

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Математическое моделирование

Математическое моделирование движения по круговым перекресткам

Озерных Владимир, Попов Федор
11 кл., МБОУ «Лицей №1» г. Перми,

Волегов Павел Сергеевич,
доцент ПНИПУ, к.ф.-м. н.

Пермь. 2012.

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Концептуальная постановка задачи.....	6
Глава 2. Моделирование образования затора на прямолинейной двухполосной магистрали.....	10
Глава 3. Моделирование образования затора на прямолинейной Трехполосноймагистрали	12
Глава 4. Моделирование движения «по кругу».....	13
Глава 5. Моделирование перекрестка «российского типа».....	14
Заключение.....	15
Список литературы.....	16

Введение

Круговой перекрёсток – это перекрёсток, где приближающиеся транспортные средства замедляются и начинают круговое движение вокруг центрального «острова» до выезда на одном из поворотов (ответвлений) с кругового перекрёстка[1].

По приоритету проезда можно разделить перекрестки с круговым движением на два типа:

1. Круговой перекресток равнозначных дорог. В этом случае действует правило «помеха справа», согласно которому водитель обязан пропустить другое транспортное средство, находящееся справа. Об этом необходимо помнить, когда вы двигаетесь по кольцу, т.к. в этом случае вы обязаны пропустить других водителей, которые заезжают на перекресток. Итак, главным на дороге является автомобиль, въезжающий на нерегулируемый перекресток.



Рис.1. Круговой перекресток «российского» типа

2. Круговой нерегулируемый перекресток является главным по отношению к примыкающим дорогам. В этом случае водители автомобилей, которые двигаются по кольцу, имеют преимущество в движении.

Тем не менее, движущийся автомобиль по перекрестку с круговым движением имеет преимущество перед въезжающими на него, если отсутствуют знаки, устанавливающие иной порядок проезда перекрестка с круговым движением.



Рис.2. Круговой перекресток «европейского» типа

Основной проблемой таких перекрестков является образование заторов («пробок»). В зависимости от типа выбранного движения пробка образуется либо на «кругу», либо на въезде на «круг».

Поскольку современное производство предоставляет возможность обладать транспортным средством, количество транспортных средств на дорожных путях растет с каждым днем, и с проблемой «пробок» мы непосредственно сталкиваемся каждый день, особенно вблизи многонаселенных пунктов. Следствием пробок является значительная потеря времени. Например, опоздание на работу или важную встречу, смерть человека из-за опоздания машины скорой помощи. Так как проблема пробок нас затрагивает повседневно, то она является одной из актуальнейших тем для обсуждения и исследования.

Целью исследования является разработка математической модели движения автомобилей на круговом перекрестке и исследование с ее помощью различных вариантов правил проезда для выявления наиболее эффективных режимов работы перекрестка.

Дополнительная задача заключается в том, чтобы реализовать наиболее эффективную модель круговых развязок при заданном потоке автомобилей.

Исходя из особенностей задачи, наиболее удобным является использование имитационного подхода к моделированию, поскольку появление и поведение автомобиля на дорожном полотне – во многом случайные факторы, а пропускная способность перекрестка определяется не одним или несколькими автомобилями, а всеми транспортными средствами, входящими в автомобильный поток.

Имитационные модели позволяют исследовать модель при условии:

1. Если аналитические методы имеются, но математические процедуры трудно реализуемы, сложны и трудоемки. В рассматриваемой модели поведение как одного автомобиля, так и всего потока транспортных средств описать уравнением или системой уравнений невозможно.
2. Когда кроме оценки влияния параметров сложной системы желательно осуществить наблюдение за поведением отдельных компонентов этой системы в течение определенного периода времени. В модели кругового перекрестка можно наблюдать за перемещениями автомобиля с преградами на пути.
3. Когда имитационный подход оказывается единственным способом исследования сложной системы из-за невозможности наблюдения явлений в реальной обстановке. Для исследования данной модели в реальных условиях требуются большие затраты средств и времени.
4. Когда необходимо контролировать протекание процессов в сложной системе путем замедления явлений в ходе имитации. При исследовании модели мы можем замедлять процесс движения автомобилей. При этом мы наблюдаем за отдельными автомобилями.

Глава 1. Концептуальная постановка задачи

Для решения задачи требуется разработать имитационную математическую модель, описывающую движение потока автомобилей на перекрестке с круговым движением.

Модель должна имитировать поведение автомобилей в данной среде в зависимости от текущего такта, позволять вносить изменения в структуру автомобильного потока, а так же дать пользователю возможность выбрать тип кругового перекрестка.

В контексте поставленных задач удобно применить имитационный подход к моделированию с использованием клеточных автоматов (устройство, которое без непосредственного участия человека выполняет процессы приема, преобразования и передачи энергии, материалов или информации в соответствии с заложенной в него программой), так как такие модели позволяют учесть наибольшее количество реальных факторов, влияющих на поведение исследуемой системы и представлять результаты в наиболее наглядном виде.

Клеточный автомат можно представить, как регулярную решетку (или «таблицу») ячеек («клеток»), каждая из которых может находиться в конечном числе возможных состояний.

Имитационная модель клеточного автомата подчиняется следующим гипотезам:

- Состояние каждой ячейки обновляется в результате выполнения последовательности дискретных постоянных шагов во времени (тактов).
- Переменные в каждой ячейке изменяются одновременно, исходя из значений переменных на предыдущем шаге.

- Правило определения нового состояния ячейки зависит от локальных значений ячеек из некоторой окрестности данной ячейки, а также от граничных условий.

В связи с тем, что на различных участках круговой развязки действуют различные правила, выделим несколько подсистем (рис.5), для каждой из которых будет действовать своя совокупность правил.

Поведение клеточного автомата устанавливается следующими правилами:

- Поле моделирования представляет собой совокупность клеток, изображенных на рис. 3.

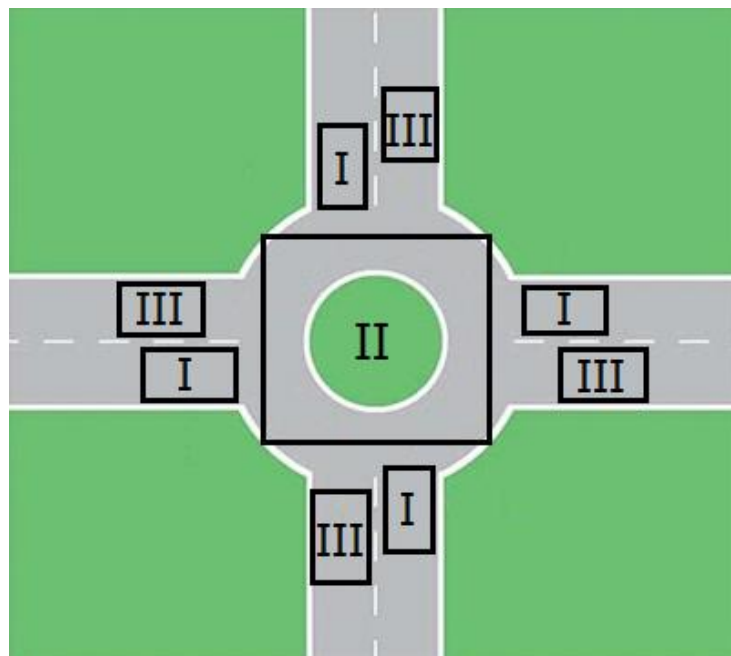


Рис. 3. Круговой перекресток

- Клетка может находиться в трех состояниях: активном (на ней находится автомобиль), неактивном (на ней находится неисправный автомобиль) и пассивном (пустая, свободная). Пассивные клетки обозначаются белым цветом, активные – красным, неактивные – черным.
- Окрестностью ячейки в областях I, II, III являются три клетки, как показано на рис.4:

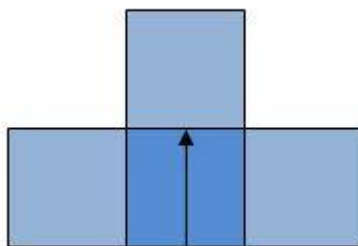


Рис. 4. Окрестность ячейки (стрелкой обозначено направление движения)

- Если клетка перед автомобилем, находящимся на кольце, пустая и нет «помехи справа», то он смещается на клетку вперед, иначе пропускает автомобили, идущие справа.
- Если клетка перед автомобилем, въезжающим на кольцо, пустая, то этот автомобиль смещается на данную клетку; иначе автомобиль «ждет» пока клетка освободится.

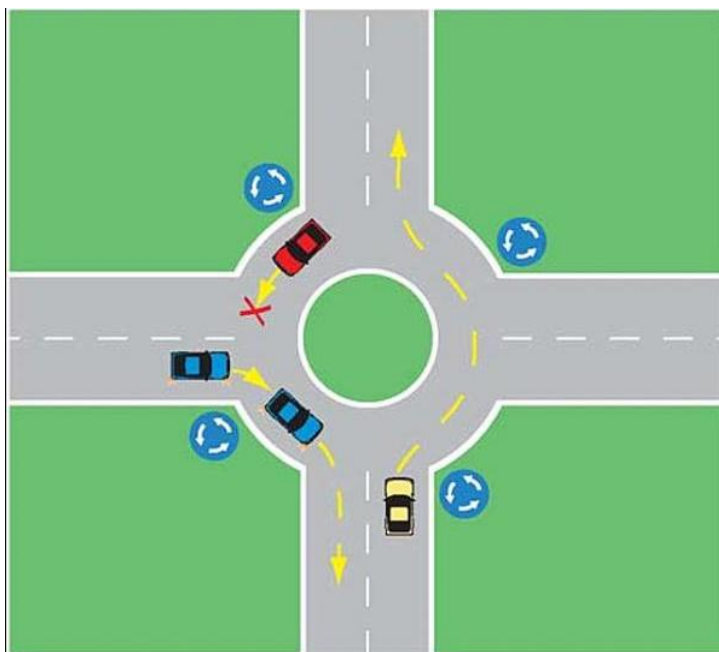


Рис. 5. Пример движения автомобилей по круговому перекрестку

Вначале рассмотрим часть клеточного автомата, описывающую движение на участке I (см. рис. 3):

На этом участке действуют следующие правила. Автомобили снижают скорость и приближаются к круговому перекрестку. Затем они начинают движение по «кругу», находясь в приоритете по отношению к тем

автомобилям, которые уже на «кольце». В правилах клеточного автомата это отражено следующим образом: активная клетка сдвигается вперед (въезжает на кольцо) в случае, если передняя клетка не занята другим автомобилем. Схематично это изображено на рис.6.

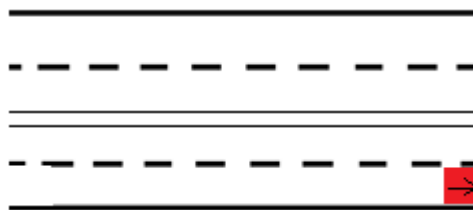


Рис. 6. Въезд на перекресток(стрелкой обозначено направление движения)

Рассмотрим участок II (см. рис. 3). Пусть автомобили движутся по «кругу». Если автомобиль завершает движение по круговому перекрестку на ближайшем отвороте, то он должен двигаться по внешней стороне окружности. Иначе, он движется по внутренней стороне кругового перекрестка. В любом случае, каждый автомобиль, находящийся непосредственно на круговом перекрестке, обязан пропустить въезжающие на перекресток автомобили, если иное не обозначено знаками. В правилах клеточного автомата это отражено следующим образом: прежде чем клетке сдвинуться, проверяется наличие другого автомобиля на клетке спереди(или с той стороны, в которую собирается сдвинуться автомобиль). Схематично изображено на рис.7.

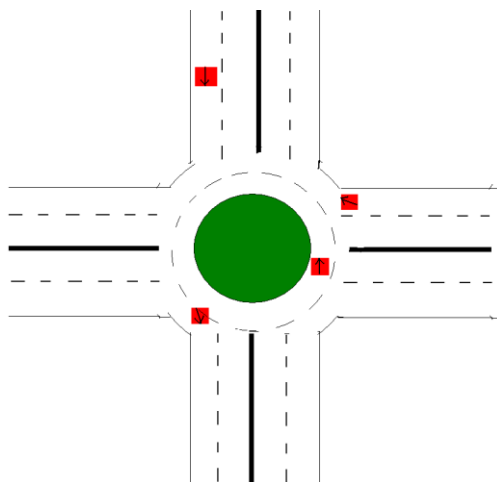


Рис.7. Автомобили на перекрестке (стрелками указаны направления движения)

Участок III (см. рис. 3):

На этом участке происходит выезд автомобилей с кругового перекрестка. Правила следующие: прежде чем клетке сдвинуться, проверяется наличие другого автомобиля на клетке спереди.

Эффективность данного перекрестка будет определяться по количеству автомобилей, начавших движение по нерегулируемому круговому перекрестку и завершивших движение (покинувших систему) за заданный интервал времени. Если автомобилей, начинающих движение, больше чем завершающих, то на «кольце» образуется «пробка». Если же количество начавших и завершивших движение автомобилей примерно равно, то эффективность круговой развязки можно считать удовлетворительной. Эффективность кругового перекрестка будет измеряться в процентах: отношение количества автомобилей, начавших движение по круговому перекрестку к количеству автомобилей, закончивших движение за некоторый интервал времени.

Глава 2. Моделирование образования затора на прямолинейной двухполосной магистрали

Проведено исследование длины образующейся «пробки» в зависимости от среднего расстояния между препятствиями. Результаты можно увидеть на следующем рисунке рис.8. На оси ординат – расстояние между преградами(d), на оси абсцисс – среднее количество машин, стоящих в «пробке» (z).

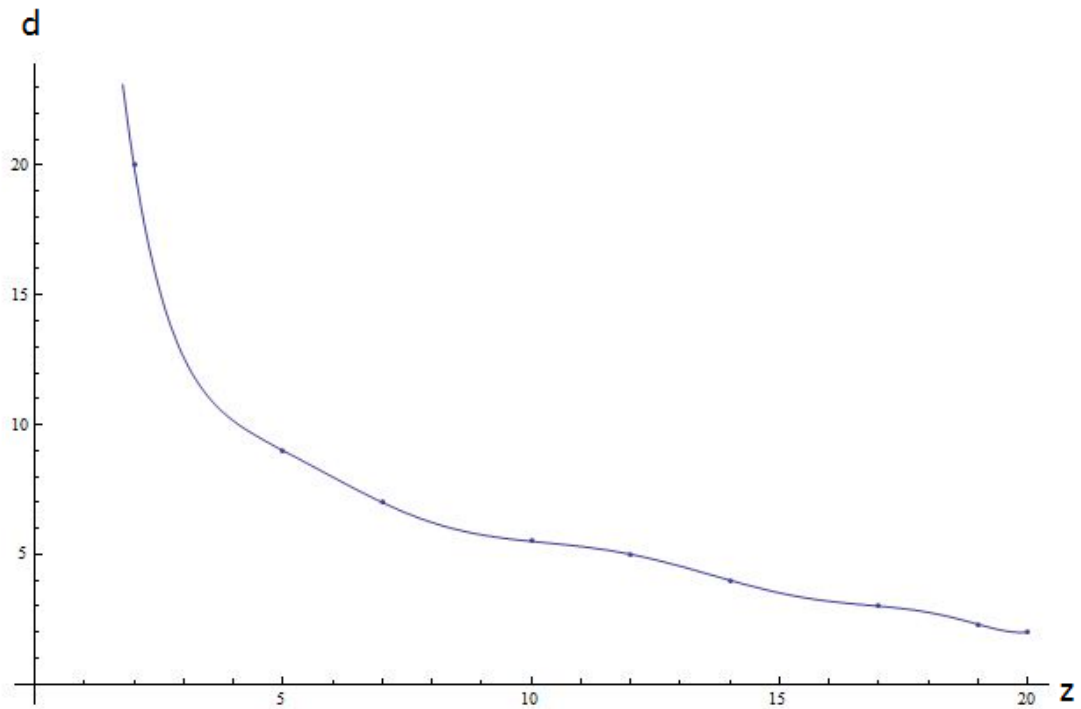


Рис.8. График зависимости длины «пробки» от расстояния между препятствиями

Из графика видно, что чем больше расстояние между препятствиями, тем меньшей длины окажется «пробка». Если это расстояние стремится к бесконечности, то и количество машин, стоящих в «пробке», будет стремиться к нулю.

Исследования проводились путем подсчета среднего количества автомобилей, находящихся вблизи одного из заторов. На рис.9 видно, как автомобили «кучкой» подошли к затору. При обходе данного препятствия затор еще сильнее увеличится, потому что подъедут и другие машины.

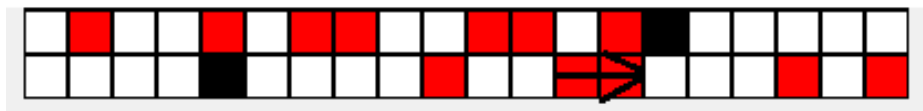


Рис.9. Расстояние между заторами 9 ячеек

Глава 3. Моделирование образования затора на прямолинейной трехполосной магистрали

Проведено исследование длины образующейся «пробки» в зависимости от среднего расстояния между препятствиями. Результаты можно увидеть на следующем рисунке рис.10. На оси ординат – расстояние между преградами(d), на оси абсцисс – среднее количество машин, стоящих в «пробке» (z).

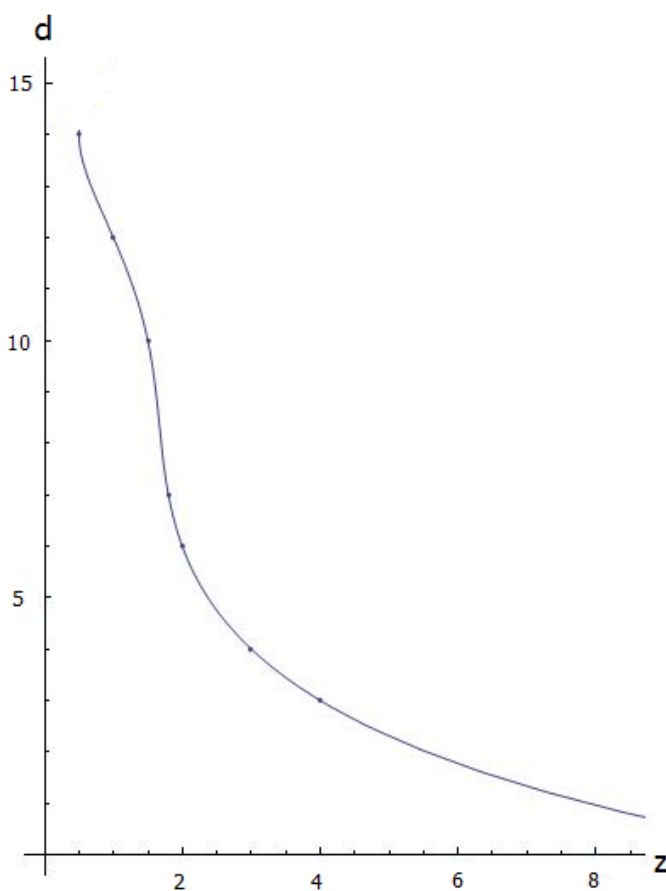


Рис. 10. График зависимости длины «пробки» от расстояния между препятствиями

Очевидно, что трехполосная магистраль более эффективна (в отличие от двухполосной) потому, что величина пробки гораздо меньше, при одинаковом количестве автомобилей, участвующих в движении на данном отрезке пути, в результате увеличения свободного дорожного пространства, предоставленного автомобилям (Рис.11).

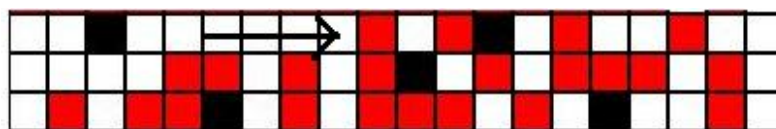


Рис.11. Заторы на трехполосной магистрали

Глава 4. Моделирование движения «по кругу»

Основной частью нашей работы является моделирование движения на самом круговом перекрестке. В основном модель подчиняется гипотезам, указанным выше, но есть некоторые особенности:

- съезд с кольца на одну из дорог определяется случайным образом.

На рис.12 изображено движение по круговому перекрестку.

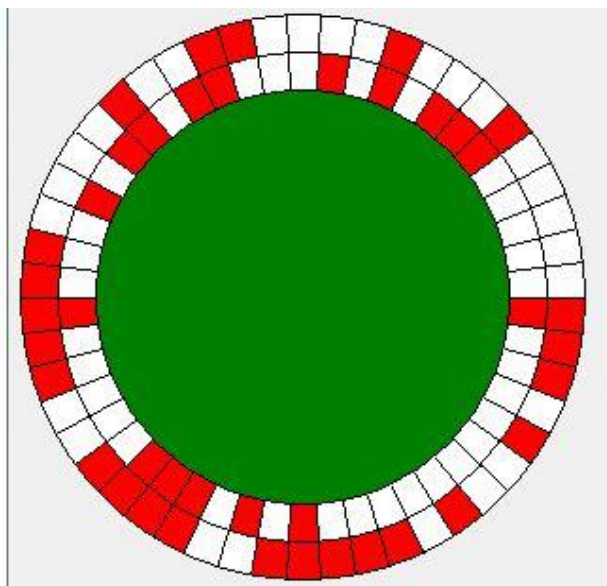


Рис.12. «Кольцо»

Проведено исследование длины образующейся «пробки» в зависимости от среднего расстояния между препятствиями на «кольце». Оказалось, что результат эквивалентен зависимости на прямолинейной двухполосной магистрали. Иллюстрация на рис.13.

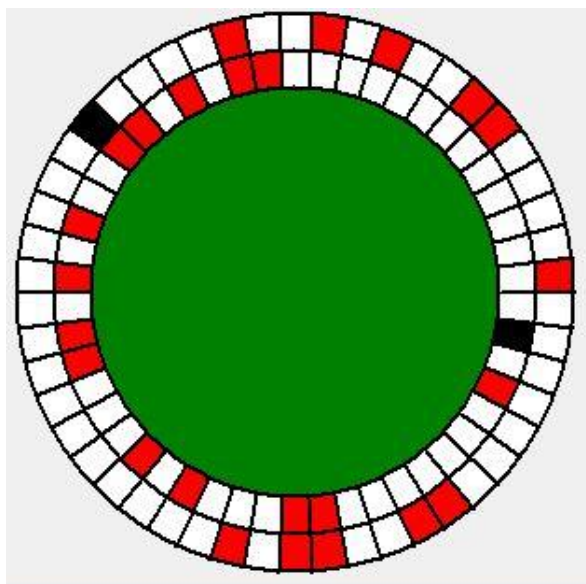


Рис.13. «Пробки на круге»

Движение на «кольце» подчиняется описанным выше правилам(стр.9).

Глава 4. Моделирование перекрестка «российского типа»

В программе реализована модель круговой развязки «российского» типа.

Круговой перекресток российского типа отличается тем, что в приоритете находится тот автомобиль, который въезжает на круговой нерегулируемый перекресток.

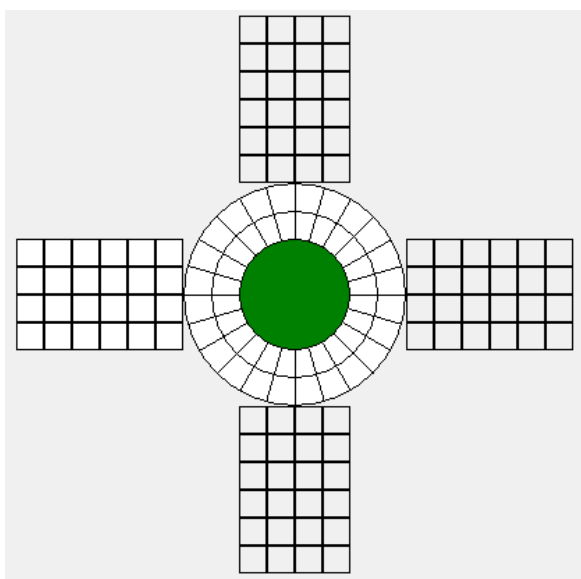


Рис.14. Заготовка перекрестка

Заключение

За последние несколько лет количество автомобилей в России возросло в полтора раза. В силу малой пропускной способности дорожных полотен, в частности круговых нерегулируемых перекрестков, и прироста автомобильного потока соответственно возросла возможность возникновения «пробок». Для решения этой проблемы создаются скоростные автомагистрали, однако в черте города здания и другие постройки мешают расширять дорожное полотно, поэтому возникает проблема регулировки движения автотранспорта из-за больших потерь времени, которое тратится на разгрузку потока. Потеря времени из-за неправильной работы перекрестков одна из наиболее актуальных проблем. В программе реализована модель кругового нерегулируемого перекрестка, какие очень часто встречаются в любом городе. Модель позволяет симитировать движение по подобному перекрестку и не допускать ошибок при построении реального кругового перекрестка, а так же предоставляет возможность экономии средств и времени.

Поскольку появление и поведение автомобиля на дорожном полотне – во многом случайные факторы, а пропускная способность перекрестка определяется не одним или несколькими автомобилями, а всеми транспортными средствами, вошедшими в автомобильный поток, следовательно, только с помощью имитационных моделей можно описать поведение автомобиля на подобном перекрестке.

В ходе построения программы было выделено несколько следующих модулей (подпрограмм): моделирование прямолинейных участков въезда/выезда с различными препятствиями, реализация функции перестроения автомобилей из ряда в ряд, при условии, что в соседнем ряду «свободнее», моделирование движения по «кольцу» и въезда/выезда с него.

Реализованы следующие функции программы:

1. Движение на прямолинейной двухполосной магистрали.
2. Движение на прямолинейной трехполосной магистрали.

3. Движение непосредственно на круговом перекрестке.

Список литературы

1. www.wikipedia.ru/Круговой_перекресток
2. Трусов П.В. Введение в математическое моделирование Учеб. пособие.
- М.: Логос, 2005. - 440 с.