

1. Ячейка считывает свои данные, характеристику. В характеристику включено: радиус атаки, просмотр территории, атака, здоровье, шанс атаки, шанс нападения, шанс отступления и шанс бездействия.

	Пехота	Танк	Артиллерия
Радиус атаки (кл)	2	4	6
Просмотр территории (кл)	3	5	7
Атака	1	2	3
Здоровье	3	3	4
Шанс атаки (%)	25	40	45
Шанс нападения (%)	25	25	15
Шанс отступления (%)	25	15	20
Шанс бездействия (%)	25	20	20

Рис. 1. Характеристика каждого рода войск

2. По заданному радиусу просмотра делает оценку местности, как много союзников или противников. По этим данным повышается или понижается шанс атаки, нападения и отступления (бонус).

Бонусы		
Вражеские отряды	Мало	Много
К атаке (%)	15	-15
К нападению (%)	15	-15
К отступлению (%)	-30	30

Рис. 2. Бонусы

После анализа ячейка делает выбор действия: атаковать, идти к противнику, убегать от противника, просто шагать.

Просмотр территории проходит на подобии того как мы сами просматриваем окружающие нас вещи. Все предметы мы наблюдаем на одинаковом расстоянии от нас самих, где в итоге при просмотре сверху (над нами) мы получаем фигуру в виде круга.

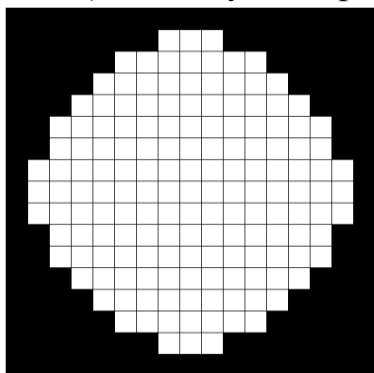


Рис. 3. Радиус 7

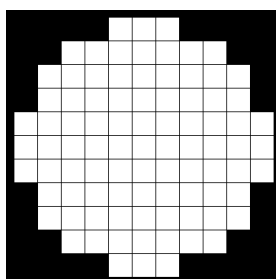


Рис. 4. Радиус 5

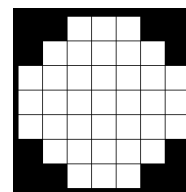


Рис. 5. Радиус 3

Каждая ячейка может шагнуть в любую из восьми сторон.

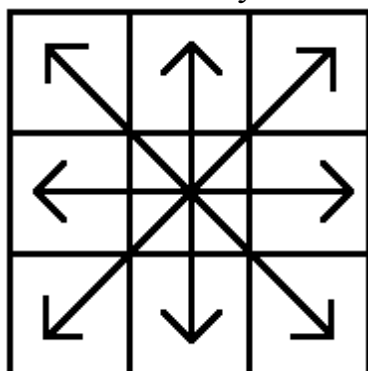


Рис. 6. Шаги ячейки

Для правильной работы программы нужно учитывать:

- Радиус атаки должен быть меньше радиуса просмотра, иначе войска будут не правильно ориентироваться на местности.
- Атака и здоровье больше 0. Если атака будет равна 0, то она становится мишенью, нежели будет принадлежать какому-либо роду войск.
- Суммарное количество шансов атаки, нападения, отступления и бездействия равно 100%.
- Суммарное количество бонусов (Рис. 2) по вертикали должно равняться 0.

Глава 3. Результаты работы

В рамках исследования модели было проведено 40 экспериментов. В этих экспериментах были использованы разные месторасположения войск и их характеристика. Во втором, третьем и четвёртом примере рассматривался бой при условии, что артиллерия сильнее армии танков, а армия танков сильнее пехоты. Очевидное заключение, что пехота слабее артиллерии.

Приведём несколько самых интересных и продуктивных случаев.

Пример 1.

Рассматривается ситуация артиллерия против артиллерии. Этот пример показывает, насколько верна программа.

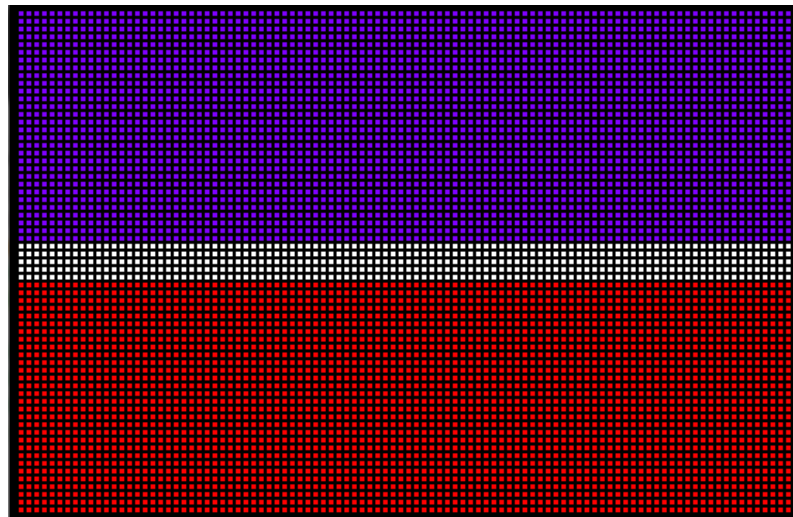


Рис. 7. Начальное месторасположение войск

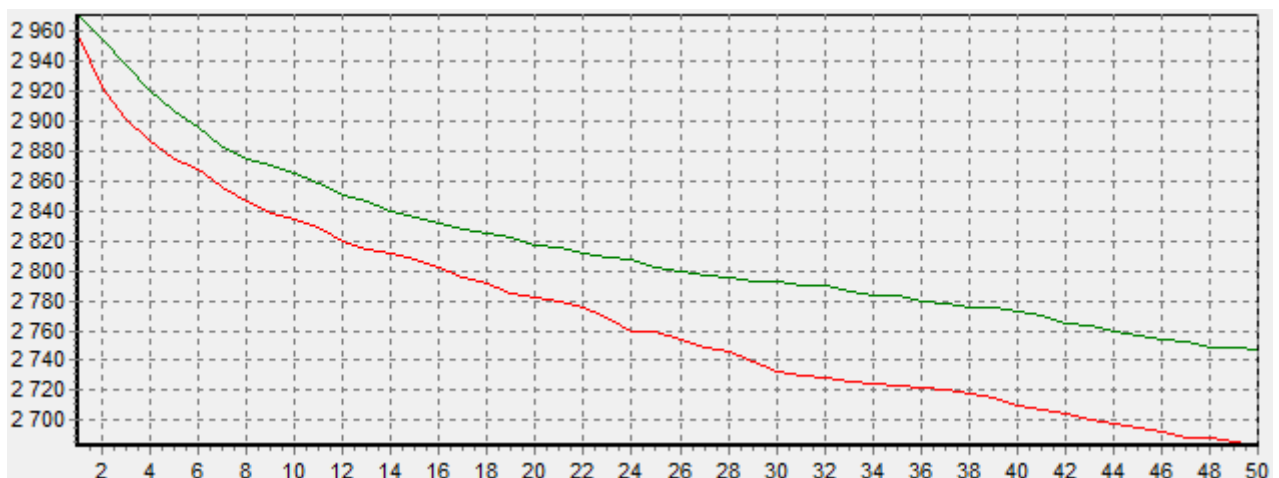


Рис. 8. График на промежутке от 0 до 50

По графику (рис. 8.) наблюдаем, что потери составляют практически одинаковые значения. В других ситуациях графики могут пересекаться несколько раз, показывая тем самым, что силы равны и возможны разные вариации исхода боя на определённых промежутках (рис. 10).

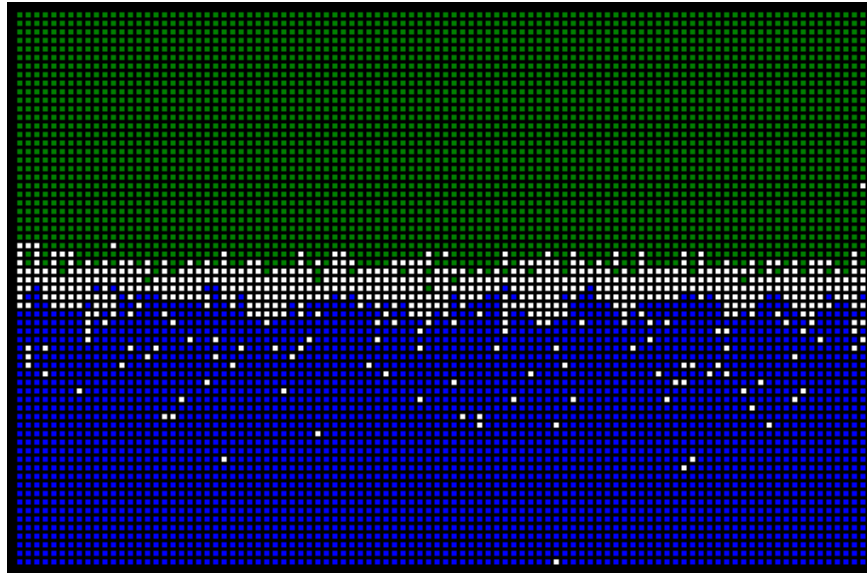


Рис. 9. Месторасположение войск на 50 шаге

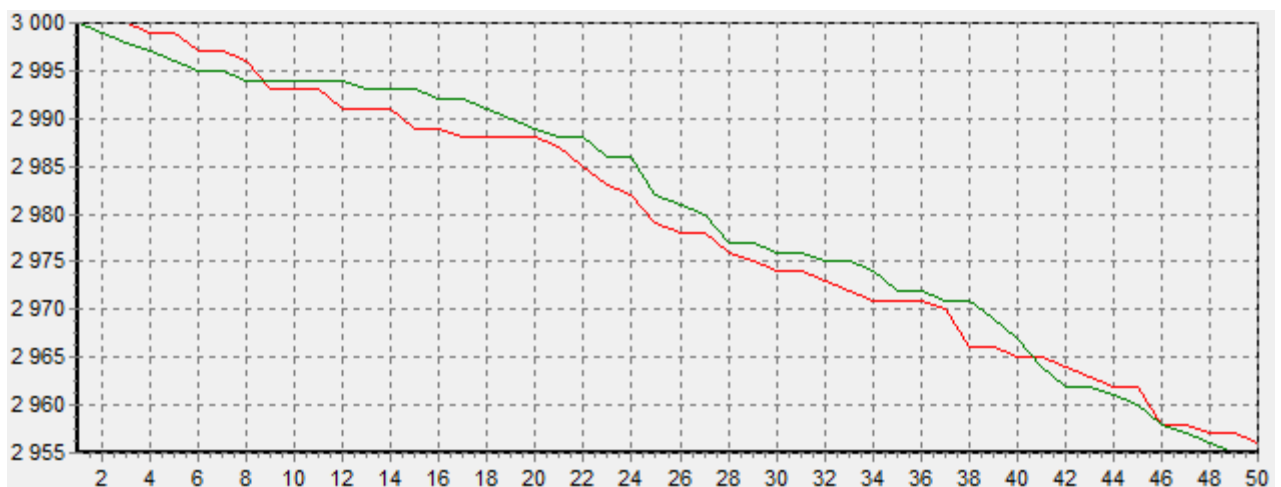


Рис. 10 Пересекающийся график при одинаковых войсках

Пример 2

Рассматривается ситуация: Артиллерия против танка.

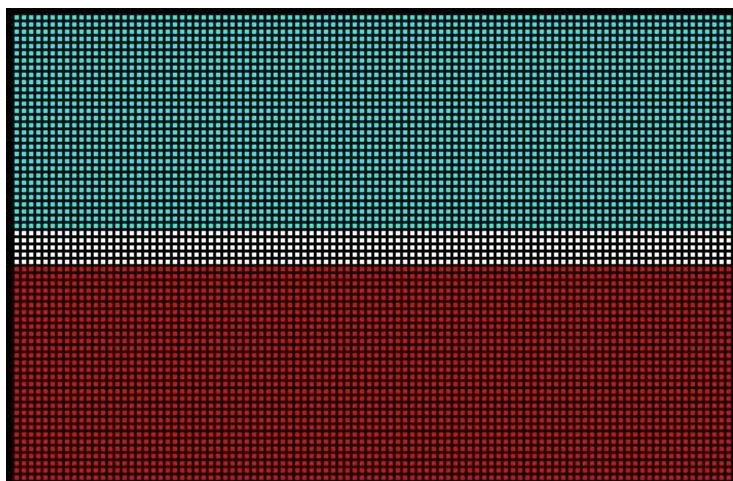


Рис. 9. Начальное месторасположение войск

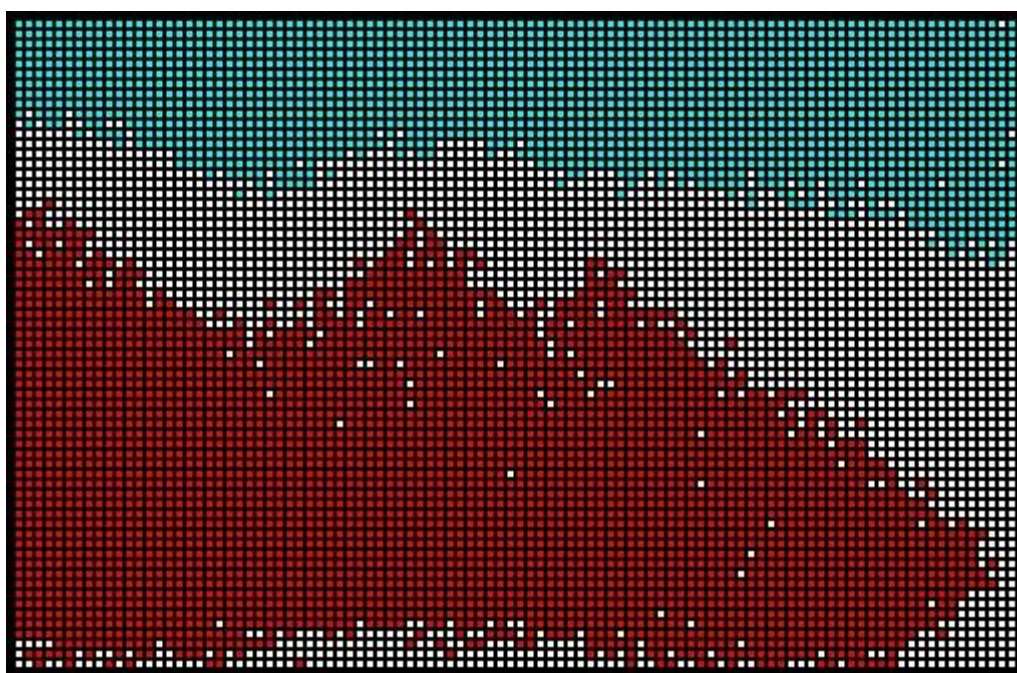


Рис. 10. Основное действие

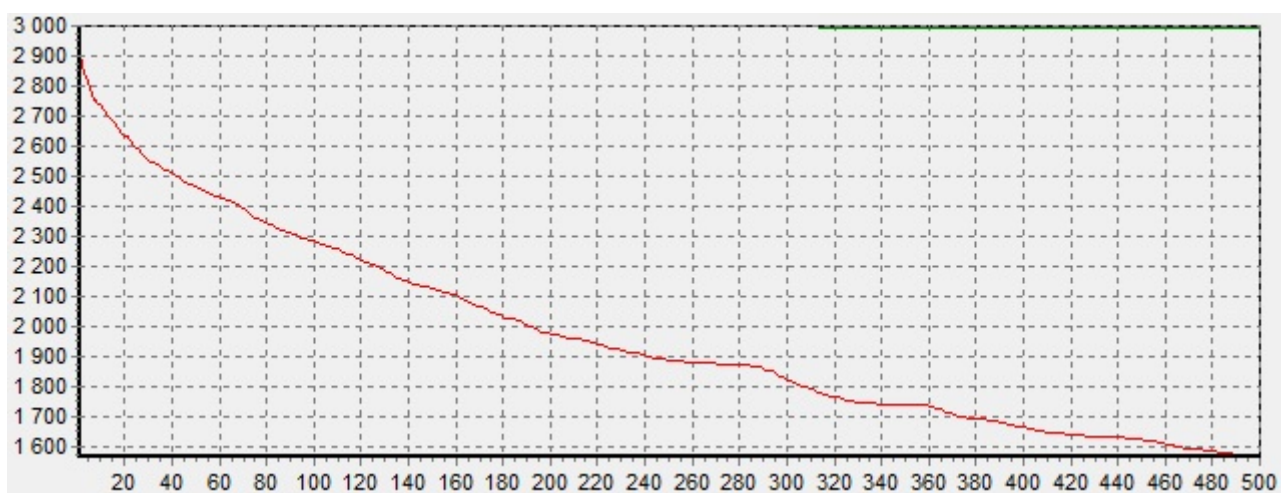


Рис. 11. График основного действия

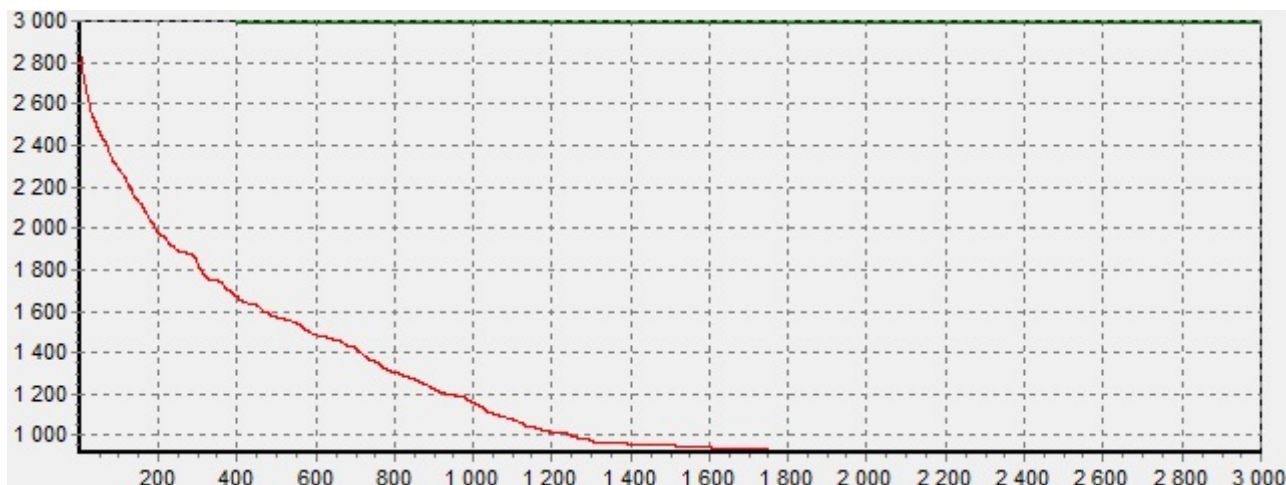


Рис. 12. График итоговый

Артиллерия побеждает армию танков с небольшой разностью. Артиллерия победила с потерями равными 20. Основные потери армии танков были на промежутке от 0 до 1400 шагов.

Пример 3

Рассматривается ситуация: Пехота против танка.

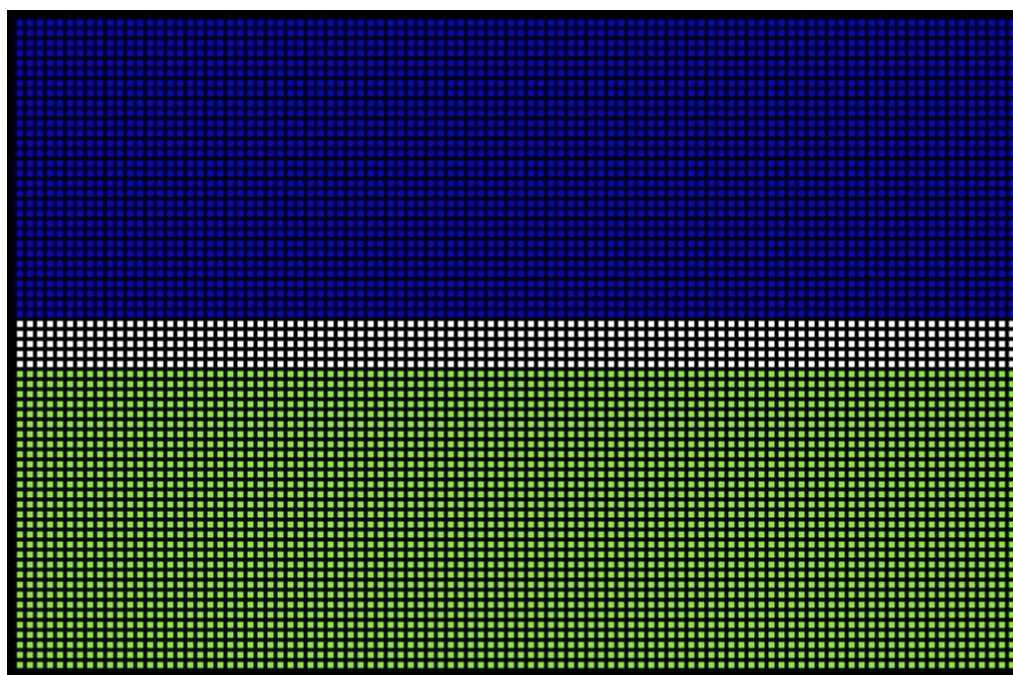


Рис. 13. Начальное месторасположение войск

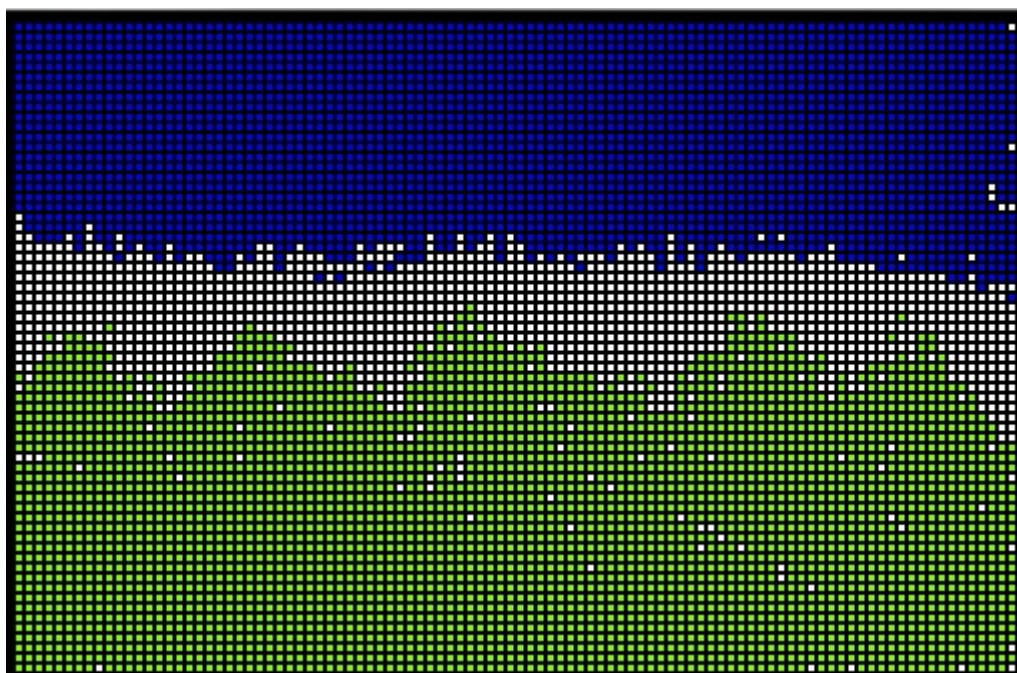


Рис. 14. Основное действие



Рис. 15. График основного действия

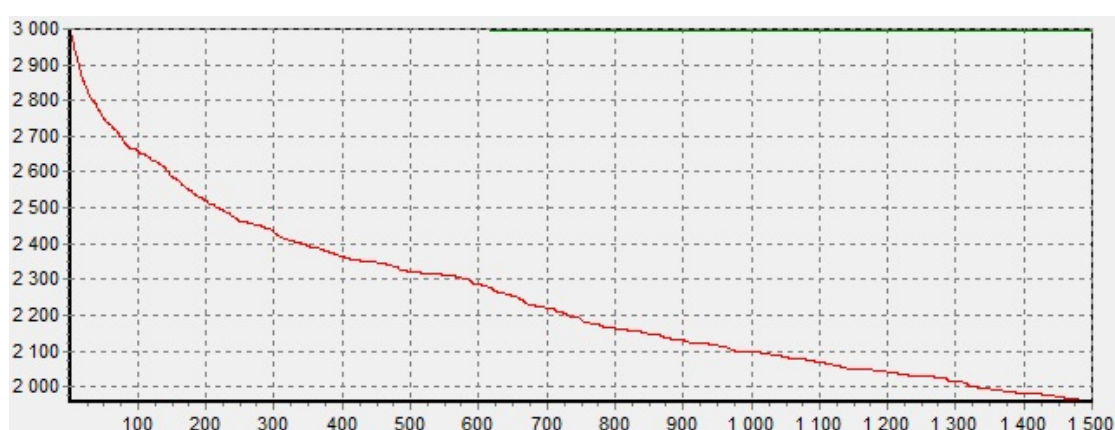


Рис. 16. График итоговый

Армия танков побеждает пехоту практически без потерь. Основные потери пехоты были на промежутке от 0 до 1500 ходов. Потери танков составляют всего 10 единиц.

Пример 4

Рассматривается ситуация: Пехота и артиллерия против армии танков.

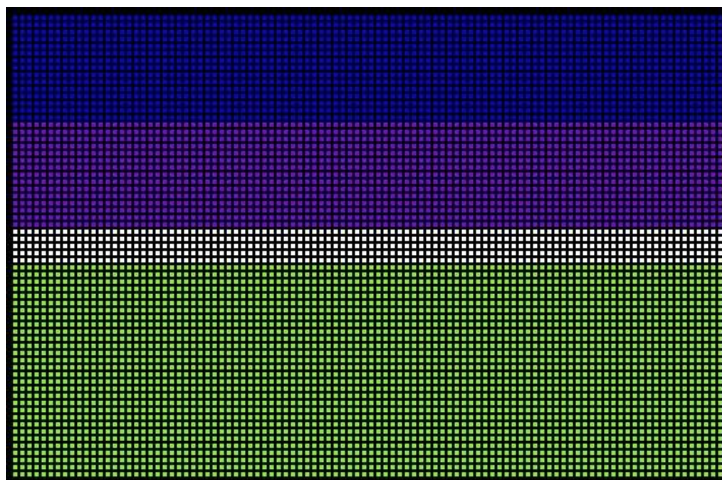


Рис. 17. Начальное месторасположение войск

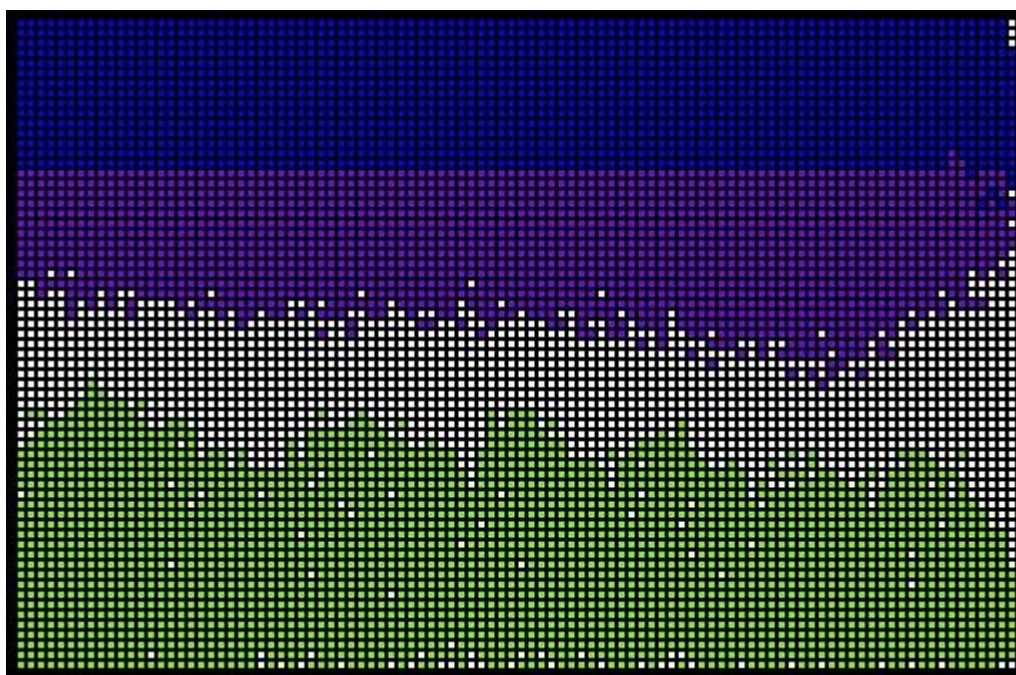


Рис. 28. Основное действие

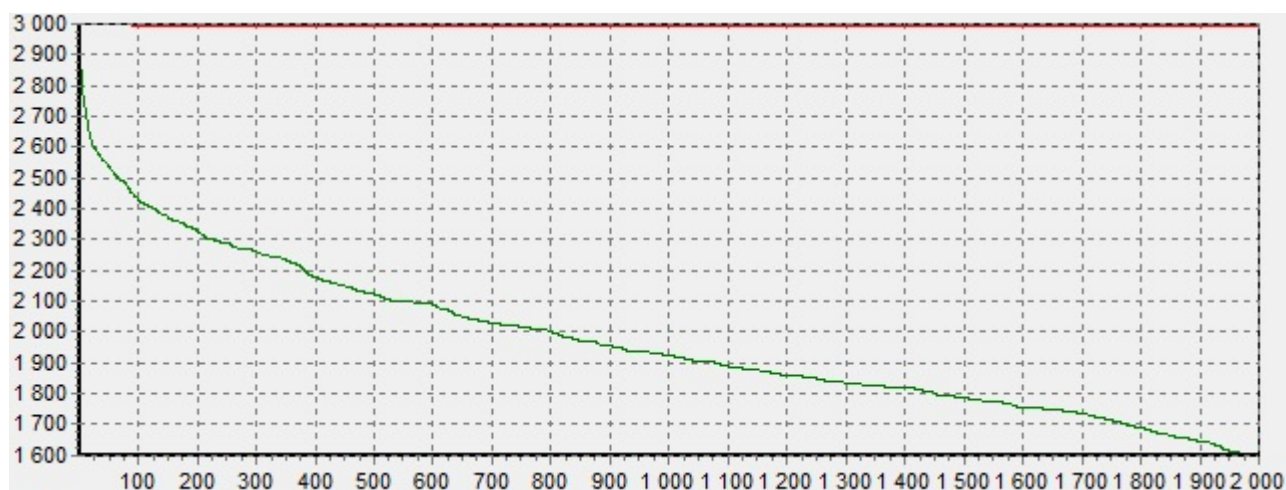


Рис. 19. График итоговый

По этому эксперименту видно, что артиллерия побеждает армию танков, используя только пять рядов, в то время как армия танков имеет количество рядов в шесть раз больше.

В примерах пять и шесть были использованы так же разные месторасположения войск, но с другими характеристиками. Какие войска сильнее сказать сразу нельзя.

Пример 5.

Рассматривается ситуация: артиллерия против армии танков.

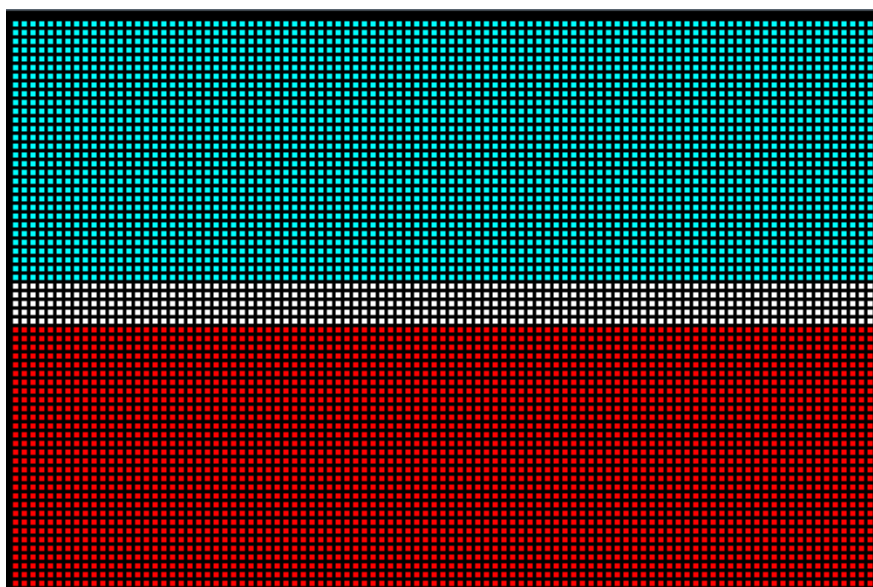


Рис. 13. Начальное месторасположение войск

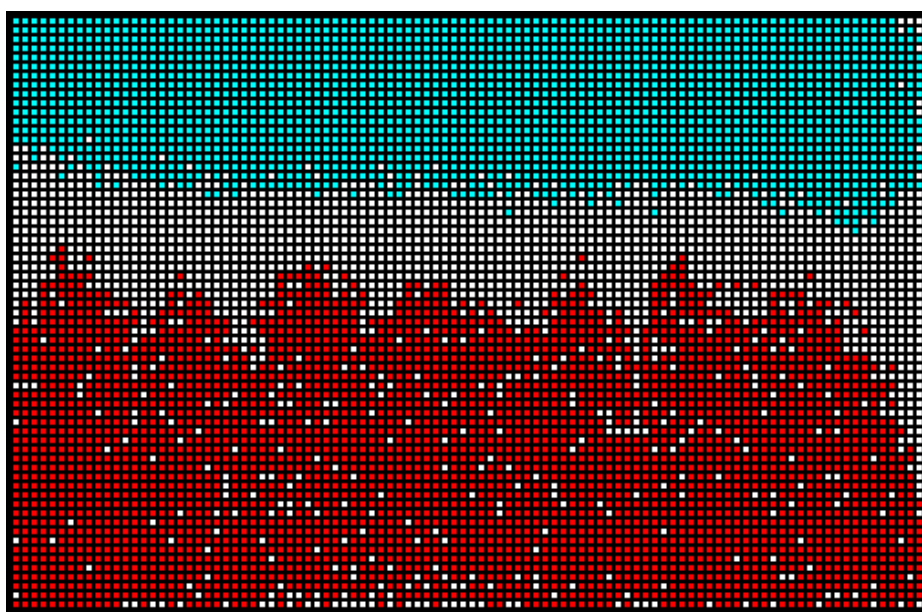


Рис. 14. Основное действие

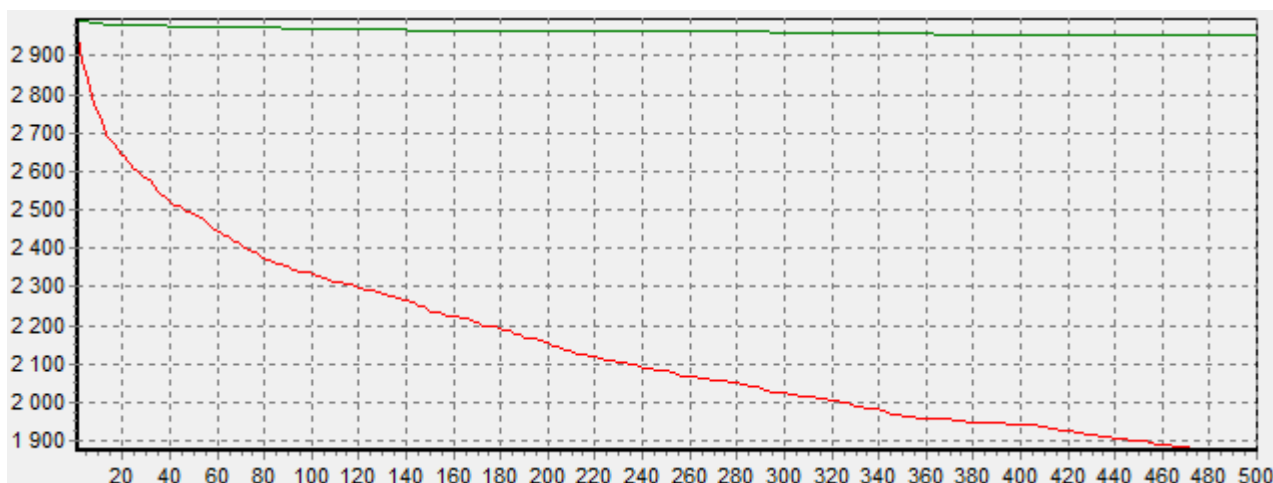


Рис. 15. График основного действия

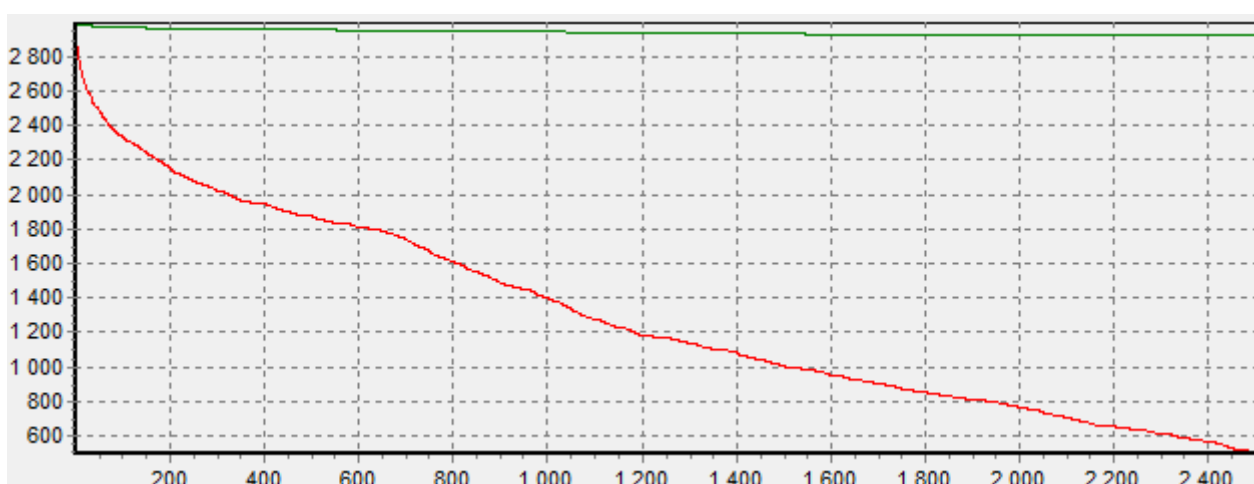


Рис. 16. График итоговый

По этому примеру видно, что артиллерия так же побеждает с большим отрывом. Во втором примере на 1000 шаге количество единиц танков составляло 1200, когда как в этом примере 1500 единиц. В данном примере график имеет вид более похожий на прямую, нежели во втором примере.

Такие же отличия проявляются при действиях армии танков против пехоты. В третьем примере на 1000 шаге количество единиц пехоты составляло 2100, а в эксперименте с новыми характеристиками составляло 1600. Отсюда можно сделать небольшой вывод: характеристика танка повысилась.

Пример 6

Рассматривается ситуация: артиллерия и пехота против армии танков.

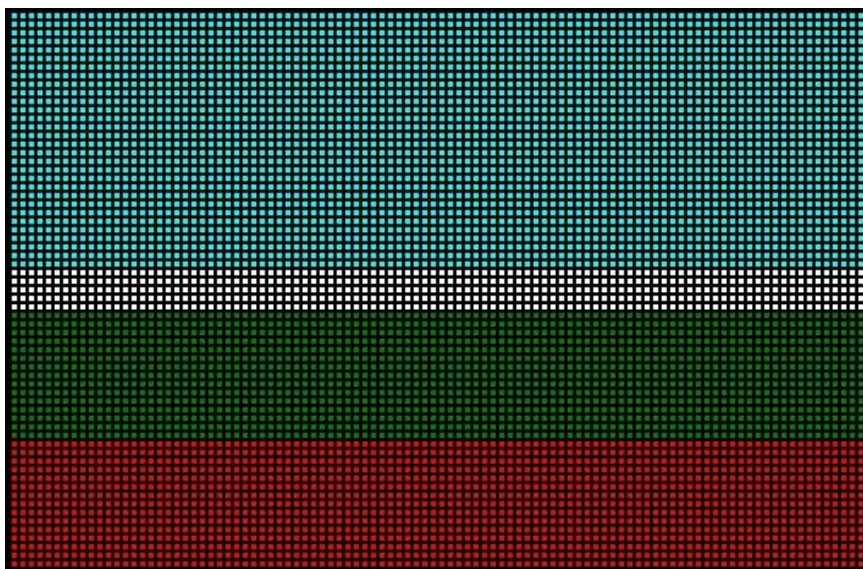


Рис. 13. Начальное месторасположение войск

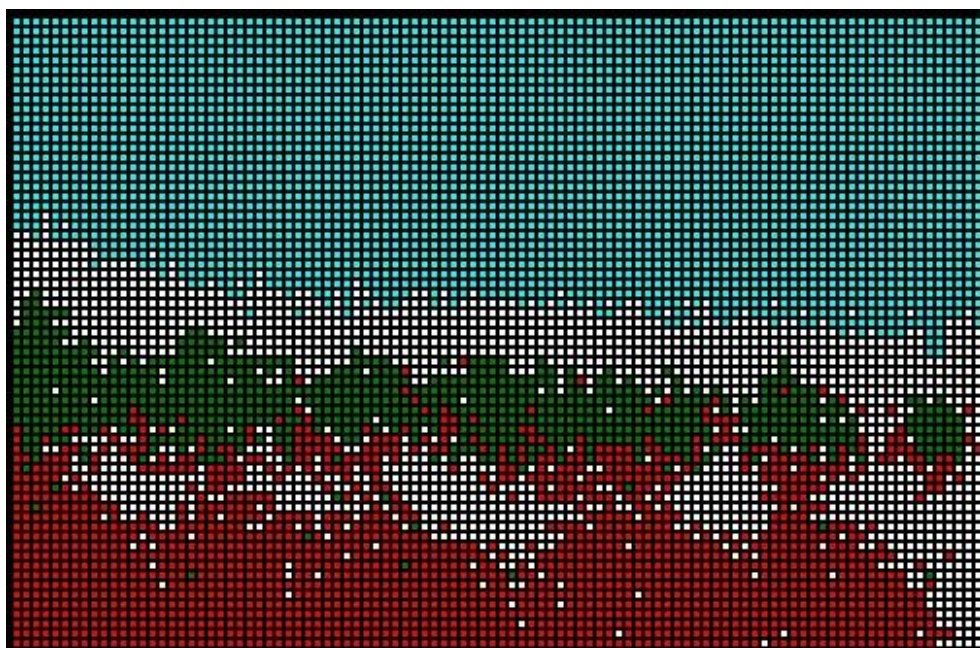


Рис. 14. Разгром пехоты танками



Рис. 15. График разгрома пехота



Рис. 16. Основное действие

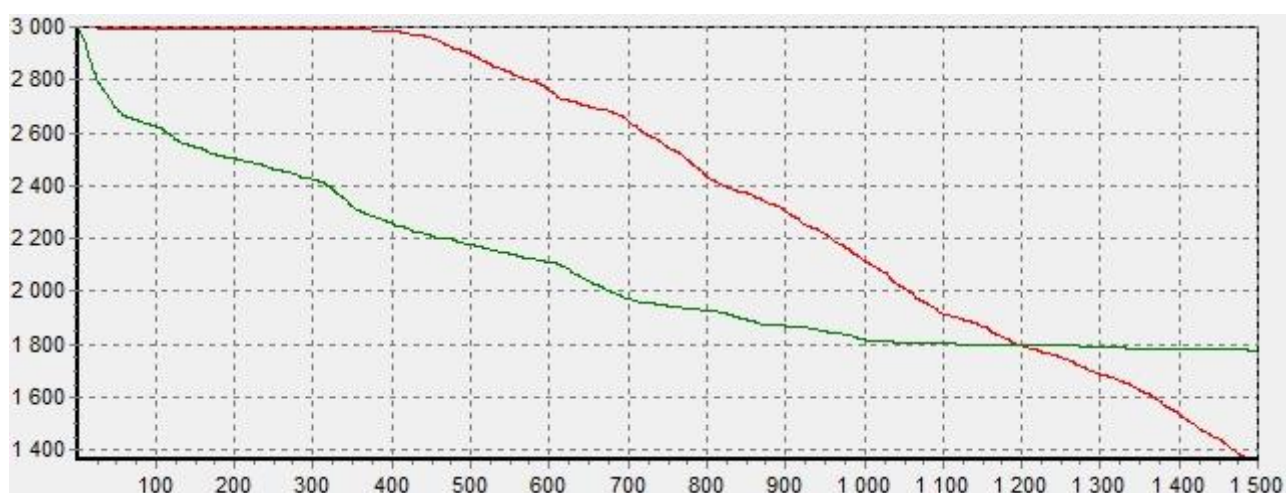


Рис. 13. График основного действия

00

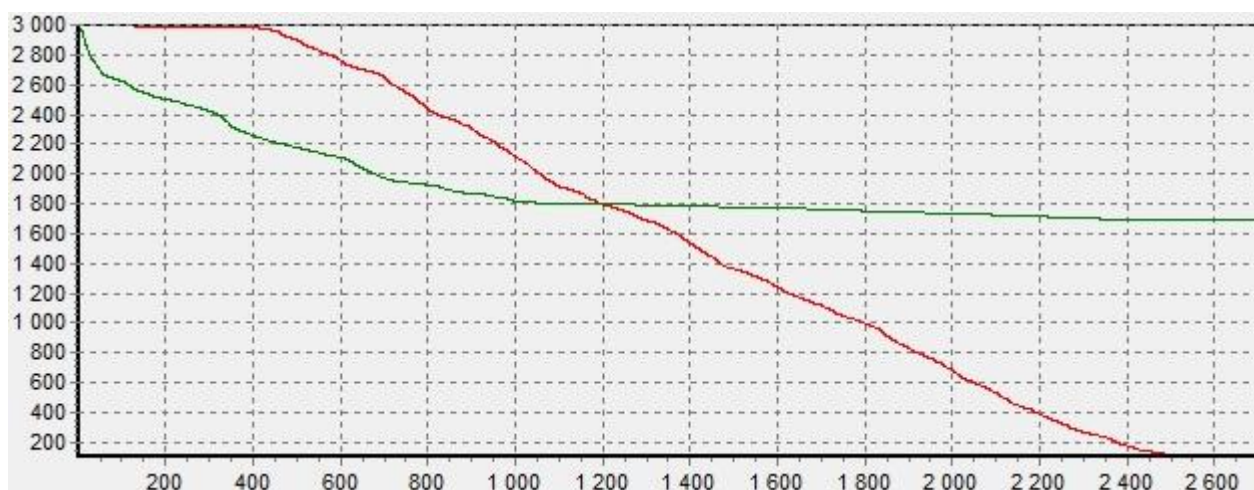


Рис. 14. Итоговый график

В этом примере представлена взаимопомощь от одного рода войск другому. В первые 400 шагов пехота терпела поражение от армии танков. После чего артиллерия помогала пехоте, заслонившись за пехотой. С 400 до 2600 артиллерия и пехота вели активное наступление, которое привело к победе над армией танков. В промежутке от 400 до 1000 танки добивали пехоту, которая не имела подмоги со стороны артиллерии. Победа артиллерии и пехоты обошлась в 1350 единиц из 3000. Около 200 из них была пехота, а остальные 1400 являлись артиллерией. Потери артиллерии за заслоном пехоты были ещё меньше.

Проводя эксперименты мы заметили некую закономерность в тех местах, где происходили встречи двух противостоящих армии. Ни разу в экспериментах не было видно прямого фронта, он имел форму в виде волны. Это очевидное заключение приводит нас к тому, что как в жизни, так и в модели мы наблюдаем одно и то же. В модели оно обосновывается тем, что возможны разные вариации введения боя.

Заключение

Проводя аналогичные эксперименты мы пришли к нескольким выводам, которые показывают, что диспозиция войск и их возможности сильно влияют на исход боя. Каждый тип войск имеет свои способности, которые необходимо учесть.

В своей работе мы увидели влияние взаимодействия всех возможностей.

В ходе всех экспериментов было выяснено:

- Основная мощь заключается в кругозоре единицы. Как далеко она может просматривать территорию, для анализа своих последующих действий.
- Вторая особенность так же важная для победы является радиус атаки. Не зависимо от того какую огневую мощь имеет противник, его можно одолеть до того как он сможет принимать действия против вас.
- Следующая особенность, как ни странно, является атакующая мощность.
- На последнем месте стоит значение того на сколько много может получить повреждений единица.

Список используемой литературы

1. <http://gromozeka.narod.ru/pub/takt6.htm>
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/%CA%EB%E5%F2%E2%EE%F7%ED%FB%E9_%E0%E2%F2%E2%EE%EC%E0%F2
3. Трусов П.В. Введение в математическое моделирование/ Учеб. пособие. - М.: Логос, 2005. - 440 с.