

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 9-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Математическое моделирование

**Математическое моделирование движений в художественной
гимнастике**

Хотько Ольга Александровна,
11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,
Шабрыкина Наталья Сергеевна,
к.ф.-м.н., доцент ПНИПУ.

Пермь. 2014.

Оглавление

1	введение.....	3
2	актуальность.....	4
3	концептуальная постановка.....	5
4	математическая постановка.....	6
5	решение задачи.....	13
	5.1простой прыжок.....	14
	5.2прыжок с подтягиванием ног.....	19
6	выводы.....	24
7	список литературы.....	25
8	приложение.....	26
	8.1простой прыжок.....	26
	8.2прыжок с подтягиванием ног.....	35

1. Введение

Художественная гимнастика – один из самых популярных видов спорта России. Красота, грация и элегантность – неотъемлемые составляющие этого вида спорта. Сложнейшие элементы, которые делают гимнастки в своих упражнениях, со стороны кажутся очень простыми, и это благодаря тому, что гимнастки выполняют их с невероятной легкостью и уверенностью.

Но никогда не нельзя забывать, что это профессиональный спорт, включенный в Олимпийскую программу. И как у любого другого вида спорта, у этой легкости и уверенности есть и обратная сторона медали.

Для того чтобы добиться сто процентной выполняемости элементов гимнастики долго и упорно работают над собой. Они буквально живут в спортивном зале, отрабатывая до автоматизма всю работу с предметом, все элементы, все движения, вплоть до поворота головы и улыбки.

Так же, как и в любом другом профессиональном спорте, в процессе отработки упражнений гимнастки могут получать различного вида травм. Но гимнастки обладают невероятным терпением, благодаря которому они долгое время могут закрывать на это глаза. Однако это не всегда является положительным качеством. Думая о несерьезности своей травмы, они долго могут никому не говорить об этом, и все это может обернуться очень серьезно.

Данная работа будет направлена как раз на то, чтобы сократить риск получения травм во время отработки элемента, а также для наиболее эффективного его выполнения.

2.Актуальность

Эффективность выполнения элементов гимнастикой «художницей» зависит не только от степени подготовленности спортсменки и работы тренера, но и от четкого понимания законов движения. Для совершенствования элементов необходимо учитывать механические закономерности движений. Тренер, активно следящий за достижениями науки в области спорта, может правильно скорректировать программы тренировок, во время которых будет проходить обучение гимнастка.

Моделирование элементов гимнастики помогает выявить ошибки их исполнения, которые могут появиться в результате неправильного понимания гимнастики о возможных способах управления телом.

Также, данная тема актуальна в рамках нашего города, так как исследования выполнения элементов в художественной гимнастике проводятся только в крупных спортивных центрах (к примеру, Казань, Москва и ряд других городов). И так как в России идет огромная конкуренция в этом виде спорта, то тренеры из таких центров пытаются, как можно тщательней скрывать некоторые моменты проведения своих тренировок.

3. Концептуальная постановка задачи

Целью данной работы является минимизация травм, а также более эффективное выполнение элементов. То есть, с ее помощью мы сможем посмотреть, в каких ситуациях элемент может быть выполнен лучше и при этом возможность получения травмы будет мала.

Для данной работы мы будем использовать рисунок, представляющий модель человека, состоящий из четырех жестких стержней (рисунок представлен ниже). Все стержни соединены между собой идеальными шарнирами, это значит, что вращение может осуществляться во все стороны. Также, в работе учитывается то, что движение тела возможно только вдоль поверхности земли.

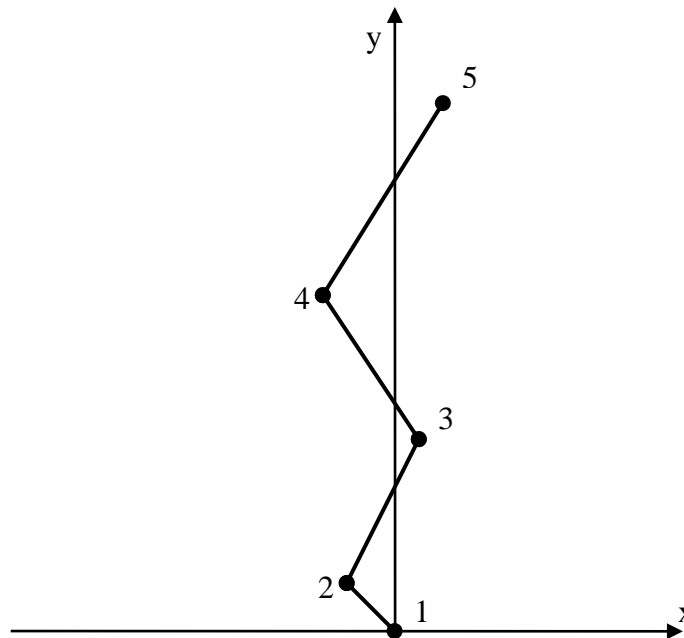


Рис.1. Четырехзвенная модель тела человека

Из рисунка 1:

Рисунок состоит из четырех жестких стержней, соединенные точками, которые пронумерованы от 1 до 5. Каждый стержней являются частью тела человека, а именно:

1-2: стопа

2-3: голень

3-4: бедро

4-5: туловище

4. Математическая постановка

Для математической постановки задачи для начала распишем, какие силы действуют на тело (все силы представлены на рисунке 2).

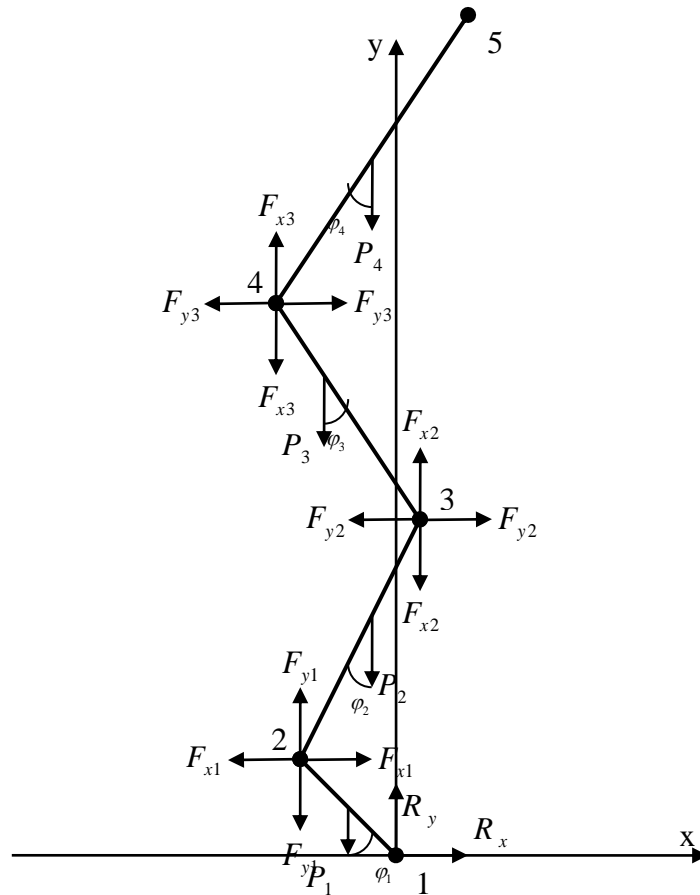


Рис.2. Силы, действующие на модель

Из рисунка 2:

Как уже было сказано выше, рисунок состоит из четырех жестких стержней, каждый из которых закреплен между собой идеальными шарнирами. На каждый из этих шарниров действуют силы, направленные по осям X и Y и обозначаются F. В точке 1 показана сила реакции опоры, обозначаемая R. Также, на рисунке показаны силы тяжести с обозначением P. Между силой тяжести и вертикальной осью показаны углы наклона φ каждого из четырех стержней.

С помощью углов наклона мы можем определить координаты центров масс для каждого стержня. После того как мы найдем координаты центров масс у отдельно взятых стержней, мы сможем определить общий центр масс всего тела.

Центры масс для 1-2:

$$X: x_1 = -r_1 \sin \varphi_1 \quad (1)$$

Где r_1 - расстояние до точки действия силы тяжести P_1

φ_1 - угол наклона стержня 1-2

$$Y: y_1 = r_1 \cos \varphi_1 \quad (2)$$

Центры масс для 2-3:

$$X: x_2 = r_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 \quad (3)$$

Где r_2 - расстояние до точки действия силы тяжести P_2

l_1 - длина стержня 1-2

φ_2 - угол наклона стержня 2-3

$$Y: y_2 = r_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 \quad (4)$$

Центр масс для 3-4:

$$X: x_3 = l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 - r_3 \sin \varphi_3 \quad (5)$$

Где r_3 - расстояние до точки действия силы тяжести P_3

l_2 - длина стержня 2-3

φ_3 - угол наклона стержня 3-4

$$Y: y_3 = r_3 \cos \varphi_3 + l_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 \quad (6)$$

Центры масс для 4-5:

$$X: x_4 = l_2 \sin \varphi_2 - l_1 \sin \varphi_1 - l_3 \sin \varphi_3 + r_4 \sin \varphi_4 \quad (7)$$

Где r_4 - расстояние до точки действия силы тяжести P_4

l_3 - длина стержня 3-4

φ_4 - угол наклона стержня 4-5

$$Y: y_4 = r_4 \cos \varphi_4 + l_3 \cos \varphi_3 + l_2 \cos \varphi_2 + l_1 \cos \varphi_1 \quad (8)$$

Общий центр масс:

$$X: x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{M} \quad (9)$$

Где m_1 – масса стержня 1-2

m_2 – масса стержня 2-3

m_3 – масса стержня 3-4

m_4 – масса стержня 4-5

M – масса всего тела

$$Y: y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{M} \quad (10)$$

Используя координаты центров масс всех четырех стержней, мы можем написать II закон Ньютона, где производная второго порядка от координат центров масс будет являться ускорением каждого участка тела.

Распишем II закон Ньютона.

II закон Ньютона для 1-2:

$$X: m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} = F_{x1} + R_x \quad (11)$$

Где F_{x1} – сила, действующая на шарнир 2 по оси X

R_x – сила реакции опоры по оси X

$$Y: m_1 \frac{d^2 y_1(t)}{dt^2} = F_{y1} + R_y + P_1 \quad (12)$$

Где F_{y1} – сила, действующая на шарнир 2 по оси Y

R_y – сила реакции опоры по оси Y

P_1 – сила тяжести, действующая на стержень 1-2 по оси Y

II закон Ньютона для 2-3:

$$X: m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = F_{x1} + F_{x2} \quad (13)$$

Где F_{x2} – сила, действующая на шарнир 3 по оси X

$$Y: m_2 \frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = F_{y1} + F_{y2} + P_2 \quad (14)$$

Где F_{y2} – сила, действующая на шарнир 3 по оси Y

P_2 – сила тяжести, действующая на стержень 2-3 по оси Y

II закон Ньютона для 3-4:

$$X: m_3 \frac{d^2 x_3(t)}{dt^2} = F_{x2} + F_{x3} \quad (15)$$

Где F_{x3} – сила, действующая на шарнир 4 по оси X

$$Y: m_3 \frac{d^2 y_3(t)}{dt^2} = F_{y2} + F_{y3} + P_3 \quad (16)$$

Где F_{y3} – сила, действующая на шарнир 4 по оси Y

P_3 – сила тяжести, действующая на стержень 3-4 по оси Y

II закон Ньютона для 4-5:

$$X: m_4 \frac{d^2 x_4(t)}{dt^2} = F_{x3} \quad (17)$$

$$Y: m_4 \frac{d^2 y_4(t)}{dt^2} = F_{y3} + P_4 \quad (18)$$

Где P_4 – сила тяжести, действующая на стержень 4-5 по оси Y

С помощью II закона Ньютона, расписанного для каждого из четырех стержней отдельно выше, мы можем выразить силы, а также в дальнейшем вычислить их, которые действуют на стержни. Также, мы сможем написать модули этих сил.

Для начала выразим силу, действующую на шарнир 4, так как в этом случае у нас только одна неизвестная F_{x3} - по оси X и F_{y3} - по оси Y. Сила тяжести нам известна, так как мы знаем массы всех используемых частей тела. Также мы находим модуль действующих сил.

Выразим силы F_{x3} и F_{y3} :

$$\text{X: } F_{x3} = m_4 \frac{d^2 x_4(t)}{dt^2} \quad (19)$$

$$\text{Y: } F_{y3} = m_4 \left(\frac{d^2 y_4(t)}{dt^2} + g \right) \quad (20)$$

Где g – ускорение свободного падения

Модуль действующих сил:

$$F_3 = \sqrt{F_{x3}^2 + F_{y3}^2} \quad (21)$$

После, так как мы нашли силы F_{x3} и F_{y3} , выражаем силы F_{x2} и F_{y2} , действующие на шарнир 3 вдоль оси X и Y соответственно. Также найдем модуль этих сил.

Выразим силы F_{x2} и F_{y2} :

$$\text{X: } F_{x2} = m_3 \frac{d^2 x_3(t)}{dt^2} + F_{x3} \quad (22)$$

$$\text{Y: } F_{y2} = m_3 \left(\frac{d^2 y_3(t)}{dt^2} + g \right) + F_{y3} \quad (23)$$

Модуль действующих сил:

$$F_2 = \sqrt{F_{x2}^2 + F_{y2}^2} \quad (24)$$

С помощью выведенных выше сил, мы находим силы F_{x1} и F_{y1} .

Выразим силы F_{x1} и F_{y1} :

$$\text{X: } F_{x1} = m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + F_{x2} \quad (25)$$

$$Y: F_{y1} = m_2 \left(\frac{d^2 y_2(t)}{dt^2} + g \right) + F_{y2} \quad (26)$$

Модуль действующих сил:

$$F_1 = \sqrt{F_{x1}^2 + F_{y1}^2} \quad (27)$$

После того как были выведены силы, указанные выше, мы находим силу реакции опоры вдоль оси X и Y. Также найдем модуль силы реакции опоры.

Выразим силы R_x и R_y :

$$X: R_x = m_1 \frac{d^2 S_x(t)}{dt^2} + F_{x1} \quad (28)$$

$$Y: R_y = m_1 \frac{d^2 S_x(t)}{dt^2} + m_1 g + F_{y1} \quad (29)$$

Модуль действующих сил:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad (30)$$

С помощью координат центра масс всего тела мы можем найти скорость этого тела. Для этого надо записать производную первого порядка от координат центра масс. После мы сможем найти общую скорость тела, если высчитаем модуль этих скоростей.

$$X: V_x = \frac{d x_c(t)}{dt} \quad (31)$$

Где V_x - скорость по оси X

$$Y: V_y = \frac{d y_c(t)}{dt} \quad (32)$$

Где V_y - скорость по оси Y

$$V_c = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (33)$$

Момент инерции:

Для 1-2 (относительно точки 1):

$$M_{F_{y1}} + M_{F_{x1}} + M_{R_x} + M_{R_y} + M_{P_1} = I\varphi'' \quad ()$$

$$M_{F_{x1}} = 0$$

$$M_{F_{y1}} = 0$$

$$M_{P_1} = \frac{l_{12}}{2} \cos \alpha \quad ()$$

$$M_{F_{y2}} = l_{12} \cos \alpha$$

$$M_{F_{x2}} = l_{12} \cos \alpha$$

$$\frac{l_{12}}{2} \cos \alpha + l_{12} \cos \alpha + l_{12} \cos \alpha = \frac{m_{12} l_{12}^2}{12} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad ()$$

$$5 \cos \alpha = \frac{m_{12} l_{12}}{6} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad ()$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{5 \cos \alpha}{6 m_{12} l_{12}} \quad ()$$

Для 2,3 (относительно точки 3):

$$M_{P_{II}} + M_{F_{y2}} + M_{F_{x2}} + M_{F_{y3}} + M_{F_{x3}} = I\varphi'' \quad ()$$

$$M_{P_{II}} = \frac{l_{23}}{2} \cos \beta$$

$$M_{F_{y2}} = l_{23} \cos \beta$$

$$M_{F_{y2}} = l_{23} \cos \beta \quad ()$$

$$M_{F_{x3}} = 0$$

$$M_{F_{y3}} = 0$$

$$\frac{l_{23}}{2} \cos \beta + l_{23} \cos \beta + l_{23} \cos \beta = \frac{m_{23} l_{23}^2}{12} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad ()$$

$$5 \cos \beta = \frac{m_{23} l_{23}}{6} \frac{d\omega(t)}{dt} \quad ()$$

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{5 \cos \beta}{6 m_{23} l_{23}} \quad ()$$

5.Решение задачи

Нам известны углы φ_1 , φ_2 , φ_3 и φ_4 для простого прямого прыжка и для прыжка с подтягиванием ног. Углы изменяются с течением времени. Также эти углы мы можем изменять с целью исследования поведения графиков.

Для решения данной задачи мы используем следующие данные:

$$l_1=0.37 \quad r_1=0.21 \quad m_1=1.37$$

$$l_2=0.45 \quad r_2=0.27 \quad m_2=4.33$$

$$l_3=0.49 \quad r_3=0.27 \quad m_3=14.17$$

$$l_4=0.81 \quad r_4=0.38 \quad m_4=55.34$$

$$M=75.21$$

$$g=9.81$$

$$t=4$$

Эти данные мы подставили в уравнения, которые представлены выше. С помощью математического пакета Maple 17, мы построили графики четырех видов, которые изменяются с течением времени, а именно:

- график зависимости изменения углов
- график зависимости центра масс
- график зависимости скорости
- график перегрузок

5.1. Простой прыжок:

Сравним два графика зависимости углов от времени.

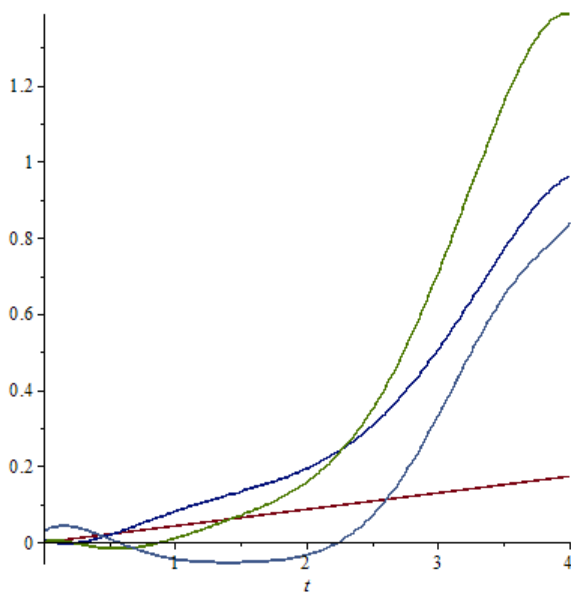


Рис.3.1. График поведения углов

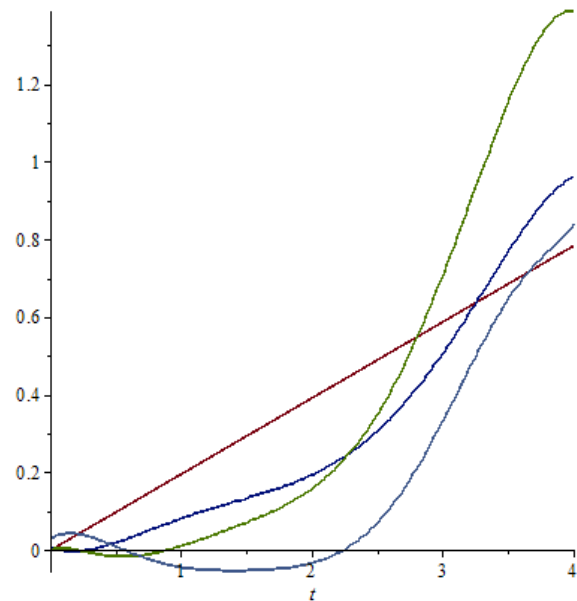


Рис.3.2. График поведения углов

φ_1 -  φ_2 -  φ_3 -  φ_4 - 

Из рисунка 3:

На этих двух графиках мы видим, как ведут себя все четыре угла с течением времени. График 1 мы построили с начальными значениями углов. Для построения графика 2 мы увеличили угол φ_4 - угол наклона корпуса. Из этих двух графиков мы видим, что во втором случае конечное положение значения угла гораздо больше, нежели на первом графике. Вследствие этого мы можем сказать, что при увеличении значения угла его конечное значение так же будет увеличиваться, то есть значение угла будет нарастать быстрее.

Также мы можем видеть, что кривая φ_1 и φ_2 в определенный момент времени, а именно с 0.25 по 0.88 и с 0.6 до 2.5 соответственно, уходят в отрицательные значения. Это происходит вследствие того, что при выполнении простого прыжка колени вытягиваются и ноги проваливаются.

Сравним два графика зависимости центров масс от времени:

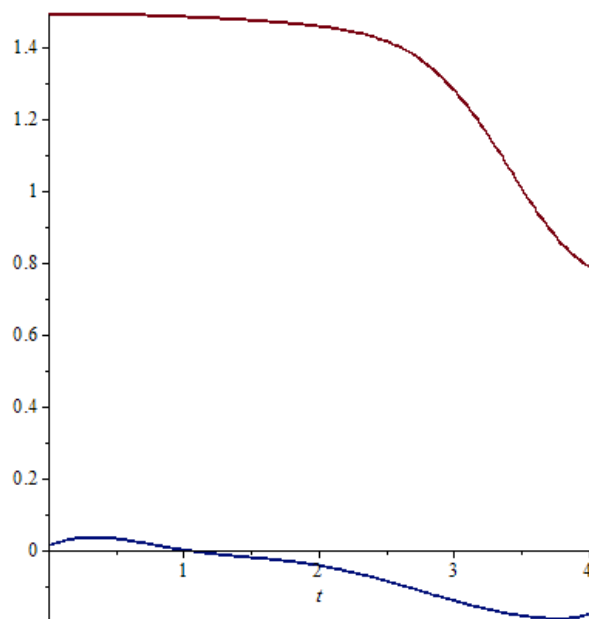
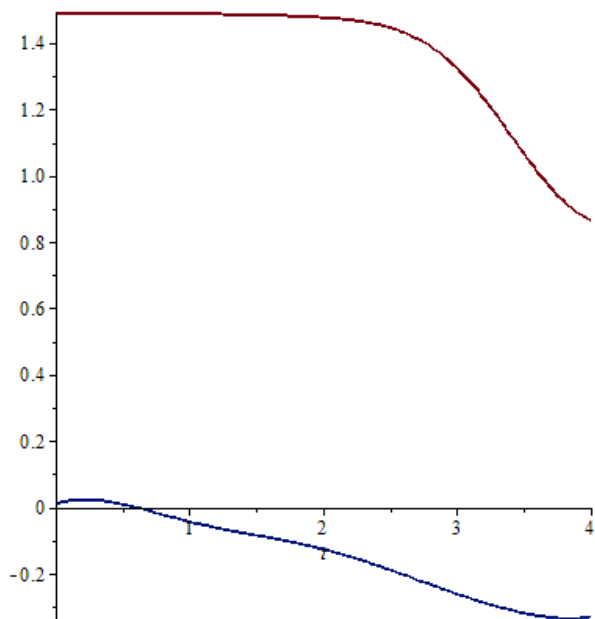


Рис.4.1. График поведения центров масс Рис.4.2. График поведения центров масс

x_c - ———— y_c - ————

Из рисунка 4:

Как и в случае с углами, в первом случае никакие данные изменены не были, а во втором был увеличен угол φ_4 . По данным этих двух графиков мы можем сделать вывод, что чем больше угол наклона корпуса, тем сильнее сгибается корпус при приземлении. Также можно отметить, что в зависимости от угла наклона корпус начинает сгибаться раньше.

Сравним два графика скорости:

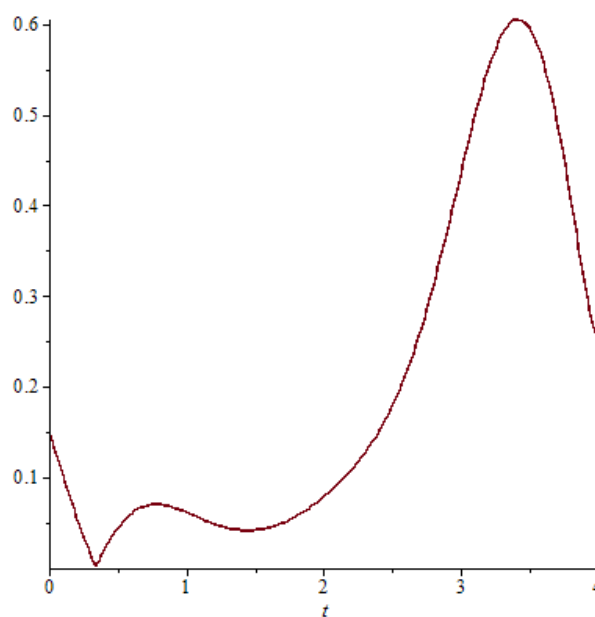
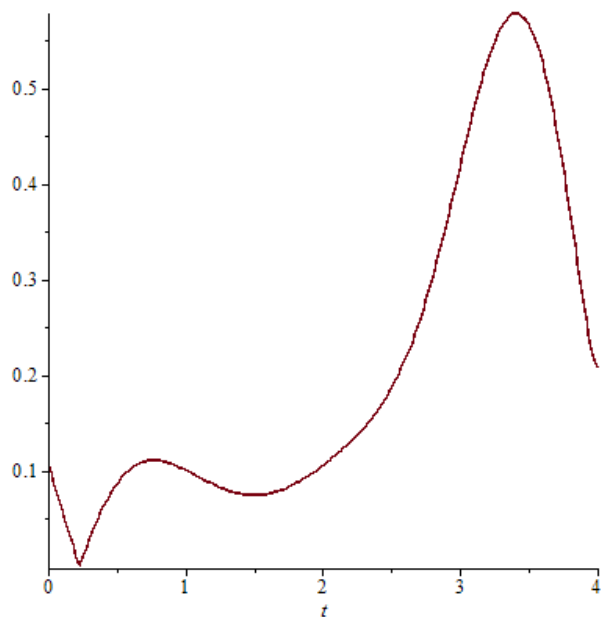


Рис.5.1. График поведения скорости Рис.5.2. График поведения скорости

V_c - —

Из рисунка 5:

Из этих двух графиков можно сделать следующий вывод, что чем больше угол φ_4 , тем будет больше начальная скорость тела. При тех же условиях тело будет дольше подниматься на свою максимальную высоту, то есть до того момента, пока скорость не станет равной нулю. Также, чем больше угол наклона корпуса больше, тем больше будет и максимальная скорость при приземлении.

Ещё мы можем видеть, что начиная со второй секунды скорость начинает резко возрастать. Происходит это вследствие того, что в этот момент времени человек приземляется на землю после исполнения прыжка. Для смягчения приземления наши суставы начинают работать как амортизаторы, делая нагрузку на них меньше.

Сравним два графика перегрузок:

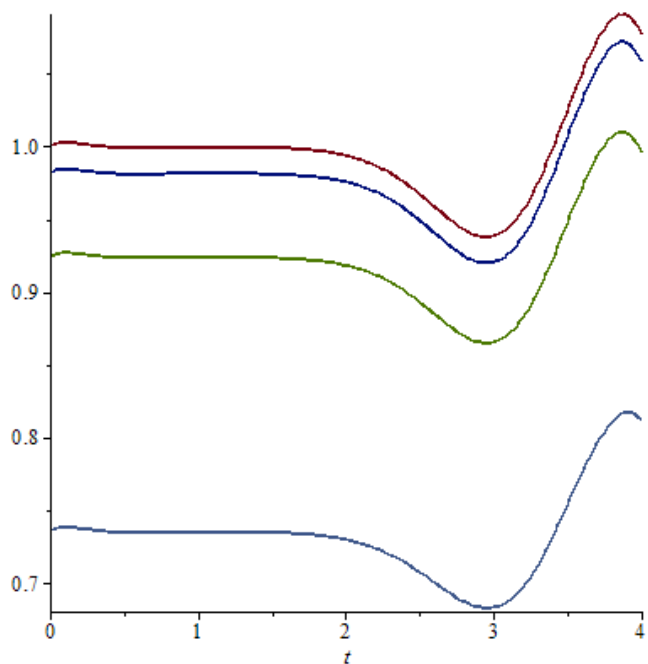


Рис.6.1. Нагрузки в суставах и реакция опоры

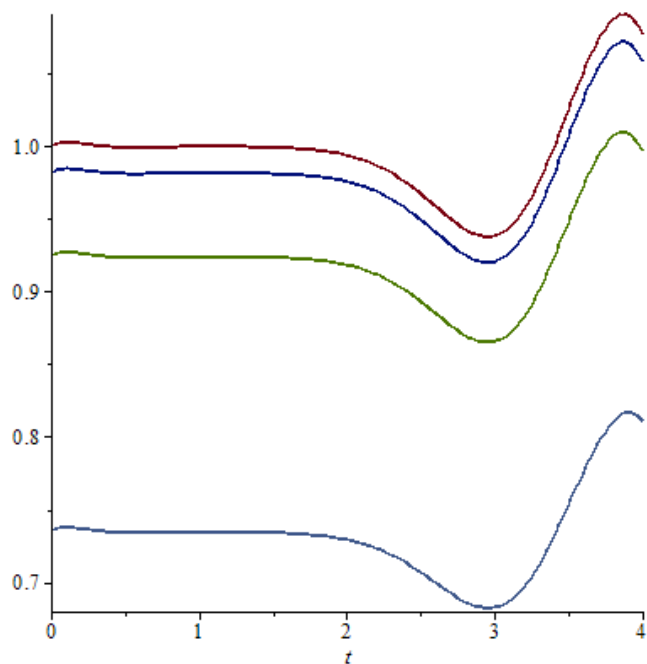


Рис.6.2. Нагрузки в суставах и реакция опоры

F_1 - — F_2 - — F_3 - — R - —

Из рисунка 6:

Из данных выше двух графиков мы можем сделать вывод, что в независимости от того, какое значение имеет угол φ_4 , графики перегрузок не меняются. Также мы можем отметить то, что до момента времени 2 секунды, человек не испытывает практически никаких перегрузок, так как он находится в полете. Но после этого времени идет приземление и человек начинает испытывать перегрузки на суставы. Как уже было сказано выше, наши суставы в этот момент выступают в роли амортизаторов, и как следствие этого суставы начинают испытывать перегрузки.

Анализ таблицы графиков простого прыжка, которые находятся в приложение, показал, что те же самые изменения мы будем наблюдать, если будем изменять углы φ_1 , φ_2 или φ_3 . То есть, также при увеличении углов их значения будут нарастать быстрее. Также будет сильнее сгибаться корпус при приземлении и будет больше начальная скорость и максимальная скорость. Графики перегрузок также не будут иметь больших изменений.

Но эти условия будут сохраняться, если углы увеличивать на небольшие величины. Если же угол увеличить намного, то перегрузка на суставы и опору резко увеличиться, что может привести к растяжениям или, в худшем случае, перелому.

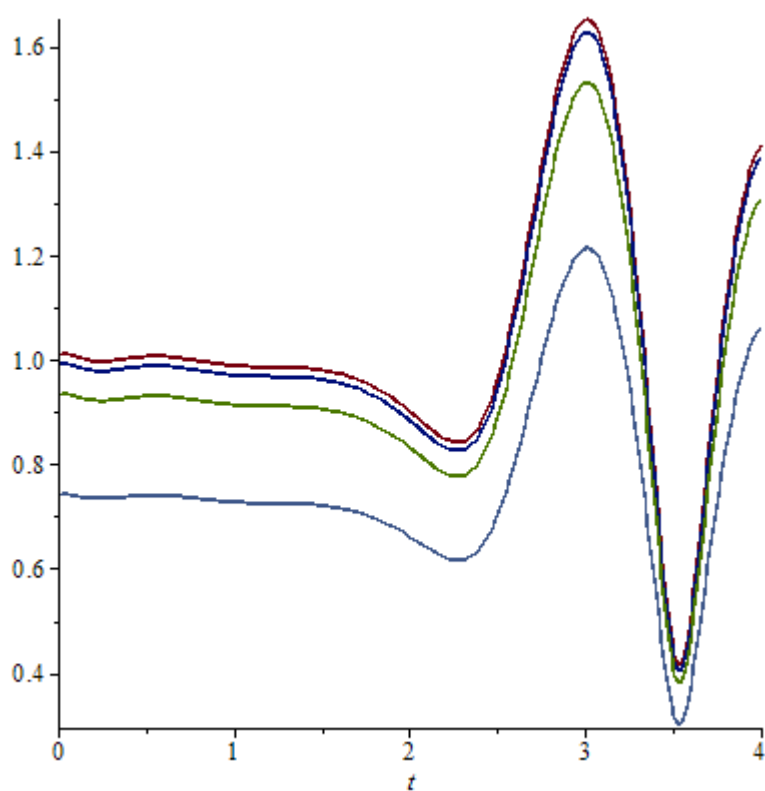


Рис.7. Нагрузки в суставах и реакция опоры

F_1 - — F_2 - — F_3 - — R - —

Из рисунка 7:

На рисунке 7 представлен график зависимости перегрузок от времени.

Из графика видно, что перегрузка на суставы с резким увеличением угла φ_1 , также резко увеличилась. Сильных перегрузок сустав может не выдержать, что приведет к травме.

5.2. Прыжок с подтягиванием ног:

Сравним два графика зависимости углов от времени.

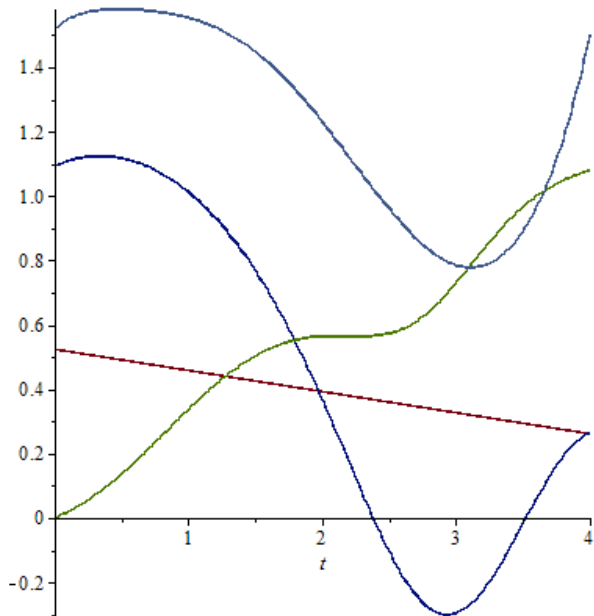


Рис.8.1. График поведения углов

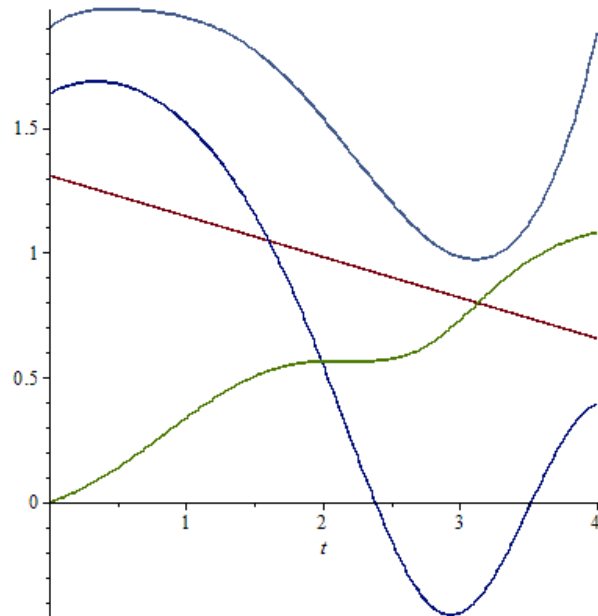


Рис.8.2. График поведения углов

φ_1 -  φ_2 -  φ_3 -  φ_4 - 

Из рисунка 8:

На графиках представлены зависимости углов от времени.

Для построения графика 1 мы использовали начальное значение углов, а для построения графика 2 мы увеличили значение углов φ_2 , φ_3 и φ_4 .

Из этих двух графиков видно, что на графике 2 кривая φ_3 уменьшает свое минимальное значение, со сравнением графиком 1. Точно также уменьшает свое минимальное значение и φ_2 . В то время как прямая угла φ_4 поднимается выше, то есть увеличивает свое минимальное значение. Начальное и конечное значение кривых также изменяется, а именно увеличивается.

Сравним два графика зависимости центров масс от времени.

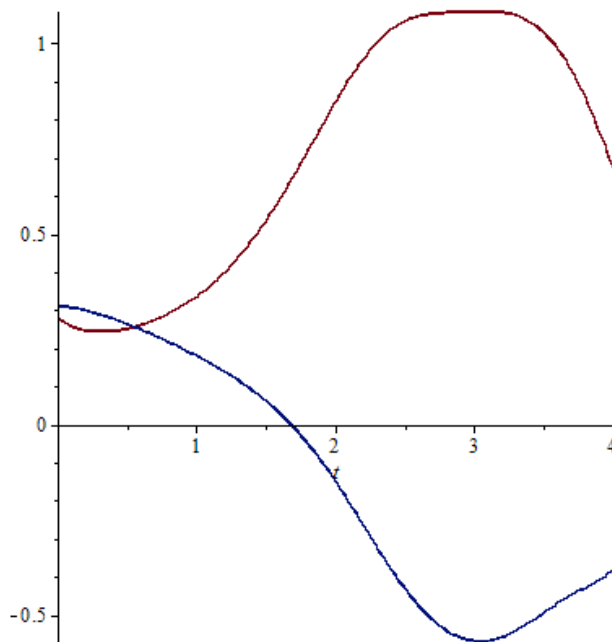
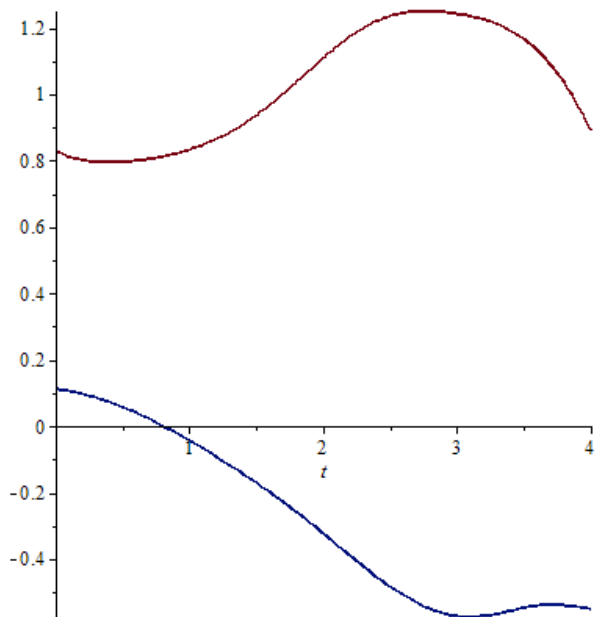


Рис.9.1. График поведения центров масс Рис.9.2. График поведения центров масс

x_c - ————— y_c - —————

Из рисунка 9:

Из двух графиков мы можем сделать вывод, что в результате увеличения значения углов в начальный момент времени на графике 2 мы видим, что центр масс по y_c имеет значение меньше, нежели x_c , в отличие от графика 1. Но в момент времени 0.5 секунды кривые центров масс по x_c и y_c пересекаются. После идет перераспределение центров масс.

Также можно добавить, что при увеличении угла кривая y_c на графике 2 в период времени с 3 до 4 секунд, более резко уходит вниз и ниже, нежели на графике 1.

Сравним два графика зависимости скорости от времени.

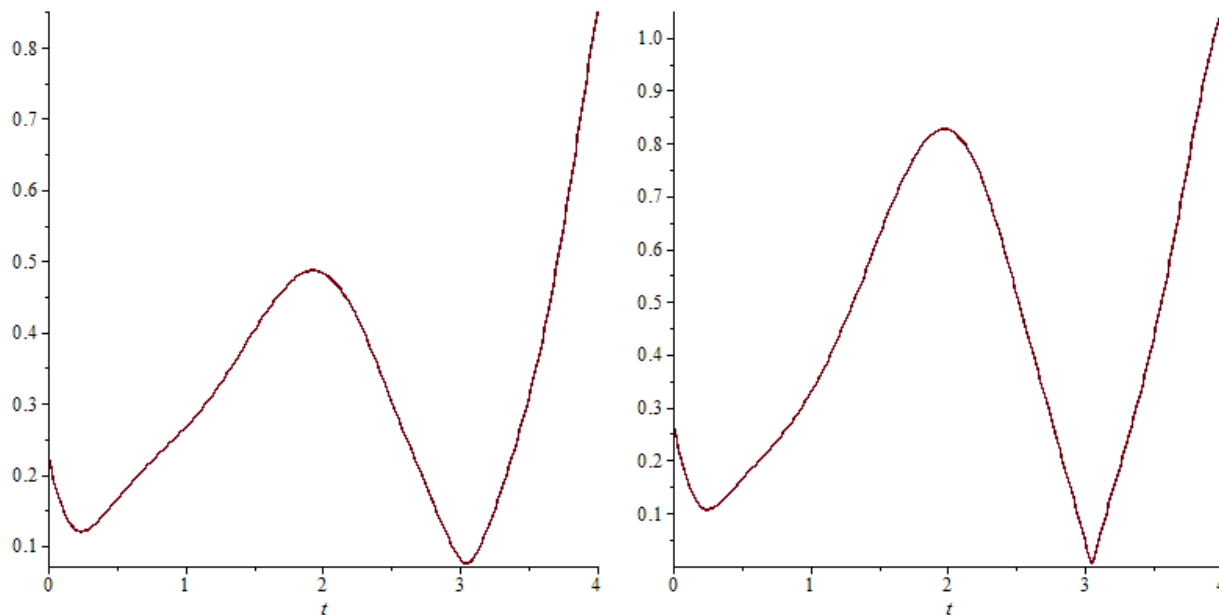


Рис.10.1. График поведения скорости Рис.10.2. График поведения скорости

V_c - —

Из рисунка 10:

В результате изменения, а именно увеличения, углов начальная скорость у тела на графике 2 больше, нежели чем на графике 1. Также вследствие увеличения значения углов мы видим, что, по сравнению с графиком 1, на графике 2 максимальная скорость тела выше.

Также из обоих графиков видно, что в момент времени 3 секунды скорость равна нулю, после чего скорость опять набирается.

Сравним два графика зависимости перегрузок от времени:

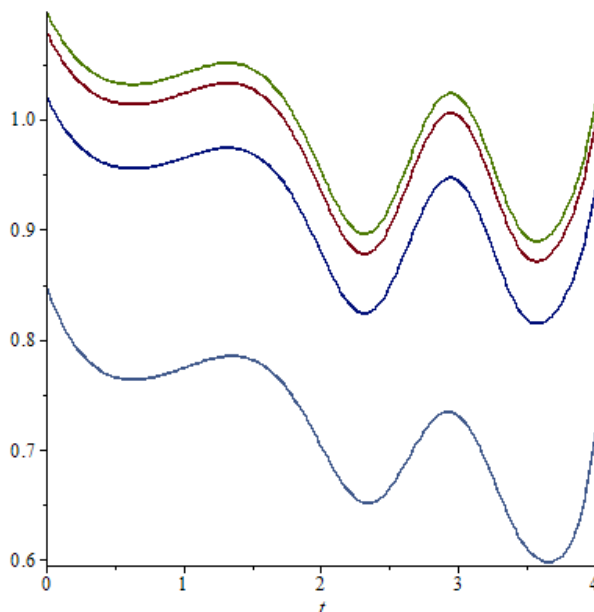
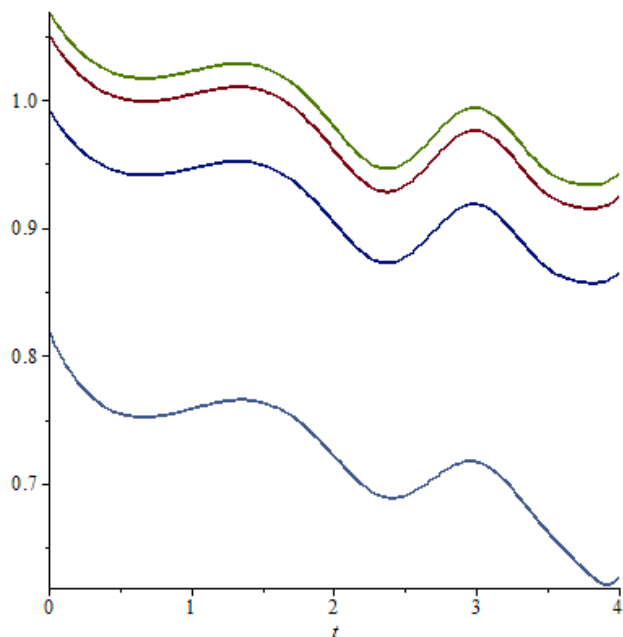


Рис.11.1. Нагрузки в суставах и реакция опоры

Рис.11.2. Нагрузки в суставах и реакция опоры

F_1 - — F_2 - — F_3 - — R - —

Из рисунка 11:

Из двух графиков, представленных нам выше, мы можем сказать следующее: перегрузка на графике 1 идет меньше, чем на графике 2, вследствие увеличения углов φ_2 , φ_3 и φ_4 во втором случае. Также можно увидеть, что начальное значение на графике 2 выше, нежели на графике 1. Ещё мы можем сделать вывод, что после момента времени 1.5 секунды человек начинает испытывать более большие перегрузки.

Анализ таблицы графиков прыжка с подгибанием ног к груди, которые находятся в приложение, показал, что все эти изменения происходят при небольшом увеличении углов, но уже при этих изменениях мы видим отклонения. Если же мы увеличим значение углов на много, то это приведет к другому распределению центров масс. Также это повлияет на перегрузки, испытываемые человеком, а именно перегрузки увеличатся, что в результате может привести к травмам, таким как растяжение, ушибы или, что ещё хуже, переломам.

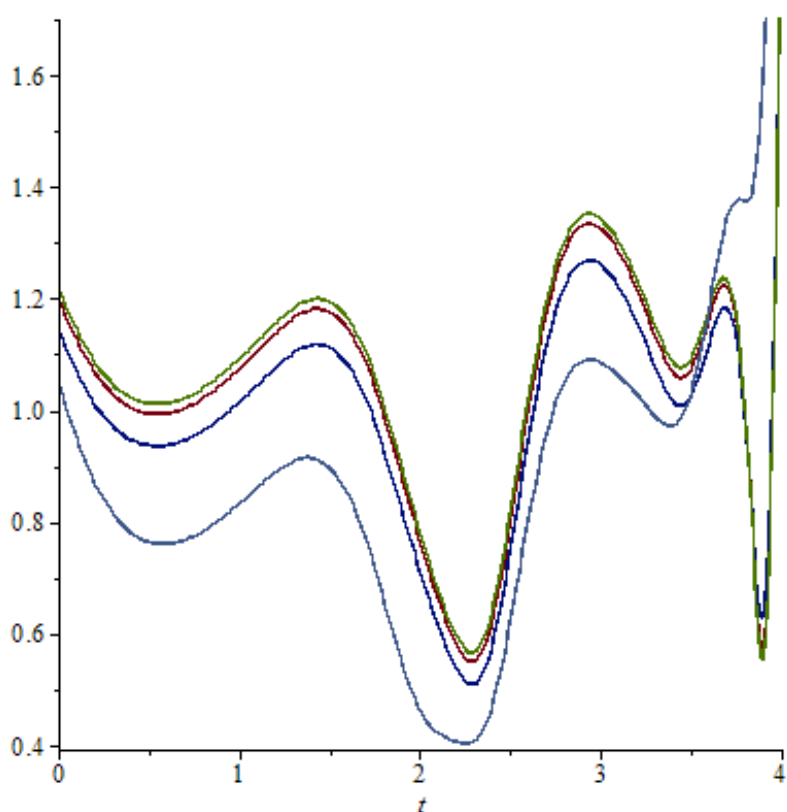


Рис.12. Нагрузки в суставах и реакция опоры

F_1 - — F_2 - — F_3 - — R - —

Из рисунка 12:

На рисунке 12 представлен график зависимости перегрузок от времени.

Из графика видно, что при резком увеличении углов φ_2 , φ_3 и φ_4 человек будет испытывать сильные перегрузки, и, как уже было сказано выше, это может привести к серьезным травмам.

6. Выводы

В результате проделанной нами работы мы можем сделать некоторые выводы. Например, мы узнали, что при небольшом увеличении всех четырех углов при выполнении простого прыжка и прыжка с подгибанием ног в обоих случаях начальная скорость становится чуть выше, нежели она была при начальных условиях. Также, мы выявили, что увеличивается максимальная скорость этих прыжков.

Ещё мы выяснили, что при увеличении всех углов, на графиках зависимости углов от времени, их конечное значение изменяется, а именно увеличивается. Также при увеличении углов кривая U_c уходит ниже, то есть при приземлении человек будет сгибаться больше.

При этом при небольшом увеличении углов графики перегрузки при исполнении простого прыжка фактически не отличаются друг от друга, не считая совсем малые отклонения. Но при этом выполнение прыжка с подтягиванием ног, при тех же условиях, графики перегрузки будут отличаться друг от друга, вследствие изменения значения углов.

Также мы сделали вывод, что при значительном изменении значения углов будут резко увеличиваться перегрузки испытываемые человеком. Вследствие чего человек может получить серьёзные травмы.

Из всего этого мы можем сказать, что получения травм напрямую зависят от того, какие углы имеют сгибы и наклоны человеческого тела при приземлении из прыжка. Если эти углы будут относительно велики, то риск получения какой-либо травмы будет гораздо больше, нежели если они будут относительно невелики. Но при этом углы должны иметь такое значение, чтобы прыжок выполнялся с наибольшей начальной скоростью, при этом будет увеличиваться высота прыжка.

С помощью построенной нами модели человека, мы смогли проанализировать, по полученным зависимостям от времени, какие нагрузки испытывают суставы и реакция опоры в зависимости от изменения углов. По данным этого анализа, мы можем судить, при каких условиях спортсменка может получить травму.

7.Список литературы

1.Механические аспекты двигательной деятельности в художественной гимнастике
Роцева Т.А., Кривошеева Д.А.

<http://www.rae.ru/forum2012/206/2954>

2. «Variation In Landing During Gymnastics Skills»

Karen T Beatty, Andrew S McIntosh and Bertrand O Frechede, XXV ISBS Symposion 2007,
Oure Preto – Brazil.