

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Методические аспекты изучения математики

В мире интересных чисел

Селяева Дарья Юрьевна,

11 кл., МАОУ «Полазненская СОШ № 1»,
п. Полазна, Добрянский район

Селяева Людмила Александровна,

учитель математики

Пермь. 2012.

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Многообразие интересных чисел	4
Глава 2. Галерея числовых диковинок	9
Глава 3. Закономерности дат рождения членов моей семьи	11
Заключение	12
Список литературы и источников	13

Введение

Что дала математика людям? Зачем ее изучать? Когда она родилась и что явилось причиной ее возникновения? Часто можно прочесть, что математика возникла в глубокой древности из практических потребностей людей. По поводу древности математики спорить никто не будет, а вот о том, что побудило людей ей заниматься, существует и другое мнение. Согласно ему, математика, так же как и поэзия, музыка, живопись, театр и вообще – искусство, была вызвана к жизни *духовными* потребностями человека, его стремлением к познанию и красоте.

Я выбрала эту тему для исследования, потому что хотела узнать, что есть интересного в числах, с которыми нам приходится встречаться ежедневно. И, конечно, выяснить закономерности некоторых.

Цель моей работы: убедиться в многообразии интересных чисел.

Задачи, которые я ставлю перед собой:

1. Найти как можно больше интересных чисел
2. Выяснить закономерности некоторых из них
3. Найти закономерности, связанные с датами рождения членов моей семьи.

Глава 1. Многообразие интересных чисел

Циклическое число

При умножении числа 142857 на числа от 1 до 6 получается произведение, записанное теми же цифрами, переставленными в циклическом порядке:

$$142857 * 1 = 142857$$

$$142857 * 2 = 285714$$

$$142857 * 3 = 428571$$

$$142857 * 4 = 571428$$

$$142857 * 5 = 714285$$

$$142857 * 6 = 857142$$

Что интересно, если умножить 142857 на 7, то получится 999999.

Число 142857 совпадает с периодически повторяющейся последовательностью цифр, стоящих в дробной части числа $1/7$, записанного в десятичной форме:

$$1/7 = 0,14285714\dots$$

Про числа 3 и 4

Максимальное число, которое можно построить из трех троек без использования математических знаков, - 3^{33} , а максимальное число, которое можно построить из трех четверок без использования математических знаков, - 4^{44} .

Числа 1 и 9

Развивая начатую тему: наибольшее число, которое можно записать с помощью трех единиц без использования математических знаков, - 111; наибольшее число, которое можно записать с помощью четырех единиц без использования математических знаков, - 11^{11} ; наибольшее число, которое можно записать тремя цифрами без использования математических знаков, - 9^{99} .

Несколько утверждений про числа

Любое нечетное число можно представить в виде разности квадратов двух чисел:

$$23 = 144 - 121$$

$$25 = 169 - 144$$

$$27 = 196 - 169$$

Любое натуральное число, кратное 4, можно представить в виде разности квадратов двух чисел:

$$44 = 144 - 100$$

$$40 = 121 - 81$$

$$36 = 100 - 64$$

Любое натуральное число, дающее в остатке 1 при делении на 4, можно представить в виде суммы двух квадратов:

$$45 = 36 + 9$$

$$41 = 25 + 16$$

$$37 = 36 + 1$$

Если сумма двух целых чисел – число, оканчивающееся нулем, то квадраты этих чисел оканчиваются одной и той же цифрой:

$$4 + 6 = 10 \Rightarrow 4^2 = 16 \text{ и } 6^2 = 36$$

$$33 + 7 = 40 \Rightarrow 33^2 = 1089 \text{ и } 7^2 = 49$$

$$432 + 8 = 440 \Rightarrow 432^2 = 186624 \text{ и } 8^2 = 64$$

Числа, сумма, произведение и частное которых равны между собой: 0,5 и -1.

Про простые числа можно говорить бесконечно, не в том смысле, что самих простых чисел бесконечно много и было бы тривиально начать их перечислять, а в смысле, что у простых чисел очень много интересных свойств.

Известна, например, теорема П.Л.Чебышева, что между двумя натуральными числами n и $2n$ имеется по крайней мере одно простое число.

Например, $n=10$, тогда $2n=20$. Между числами 10 и 20 есть четыре простых числа: 11, 13, 17, 19.

Число 13452 образовано из пяти последовательных цифр (расположенных не по порядку) так, что число, образованное первыми двумя цифрами, умноженное на среднюю цифру, дает число, образованное последними двумя цифрами: $13*4=52$. То же самое можно сказать про число 947658: $94*7=658$.

Числа 39157 и 57139

Данные числа составлены из пяти первых нечетных чисел 1, 3, 5, 7 и 9 следующим образом: произведение числа, образованного из первых двух цифр, на число, образованное двумя последними цифрами, минус число, стоящее в середине равно числу, составленному из повторений одной и той же цифры.

$$39 \times 57 - 1 = 57 \times 39 - 1 = 2222$$

Число 1444

1444 - наименьший квадрат целого числа, оканчивающийся наиболее длинной последовательностью одинаковых цифр. Нуль не считается допустимой цифрой.

$$1444 = 38^2$$

Число 273863

Наибольшее число, которое при умножении на 365 дает число, содержащее восемь цифр, из которых первые четыре дважды повторяются:

$$272\ 863 \times 365 = 99\ 959\ 995$$

Аналогичные примеры есть:

$$64\ 253 \times 365 = 23\ 452\ 345, \text{ но } 273\ 863 - \text{наибольшее число, удовлетворяющее условию.}$$

Легкое деление: чтобы разделить, просто перенесите первую цифру в конец
Частное, получающееся при перестановке в конец первой цифры делимого, можно найти любое для любого делителя. Ниже два примера.

Число 8 101 265 822 784

Чтобы разделить 8 101 265 822 784 на 8, достаточно переставить первую цифру числа в конец.

$$8\ 101\ 265\ 822\ 784 : 8 = 1\ 012\ 658\ 227\ 848$$

Число 7 101 449 275 362 318 840 579

Чтобы разделить 7 101 449 275 362 318 840 579 на 7, достаточно переставить первую цифру числа в конец.

$$7\ 101\ 449\ 275\ 362\ 318\ 840\ 579 : 7 = 1\ 014\ 492\ 753\ 623\ 188\ 405\ 797$$

Легкое деление (вариант 2): чтобы разделить, просто переставьте последнюю цифру в начало

В отличие от предыдущего случая, в данном варианте решение существует не всегда. Так, например, для делителя 2 решения не существует. Однако не все так плохо.

Числа 857 142 и 428 571

Чтобы разделить 857 142 или 428 571 на 3, достаточно переставить последнюю цифру каждого из чисел в начало.

$$857\ 142 : 3 = 285\ 714$$

$$428\ 571 : 3 = 142\ 857$$

Цифровые совпадения

Произведение и сумма некоторых чисел дает в результате числа, состоящие из одинаковых цифр:

$$9 \times 9 = 81 \mid 18 = 9 + 9;$$

$$2 \times 47 = 94 \mid 49 = 2 + 47;$$

$$3 \times 24 = 72 \mid 27 = 3 + 24;$$

$$2 \times 497 = 994 \mid 499 = 2 + 497;$$

$$2 \times 263 = 526 \mid 265 = 2 + 263.$$

Вообще, вводя девятки после первой цифры чисел из двух последних примеров, можно получить минимум два аналогичных результата при любом желаемом числе цифр:

$$2 \times 4997 = 9994 \mid 4999 = 2 + 4997;$$

$$2 \times 2963 = 5926 \mid 2965 = 2 + 2963.$$

Число 1 234 567 890

Число 1 234 567 890 разлагается на множители следующим образом:

$$1\ 234\ 567\ 890 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 3607 \times 3803$$

Задача о десяти цифрах

Существует четыре числа, составленных из всех десяти цифр, таким образом, что эти числа делятся на все числа от 2 до 18:

$$2438\ 195\ 760;$$

$$3\ 785\ 942\ 160;$$

$$4\ 753\ 869\ 120;$$

$$4\ 876\ 391520.$$

Извлечение кубического корня

Иногда, чтобы извлечь кубический корень из числа, достаточно посчитать сумму цифр этого числа. Ниже приведены все такие числа:

$$1 - \text{сумма цифр числа равна } 1, \text{ а } 1^3 = 1;$$

$$512 - \text{сумма цифр числа равна } 8, \text{ а } 8^3 = 512;$$

$$4913 - \text{сумма цифр числа равна } 17, \text{ а } 17^3 = 4913;$$

$$5832 - \text{сумма цифр числа равна } 18, \text{ а } 18^3 = 5832;$$

$$17\ 576 - \text{сумма цифр числа равна } 26, \text{ а } 26^3 = 17\ 576;$$

$$19\ 683 - \text{сумма цифр числа равна } 27, \text{ а } 27^3 = 19\ 683.$$

Три различные цифры

Числа, составленные из трех различных цифр, каждое из которых делится на квадрат суммы своих цифр:

$$162 \text{ делится на } 81 \Rightarrow (1 + 6 + 2)^2;$$

$$243 \text{ делится на } 81 \Rightarrow (2 + 4 + 3)^2;$$

$$324 \text{ делится на } 81 \Rightarrow (3 + 2 + 4)^2;$$

$$392 \text{ делится на } 196 \Rightarrow (3 + 9 + 2)^2;$$

$$405 \text{ делится на } 81 \Rightarrow (4 + 0 + 5)^2;$$

$$512 \text{ делится на } 64 \Rightarrow (5 + 1 + 2)^2;$$

605 делится на 121 $\Rightarrow (6 + 0 + 5)^2$;

648 делится на 324 $\Rightarrow (6 + 4 + 8)^2$;

810 делится на 81 $\Rightarrow (8 + 1 + 0)^2$;

972 делится на 324 $\Rightarrow (9 + 7 + 2)^2$.

В обратном порядке

Произведение чисел 123 456 789 и 989 010 989 равно 122 100 120 987 654 321. Что интересно, в девяти младших разрядах полученного числа стоят цифры 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 (именно в таком порядке).

Число 201 599 999 798 400

Число 201 599 999 798 400 представляет из себя сумму всех чисел, которые можно составить из девяти цифр (0 исключен), используя каждую цифру в каждом числе один и только один раз.

Число 1 026 753 849

Число 1 026 753 849 - наименьший квадрат, содержащий все десять цифр от 0 до 9, причем каждую цифру - лишь по одному разу.

$$1\ 026\ 753\ 849 = 32\ 043^2$$

Число 9 814 072 356

Число 9 814 072 356 - наибольший квадрат, содержащий все десять цифр от 0 до 9, причем каждую цифру - лишь по одному разу.

$$9\ 814\ 072\ 356 = 99\ 066^2$$

Числа 567 и 854

Данные числа и только они содержат вместе со своими квадратами по одному и только одному разу каждую из девяти цифр, исключая нуль.

$$567^2 = 321\ 489;$$

$$854^2 = 729\ 316.$$

Число 207

Используя каждую из девяти цифр, исключая нуль, один и только один раз, составим простые числа таким образом, что сумма этих чисел была минимальной. Эта сумма равна 207.

$$207 = 2 + 3 + 5 + 47 + 61 + 89$$

Девять цифр до и после знака равенства

Если 32 547 891 умножить на 6 (таким образом, в данной операции использованы все девять цифр от 1 до 9), то получится произведение, равное 195 287 346, также содержащее девять цифр по одному разу. Еще примеры такого рода:

$$94\ 857\ 312 \times 6 = 569\ 143\ 872;$$

$$89\ 745\ 321 \times 6 = 538\ 471\ 926;$$

$$98\ 745\ 231 \times 6 = 592\ 471\ 386.$$

Сложение и умножение дает одинаковый результат

Существуют пары чисел, которые при сложении и умножении дают одинаковый результат, например: 1,1 и 11.

$$1,1 + 11 = 1,1 \times 11 = 12,1$$

Впрочем, подобных чисел много:

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 4;$$

$$6 + 1,2 = 6 \times 1,2 = 7,2;$$

$$26 + 1,04 = 26 \times 1,04 = 27,04.$$

Квадраты и кубы

Два наименьших числа, таких, что разность их квадратов представляет собой куб, а разность кубов - квадрат: 10 и 6.

$$10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 4^3,$$

$$10^3 - 6^3 = 1000 - 216 = 784 = 28^2.$$

Числа, равные сумме кубов своих цифр

Существуют четыре числа, если не считать 1, совпадающие с суммой кубов своих цифр:

$$153 = 1 + 125 + 27;$$

$$370 = 27 + 343;$$

$$371 = 27 + 343 + 1;$$

$$407 = 64 + 343.$$

Глава 2. Галерея числовых диковинок

В мире чисел, как и в мире живых существ, встречаются подлинные диковинки, редкие экземпляры, обладающие исключительными свойствами. Вот некоторые из них.

365 999 1001 10101

Число 365

Оно замечательно прежде всего тем, что определяет число дней в году. При делении на 7 оно дает в остатке 1; эта несущественная особенность числа 365 имела большое значение для старого семидневного календаря. Другая его особенность не связана с календарем:

$$365 = 10^2 + 11^2 + 12^2;$$

т.е. 365 равно сумме квадратов трех последовательных чисел, начиная с 10:

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 365$$

Но и это еще не все. Тому же равна сумма квадратов двух следующих чисел 13 и 14:

$$13^2 + 14^2 = 169 + 196 = 365$$

Число 999

Любопытная особенность числа 999 проявляется при умножении на него всякого другого трехзначного числа. Тогда получается шестизначное произведение; первые три цифры его есть умножаемое число, только уменьшенное на единицу, а остальные три цифры - дополнения получившихся до 9. Например:

$$573 \cdot 999 = \begin{array}{r} 572 \\ \underline{572\ 427} \\ 999 \end{array}$$

Стоит лишь взглянуть на следующую строку, чтоб понять происхождение этой особенности:

$$573\ 999 = 573 - (1000 - 1) = \left\{ \begin{array}{l} 573\ 000 \\ - \quad 573 \\ \hline 572\ 427 \end{array} \right.$$

Зная эту особенность, можно мгновенно умножать любое трехзначное число на 999.

Число 1001

Чем же замечательно число 1001? С виду оно кажется совсем обыкновенным.

Оно даже не принадлежит к избранному разряду простых чисел. Оно делится без остатка и на 7, и на 11, и на 13, - на три последовательных простых числа,

произведением которых оно и является. Но не в том диковинка, что $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, - здесь нет ничего волшебного. Замечательнее всего то, что при умножении на него трехзначного числа получается результат, состоящий из самого умноженного числа, только написанного дважды, например:

$$873 \cdot 1001 = 873\ 873;$$

$$207 \cdot 1001 = 207\ 207, \text{ и т. д.}$$

Число 10101

Это число, как и число 1001, дает удивительный результат при умножении, - но не трехзначных чисел, а двузначных; каждое двузначное число, умноженное на 10101, дает в результате само себя, написанное трижды. Например:

$$73 * 10101 = 737\ 373;$$

$$26 * 10101 = 262\ 626, \text{ ит. д.}$$

Причина уясняется из следующей строки:

$$73 * 10101 = 73 \cdot (1000 + 100 + 1) = \begin{array}{r} 730000 \\ + 7300 \\ \hline 737373 \end{array}$$

Девять одинаковых цифр

Странно, но при таких вычислениях получается 9 одинаковых цифр:

$$12345679 * 9 = 111111111$$

$$12345679 * 18 = 222222222$$

$$12345679 * 27 = 333333333$$

$$12345679 * 36 = 444444444$$

$$12345679 * 45 = 555555555$$

$$12345679 * 54 = 666666666$$

$$12345679 * 63 = 777777777$$

$$12345679 * 72 = 888888888$$

$$12345679 * 81 = 999999999$$

Глава 3. Закономерности дат рождения моей семьи

Я выписала даты рождения членов моей семьи.

Я 02.10.1995.

Сестра 01.04.2003.

Папа 07.06.1966,

Мама 14.12.1970.

Бабушка 28.08.1950.

Двоюродная сестра 27.02.1999,

Дедушка 02.08.1948.

Тетя 17.10.1978.

$2 \times 1 \times 7 = 14$ - дни первых четырех дат.

$10 - 4 + 6 = 12$ - месяцы первых четырех дат. Получилось, 14 и 12 - это день и месяц рождения мамы. Значит, я, сестра и папа связаны с мамой.

Затем я сложила цифры, встречающиеся в дате своего рождения. $2 + 1 + 1 + 9 + 9 + 5 = 27$. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 9. Может быть, это число знаковое для меня?

$1 + 4 + 2 + 0 + 0 + 3 = 10$. Складывая цифры даты рождения моей сестры, я получила 10. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 1. Может быть, это число знаковое для моей сестры?

$7 + 6 + 1 + 9 + 6 + 6 = 35$. Складывая цифры даты рождения папы, я получила 35. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 8. Может быть, это число знаковое для папы? •

$1 + 4 + 1 + 2 + 1 + 9 + 7 + 0 = 25$. Складывая цифры даты рождения мамы, я получила 25. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 7. Может быть, это число знаковое для мамы?

$2 + 8 + 8 + 1 + 9 + 5 = 33$. Складывая цифры даты рождения бабушки, я получила 33. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 6. Может быть, это число знаковое для бабушки?

$2 + 7 + 2 + 1 + 9 + 9 + 9 = 39$. Складывая цифры даты рождения двоюродной сестры, я получила 39. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 12. Может быть, это число знаковое для нее?

$2 + 8 + 1 + 9 + 4 + 8 = 32$. Складывая цифры даты рождения дедушки, я получила 32. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 5. Может быть, это число знаковое для деда?

$1 + 7 + 1 + 1 + 9 + 7 + 8 = 31$. Складывая цифры даты рождения тети (маминой сестры), я получила 34. Затем сложила цифры полученного числа. Получила 7. Может быть, это число знаковое для нее?

Итак, повторилась только цифра 7- у двух сестер. Остальные цифры различны. Только у моей двоюродной сестры для числа 12 еще можно найти сумму цифр. Она равна 3.

Заключение

Исследуемые мною числа оказались очень интересными, как с точки зрения математики, так и с точки зрения обыденной жизни. Я нашла очень много интересных чисел, но много осталось и неизведанного. Поэтому можно будет продолжить изучать закономерности, виды чисел, их разнообразие и связь с жизнью.

Как я выяснила, неинтересных чисел не бывает. Они все уникальны. Каждое может быть интересно по-своему. Каждое несет в себе какой-нибудь смысл. Поэтому, развитие этой темы в дальнейшем может быть связано с нумерологией. Изучая различные числа, можно будет объяснить влияние чисел на жизнь человека.

Список использованной литературы и источников

1. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика / Ред. коллегия: М.Аксенова, В.Володин и др. - М.: «Аванта+», 2005
2. Задачи по математике для любознательных: Кн. для учащихся 5- 6 кл. сред. шк. Д.В. Клименченко. - М.: Просвещение, 1992.
3. Домашняя математика: Кн. для учащихся 7 кл. сред. шк. М.В. Ткачева. -- М.: Просвещение, 1993.
4. Занимательная арифметика. *ЯИ*. Перельман. - М.: АО «СТОЛЕТИЕ». 1994.
5. Живые числа: Сб. статей 1981 г.: Пер. с нем. - М.: Мир; 1985.
6. За страницами учебника алгебры: Кн. для учащихся 7- 9 кл. сред. шк. Л.Ф. Пичурин. - М.: Просвещение, 1990.
7. http://arbuz.uzpak.uz/t_numbers.html