

Краевой конкурс творческих работ учащихся
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Математическое моделирование

Моделирование изменения зарплаты и занятости

Тихонова Александра Алексеевна,
11 кл., МБОУ «Лицей №1» г. Перми,

Шабрыкина Наталья Сергеевна,
доцент ПНИПУ, к.ф.-м. н.

Пермь. 2012.

Введение

Практически каждый человек в мире работает и хочет чтобы его работа хорошо оплачивалась, но работодатели готовы выплачивать только определенное количество зарплаты.

В данной работе будет рассмотрена системы трудовых ресурсов. Термин «трудовые ресурсы» – это часть населения страны, обладающая физическим развитием, умственными способностями, знаниями и навыками труда в соответствующей отрасли.¹ Достаточная обеспеченность предприятия трудовыми ресурсами, их рациональное использование, высокий уровень производительности труда имеют большое значение для увеличения объемов продукции и повышения эффективности производства. Проблематика заключается в обеспеченности предприятия трудовыми ресурсами и эффективности их использования. Хочется отметить, что трудовые ресурсы напрямую взаимодействуют с рынком труда - это подсистема рыночной экономики, в которой взаимодействуют с одной стороны - работодатели, с другой - наемные работники.

В результате этих взаимоотношений формируются объем, структура и соотношение спроса и предложения на рабочую силу.

Актуальность обусловлена тем, что эффективность работы рынка зависит от ряда факторов: кадры, оплата труда на предприятии. Кадры наиболее ценная и важная часть производительных сил. На рост производительности труда влияет существующая в разные периоды, система оплаты труда, так как оплата является стимулирующим фактором для роста квалификации труда и повышения технического уровня выполненной работы. Если работник будет полностью удовлетворен, то естественно его работа будет наиболее эффективной и результативной, что немаловажно для деятельности любого предприятия. Ведь всё в конечном

¹ А.М.Ганиев Трудовые ресурсы. – Электрон.ресурс.- Режим доступа к ст.: http://www.bashedu.ru/encikl/t/trud_r.htm

счете зависит от людей, от их квалификации, от умения и желания работать.

В настоящее время проблема эффективного использования трудовых ресурсов особо актуальна, т.к. продуктивное рабочее место, позволяющее человеку реализовать свой личный интерес, добиться высокой производительности труда, используя достижения науки и техники, и иметь достойный заработок, гарантирует стабильное производство предприятия, поэтому целью работы является исследование эффективности использования трудовых ресурсов.

Концептуальная постановка задачи

Целью данной работы является построение математической модели процессов изменения зарплаты и численности рабочих.

Рынок труда, на котором взаимодействуют работодатели и наемные рабочие, характеризуется зарплатой и числом занятых.

При построении модели не учитываются такие факторы, как естественная смертность рабочих, кризисы.

Математическая постановка задачи

Пусть на рынке существует некоторое равновесное состояние, когда за некоторую зарплату согласно работать фиксированное количество человек. Если по каким-то причинам равновесие нарушено (например, на предприятии возникли финансовые проблемы и работодатель не может обеспечить эту зарплату всем работникам), то работодатель изменит зарплату пропорционально отклонению численности занятых от равновесного значения. А число работников увеличивается или уменьшается пропорционально отклонению первоначально предлагаемой зарплаты.

Известно, что численность рабочих пропорциональна отклонению предлагаемой зарплаты от равновесного значения, а зарплата изменяется пропорционально отклонению количества занятых от равновесного значения, то можно составить следующую систему дифференциальных уравнений, описывающих эту динамику:

$$\begin{cases} \frac{dN(t)}{dt} = \alpha(N_0 - N(t)) \\ \frac{dp(t)}{dt} = \beta(p(t) - p_0) \end{cases} \quad (1)$$

где t - время; $p(t)$ - зарплата; $N(t)$ - численность рабочих; p_0 - зарплата на рынке, находящемся в равновесном состоянии; N_0 - число рабочих на рынке, находящемся в равновесном состоянии. Как уже было отмечено, зарплата изменяется пропорционально отклонению численности занятых от равновесного значения, потому введен коэффициент пропорциональности α . Также введен коэффициент β , устанавливающий связь между числом работников на предприятии и отклонением от первоначально предлагаемой зарплаты.

Начальные условия, необходимые для решения системы уравнений

$$(1) : p(0) = p_1 ; N(0) = N_1 \quad (2)$$

Методы решения и результаты

Приведенное выше дифференциальное уравнение может быть решено аналитически с помощью математического пакета Maple. Аналитическое решение системы уравнений (1) с использованием начальных условий (2) дало такой результат :

$$N(t) = \frac{-\sin(\sqrt{D}\sqrt{D}t)\sqrt{D}(-p_1 + p_0)}{\sqrt{D}} + \cos(\sqrt{D}\sqrt{D}t)(-N_0 + N_1) + N_0 \quad (3)$$

$$p(t) = \frac{-\cos(\sqrt{D}\sqrt{D}t)\sqrt{D}(-p_1 + p_0) + \sin(\sqrt{D}\sqrt{D}t)\sqrt{D}(-N_0 + N_1) - p_0\sqrt{D}}{\sqrt{D}} \quad (4)$$

С помощью математического пакета Maple были построены графики зависимости зарплаты от времени (4) и численности населения от времени (3) и график зависимости зарплаты от численности рабочих за определенный период времени.

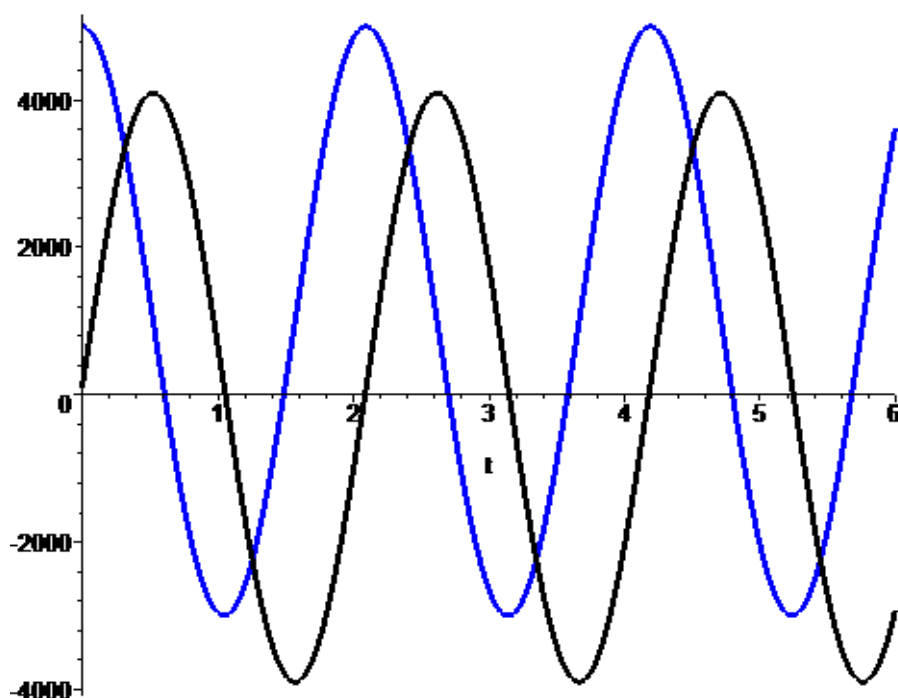


Рис.1.

Графики зависимости численность рабочих и зарплаты от времени. Черным цветом показана численность рабочих от времени; Синим-зависимость зарплаты от времени.

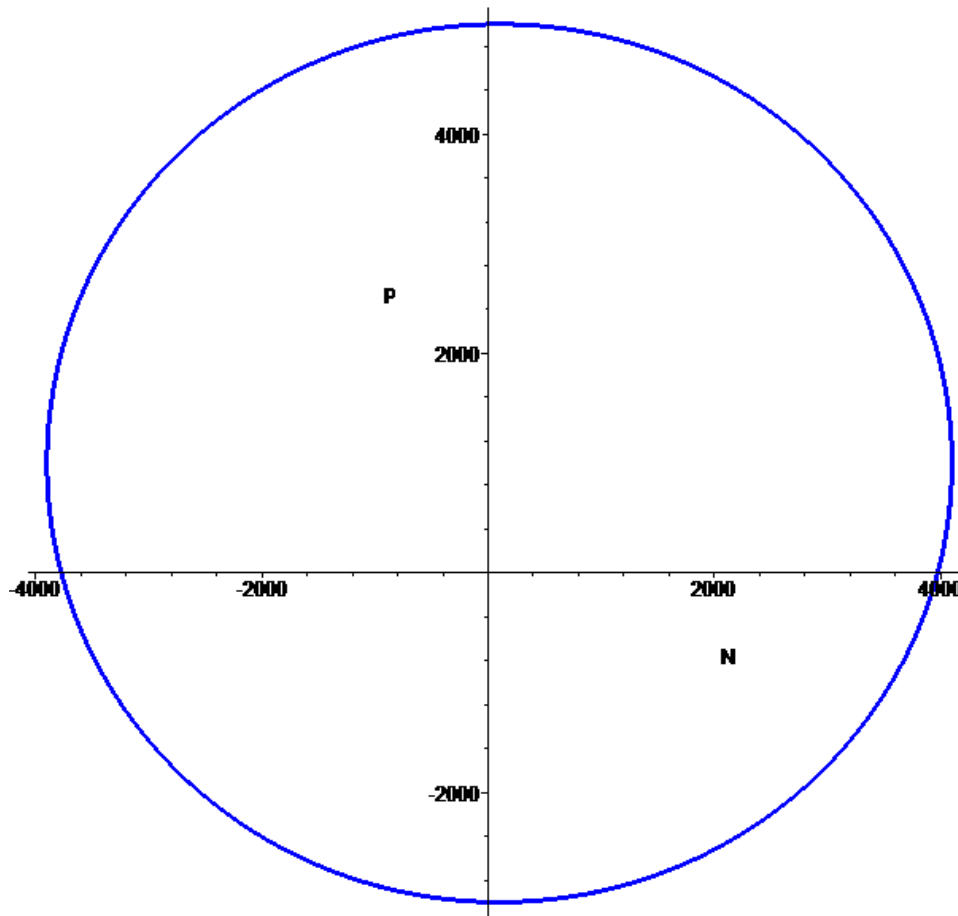


Рис.2. Зависимость численности рабочих от зарплаты.

Графики представленные на рис.1 и рис.2 были построены при начальных условиях зарплата 5000 рублей и численность рабочих 100 человек, коэффициенты при этом были равны 3, условия равновесия это 100 человек и зарплата 1000 рублей. По этим графикам можно заметить, что зарплата 5000 рублей стремится к равновесному состоянию 4000 рублей, так как равновесная зарплата ниже начальной, график опускается вниз, отсюда можно сделать вывод, что зарплата уменьшается. До тех пор, пока она не достигла равновесного состояния, количество рабочих увеличивается, когда же зарплата опускается ниже равновесного, рабочие увольняются. В тот момент, когда количество трудящихся становится ниже равновесного значения, ниже 100 человек, зарплата начинает увеличиваться, чтобы вернуть рабочих. И возвращаться они начинают

лишь тогда, когда зарплата достигает равновесного значения. Но потом зарплата вновь уменьшается, потому что рабочих стало больше, чем количество при котором рынок труда находится в равновесном состоянии (100 человек). Цикл повторяется.

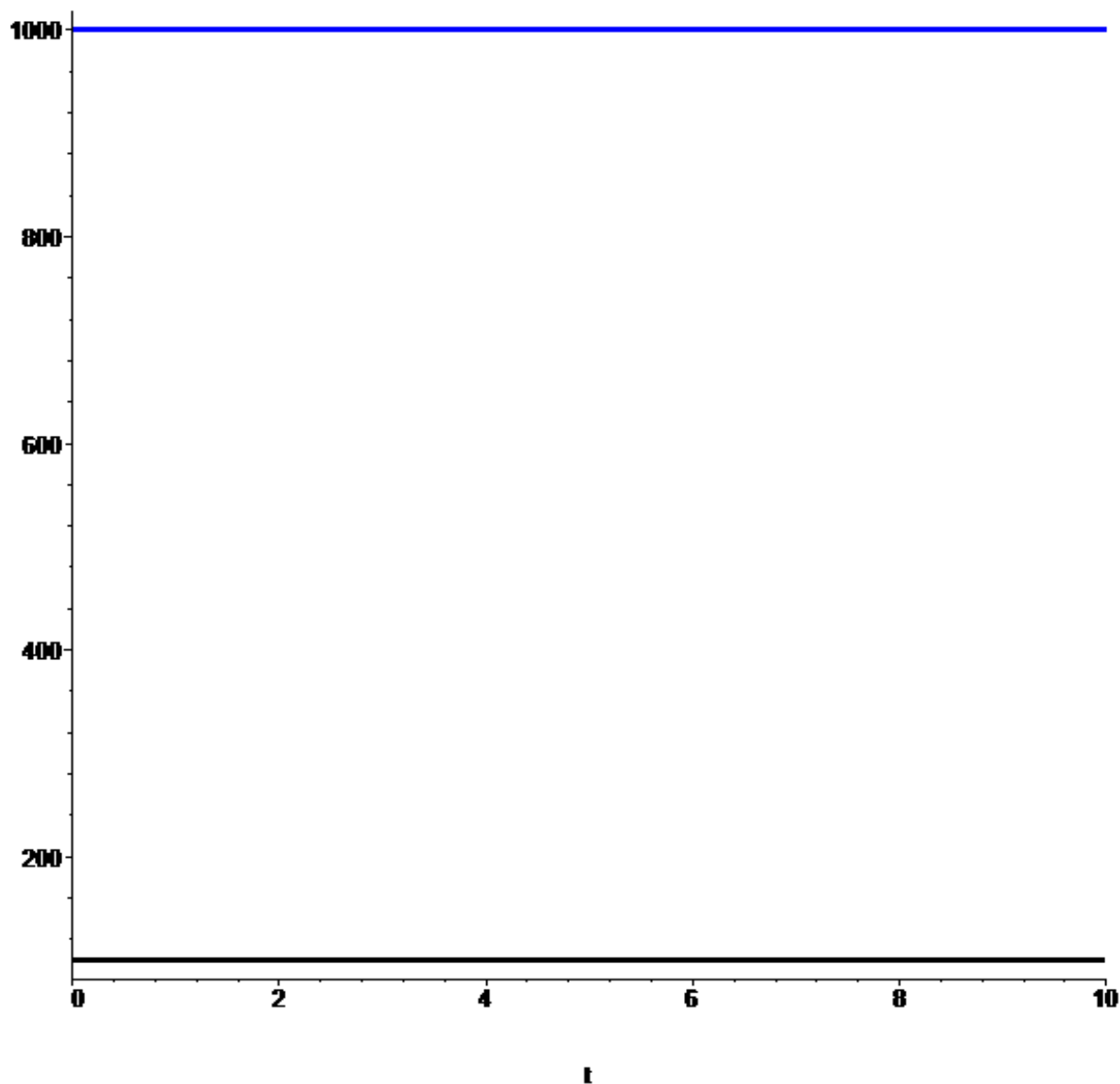


Рис.3.Графики зависимости численность рабочих и зарплаты от времени. Черный - зависимость численности рабочих от времени; Синий -зависимость зарплаты от времени.

При равных начальной и равновесной зарплат график будет иметь вид двух прямых.

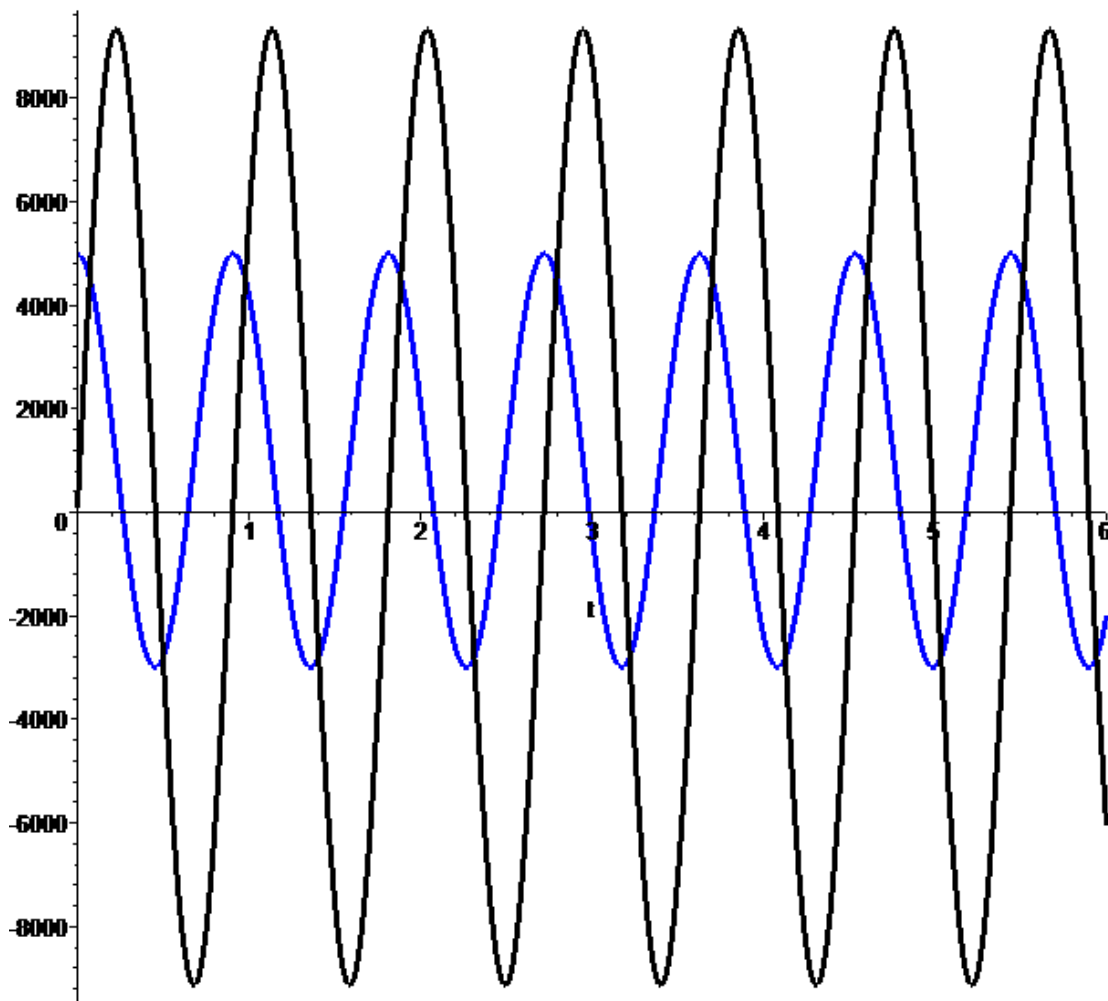


Рис.4. Графики зависимости численность рабочих и зарплаты от времени. Черный - зависимость численности рабочих от времени; Синий -зависимость зарплаты от времени.

Рис.4. Показывает, если коэффициент \square будет меньше чем \square , то что зарплата будет вести себя стабильно, а вот рабочие будут стремительно пытаться устроиться, когда зарплата будет выше равновесной, и так же стремительно увольняться, когда зарплата будет ниже равновесной.

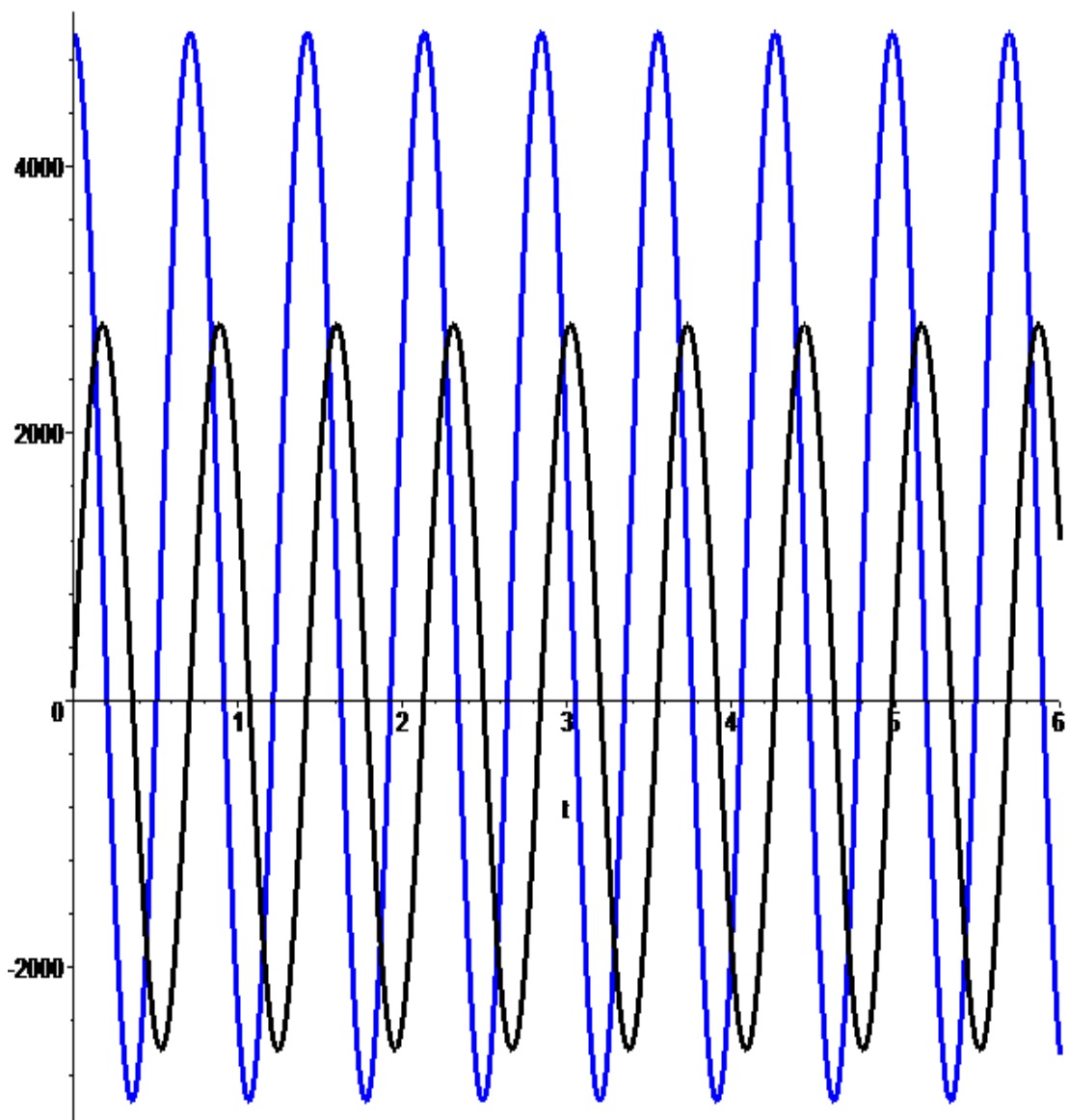


Рис.5. Графики зависимости численность рабочих и зарплаты от времени. Черный - зависимость численности рабочих от времени; Синий -зависимость зарплаты от времени.

Рис.5. Показывает, если коэффициент β будет больше чем β_0 , то что зарплата на предприятии будет стремительно меняться, рабочие же начнут увольняться лишь в том случае если зарплата опустится на много ниже равновесного значения.

Заключение

В результате исследования было выявлено, что рынок труда будет вести себя стабильно, потому что при коэффициентах $\alpha > 1$ и $\beta > 1$, любых значениях зарплат и при любой численности рабочих графики ведут себя стабильно.

На производительность труда будет влиять главный фактор-это зарплата. Если она ведет себя стабильно или же повышается, рабочие этого предприятия стремятся остаться здесь работать, так привлекая новых рабочих. А если работник всем удовлетворен, то стремится выполнить свою работу более качественно и получить за нее соответствующую зарплату.

Приложение

```
> with(plots):  
> alpha:=4;beta:=4;N0:=100;p0:=1000;N1:=100;p1:=12000;  
> sys:=diff(p(t),t)=alpha*(N0-N(t)),diff(N(t),t)=beta*(p(t)-p0);  
> sol:=dsolve({sys,N(0)=N1,p(0)=p1},{N(t),p(t)});  
> eq:=subs(sol,N(t));  
> er:=subs(sol,p(t));  
> plot([eq,er],t=0..10,numpoints=5000,thickness=3,color=[black,blue]);  
> sol:=dsolve({sys,N(0)=N1,p(0)=p1},{N(t),p(t)},type=numeric);  
> display(odeplot(sol,[N(t),p(t)],numpoints=5000,thickness=3,color=blue)  
)
```