

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 9-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

Закон сохранения энергии. Маятник Максвелла

Соколова Дарья Витальевна,
10 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,
Савина Марина Витальевна,
учитель физики.

Пермь. 2014.

Введение

В мире нас окружает столько интересных вещей, которые стали для нас привычными и мы не замечаем их уникальность. Нас не интересует происхождение электрочайника, пульта для телевизора, пылесоса, ведь мы пользуемся этими вещами каждый день и нам не важно, на чём основана их работа. Иногда нужно уделить время для изучения чего-то нового.

Всем известна игрушка под названием Йо-йо. С помощью неё многие выполняют разные эффектные трюки. Первое определение Йо-йо — игрушка из двух одинаковых по размеру и весу дисков, скрепленных осью с привязанной к ней верёвкой. Это определение самого древнего варианта игрушки, который можно встретить и по сей день. Нам стало интересно, на чём основана её работа. Оказалось, что Йо-йо этого типа работает по принципу маятника Максвелла, оно раскручивается по верёвке и возвращается обратно и так, пока не остановится.

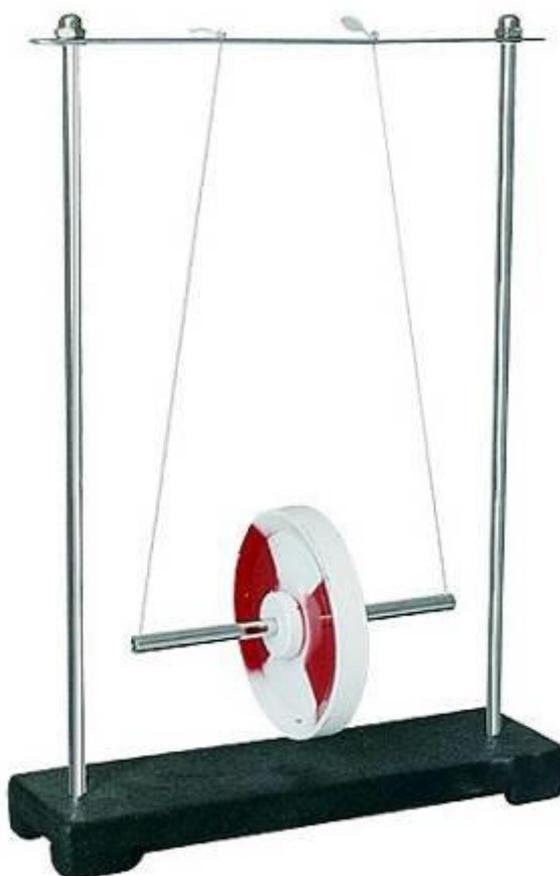


Джеймс Клерк Максвелл



Джеймс Клерк Максвелл — британский физик, математик и механик. Шотландец по происхождению. Максвелл заложил основы современной классической электродинамики (уравнения Максвелла), ввёл в физику понятия тока смещения и электромагнитного поля, получил ряд следствий из своей теории (предсказание электромагнитных волн, электромагнитная природа света, давление света и другие). Один из основателей кинетической теории газов (установил распределение молекул газа по скоростям). Одним из первых ввёл в физику статистические представления, показал статистическую природу второго начала термодинамики («демон Максвелла»), получил ряд важных результатов в молекулярной физике и термодинамике (термодинамические соотношения Максвелла, правило Максвелла для фазового перехода жидкость — газ и другие).

Маятник Максвелла



Маятник Максвелла представляет собой круглое твердое тело, насаженное на ось. Ось подвешена на двух накручивающихся на нее нитях. Действие прибора основано на одном из основных законов механики - законе сохранения механической энергии: полная механическая энергия системы, на которую действуют только консервативные силы, постоянна. Под действием силы тяжести маятник совершает колебания в вертикальном направлении и вместе с тем крутильные колебания вокруг своей оси. Пренебрегая силами трения, систему можно считать консервативной. Закрутив нити, мы поднимаем маятник на высоту h , сообщив ему запас потенциальной энергии. При освобождении маятника он начинает движение под действием силы тяжести: поступательное вниз и вращательное вокруг своей оси. При этом потенциальная энергия переходит в кинетическую. Опустившись в крайнее нижнее положение, маятник будет по инерции вращаться в том же направлении, нити наматываются на ось и маятник поднимется. Так происходят колебания маятника.

Закон сохранения энергии

Философские предпосылки к открытию закона были заложены ещё античными философами. Ясную, хотя ещё не количественную, формулировку дал в «Началах философии» (1644г) Рене Декарт. Аналогичную точку зрения выразил в XVIII веке М. В. Ломоносов. В письме к Эйлеру он формулирует свой «всеобщий естественный закон» (5 июля 1748 года), повторяя его в диссертации «Рассуждение о твердости и жидкости тел» (1760).

Одним из первых экспериментов, подтверждавших закон сохранения энергии, был эксперимент Жозефа Луи Гей-Люссака, проведённый в 1807 году. Пытаясь доказать, что теплоёмкость газа зависит от объёма, он изучал расширение газа в пустоту и обнаружил, что при этом его температура не изменяется. Однако, объяснить этот факт ему не удалось.

В начале XIX века рядом экспериментов было показано, что электрический ток может оказывать химическое, тепловое, магнитное и электродинамическое действия. Такое многообразие подвигло М. Фарадея выразить мнение, заключающееся в том, что различные формы, в которых проявляются силы материи, имеют общее происхождение, то есть могут превращаться друг в друга. Эта точка зрения, по своей сути, предвосхищает закон сохранения энергии.

Первые работы по установлению количественной связи между совершённой работой и выделившейся теплотой были проведены Сади Карно. В 1824 году им была опубликована небольшая брошюра «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу». Количественное доказательство закона было дано Джеймсом Джоулем в ряде классических опытов. Результаты которых были изложены на физико-математической секции Британской ассоциации в его работе 1843 года «О тепловом эффекте магнитоэлектричества и механическом значении тепла». Первым осознал и сформулировал всеобщность закона сохранения энергии немецкий врач Роберт Майер. Формулировку в точных терминах закону сохранения энергии первым дал Герман Гельмгольц.

Закон сохранения энергии — основной закон природы, заключающийся в том, что энергия замкнутой системы сохраняется во времени. Другими словами, энергия не может возникнуть из ничего и не может в никуда исчезнуть, она может только переходить из одной формы в другую.

Поскольку закон сохранения энергии относится не к конкретным величинам и явлениям, а отражает общую, применимую везде и всегда, закономерность, то правильнее называть его не законом, а принципом сохранения энергии.

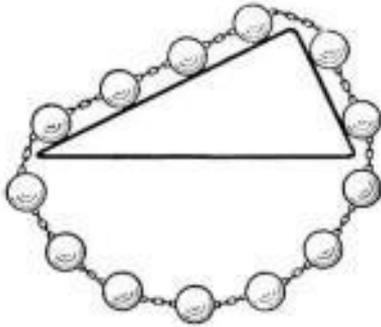
Частный случай — Закон сохранения механической энергии — механическая энергия консервативной механической системы сохраняется во времени. Проще говоря, при отсутствии диссипативных сил (например, сил трения) механическая энергия не возникает из ничего и не может никуда исчезнуть.

Вечный двигатель

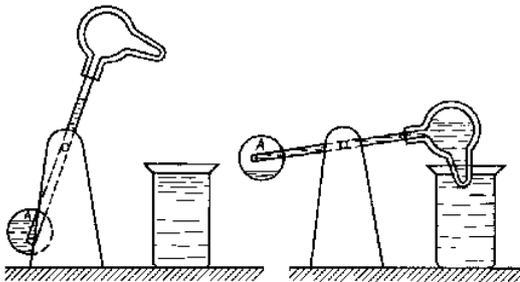
Существует множество мифов о вечных двигателях, но, несмотря на многочисленные попытки, никому не удалось построить вечный двигатель, производящий полезную работу без воздействия извне.

Вот некоторые модели вечных двигателей:

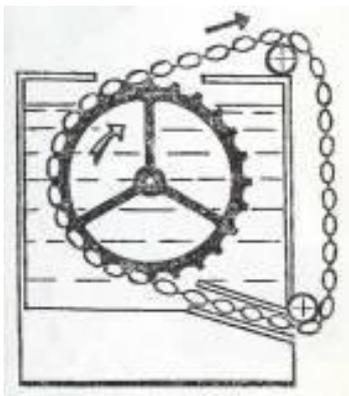
- Цепочка шаров на треугольной призме



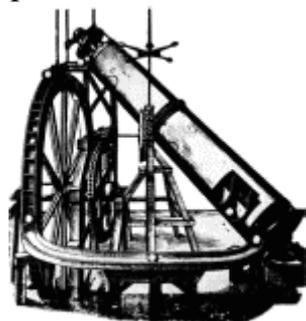
- «Птичка Хоттабыча»



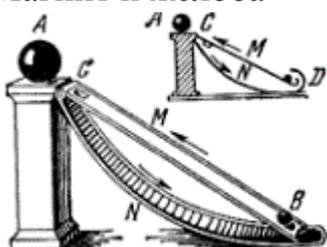
- Цепочка поплавков



- Архимедов винт и водяное колесо



- Магнит и желоба



Ученые стали догадываться, что вечный двигатель построить нельзя. В 19 веке была построена наука термодинамика. Одной из основ термодинамики стал закон сохранения энергии, который являлся обобщением многих экспериментальных фактов.

Термодинамику можно использовать для описания работы ряда механизмов, например, двигателей внутреннего сгорания или холодильных установок. Если известно, как и при каких условиях работает механизм, можно рассчитать, сколько работы он произведет.

В 1918 году Эмма Нётер доказала важную теорему для теоретической физики, согласно которой в системе, обладающей симметриями, появляются сохраняющиеся величины. Сохранению энергии соответствует однородность времени.

Как нужно понимать «однородность времени»? Пусть у нас есть какое-нибудь устройство. Если я его включаю сегодня, завтра или через много лет, и оно работает каждый раз одинаково, то для такой системы время однородно, и в ней будет работать закон сохранения энергии.

К сожалению, школьных знаний недостаточно, чтобы доказать теорему Нётер. Но доказательство математически строгое, и связь между однородностью течения времени и сохранением энергии однозначна. Попытка построить вечный двигатель, работающий сколь угодно долго, — это попытка обмануть природу. Такая же бессмысленная, как и попытка преодолеть 1000 километров за 10 минут на автомобиле со скоростью 100 км/ч (помните формулу $s = vt$?).

Что же получается, энергия всегда сохраняется? Не установили ли физики границу познания со своим законом сохранения энергии? Конечно нет! В общем случае, если в системе нет однородности времени, энергия не сохраняется. Примером такой системы является Вселенная. Известно, что Вселенная расширяется. Сегодня она не такая, как в прошлом, и в будущем изменится. Таким образом, во Вселенной нет однородности времени, и для нее закон сохранения энергии неприменим. Более того, энергия всей Вселенной не сохраняется.

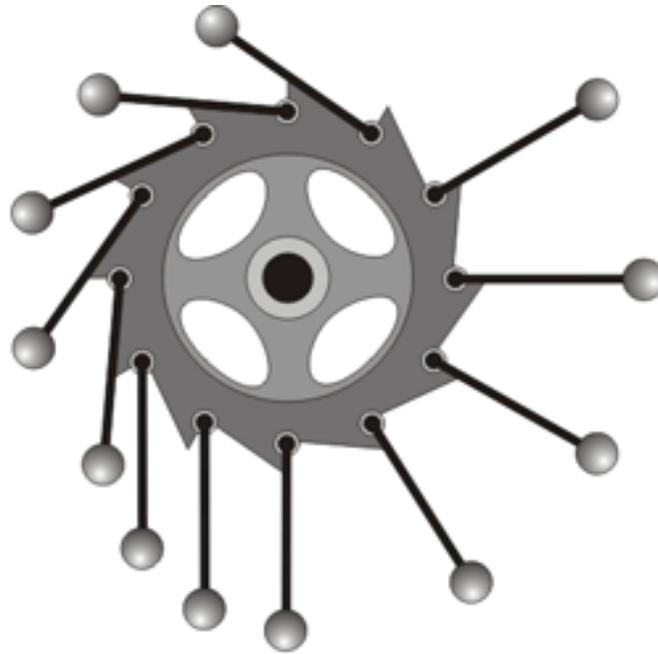
Дают ли такие примеры отсутствия сохранения энергии надежду на построение вечного двигателя? К сожалению, не дают. На земных масштабах расширение Вселенной совершенно незаметно, и для Земли закон сохранения энергии выполняется с огромной точностью. Вот так физика объясняет невозможность построения вечных двигателей.

В ходе выполнения этой работы мы наткнулись на видео в интернете. Оно называется «Вечный двигатель». На нём показана несложная конструкция из картона, которая не прекращая крутилась.

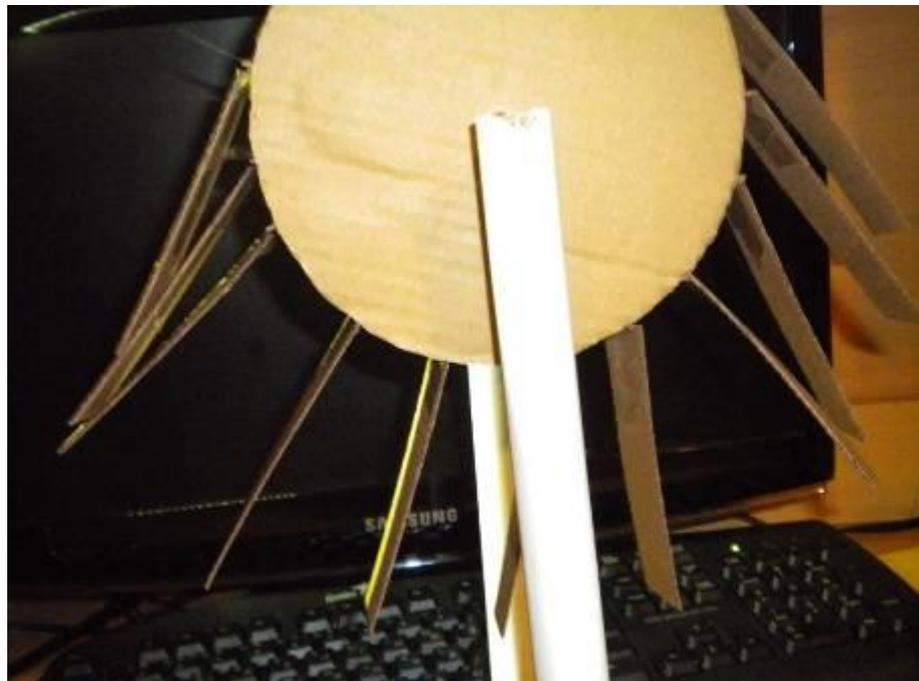


Мы выяснили, что это одна из древнейших конструкций вечного двигателя. Она представляет зубчатое колесо, в углублениях которого прикреплены откидывающиеся на шарнирах грузы. Геометрия зубьев такова, что грузы в левой части колеса всегда оказываются ближе к оси, чем в правой. По замыслу автора, это, в согласии с законом рычага, должно было бы приводить колесо в постоянное вращение. При вращении грузы откидывались бы справа и сохраняли движущее усилие.

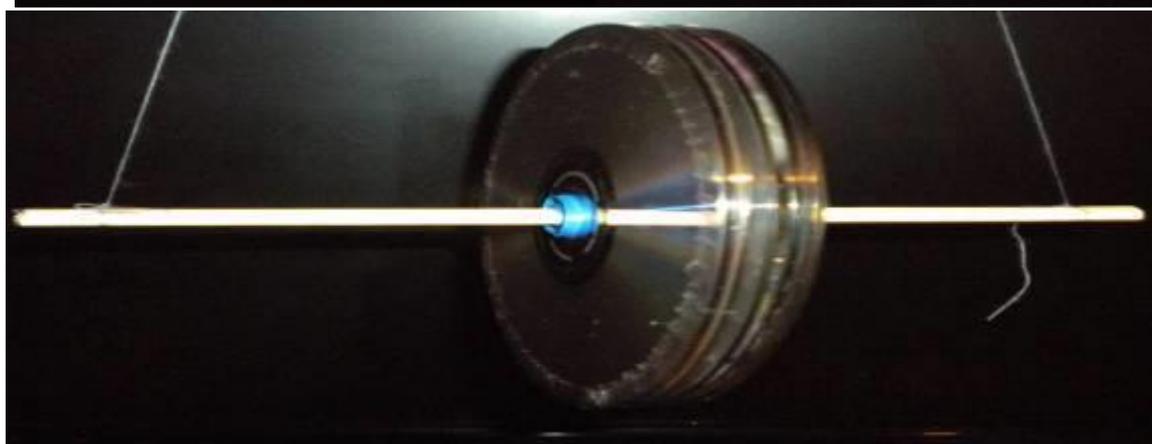
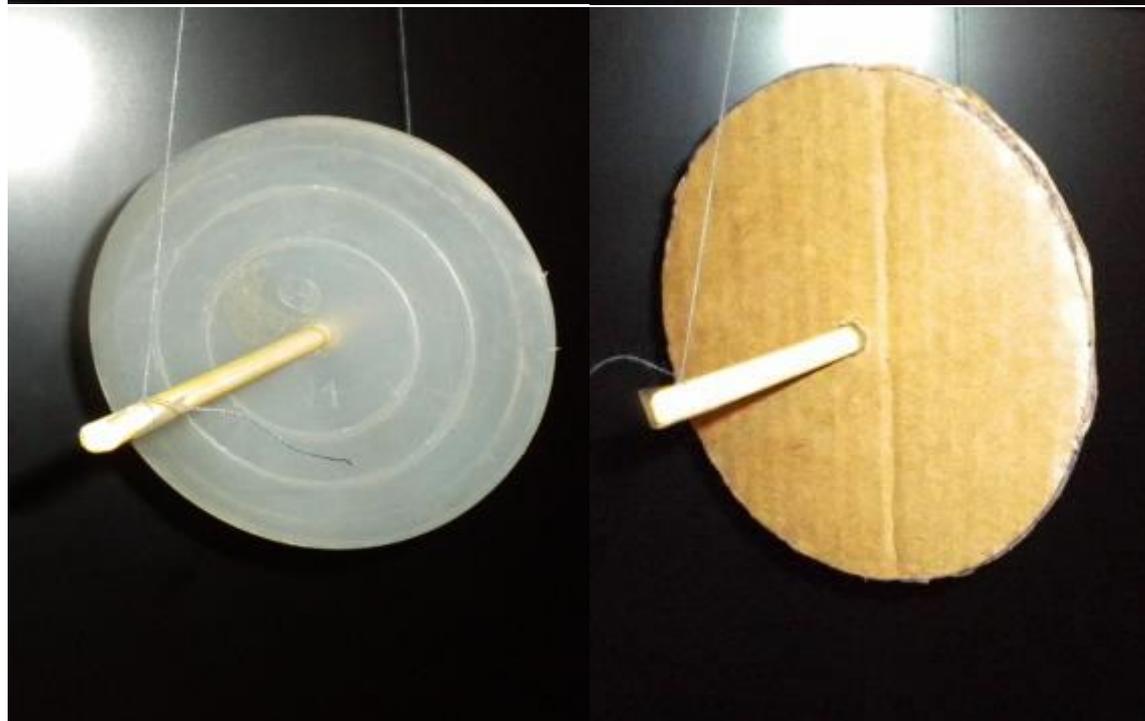
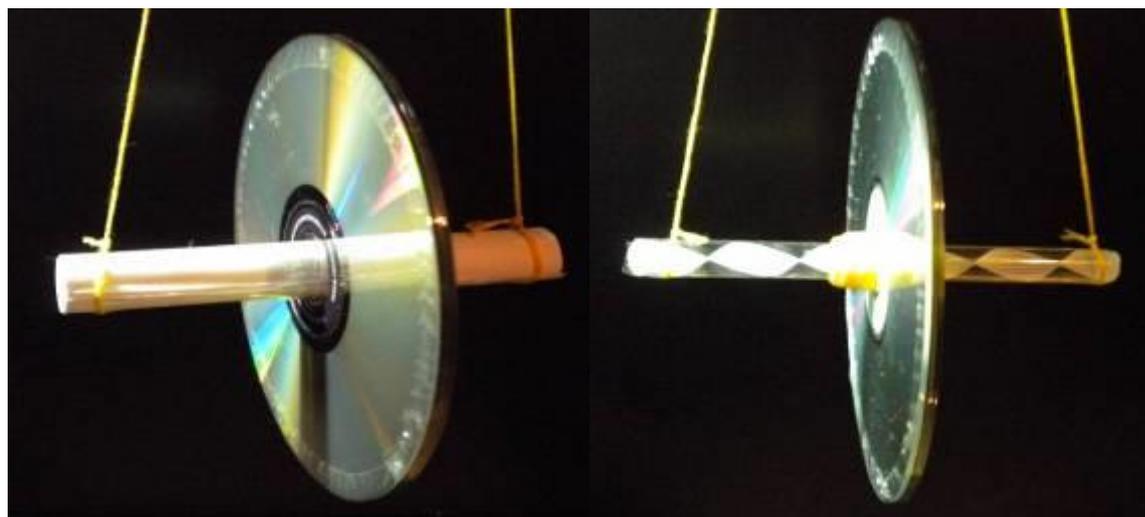
Однако если такое колесо изготовить, оно останется неподвижным. Причина этого факта заключается в том, что хотя справа грузы имеют более длинный рычаг, слева их больше по количеству. В результате моменты сил справа и слева оказываются равны.



Мы сделали такую же картонную конструкцию и убедились, что она действительно не работает.

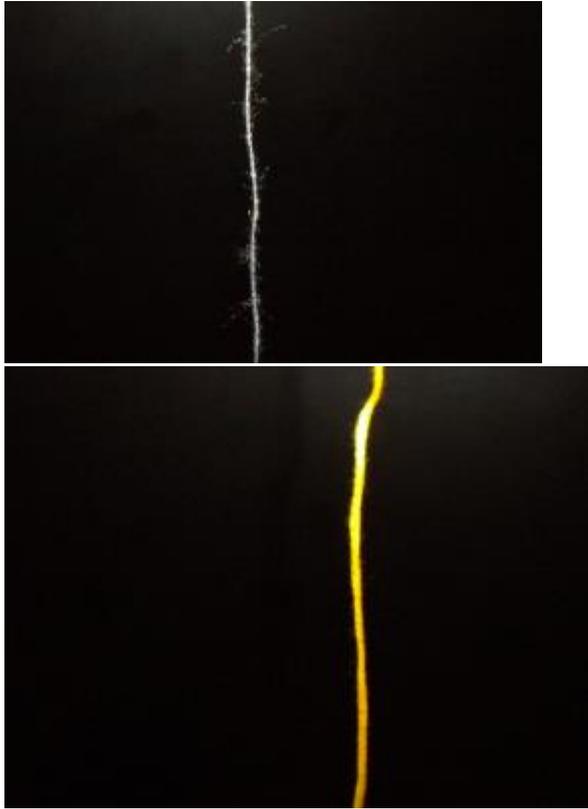


Практическая часть



Итак, теперь мы знаем, что такое маятник Максвелла и на чём основана его работа. Мы решили изготовить различные маятники, чтобы выяснить от чего зависит их работа.

Чтобы узнать, как зависит работа маятника от нити, мы изготовили два одинаковых маятника с нитями, различными по толщине:



У маятника с толстой нитью T (период – время, за которое маятник движется сверху вниз и обратно) = 2.6с

У маятника с тонкой нитью $T = 2.65с$

Вывод: работа маятника не зависит от толщины нити.

Также нити различались по длине:



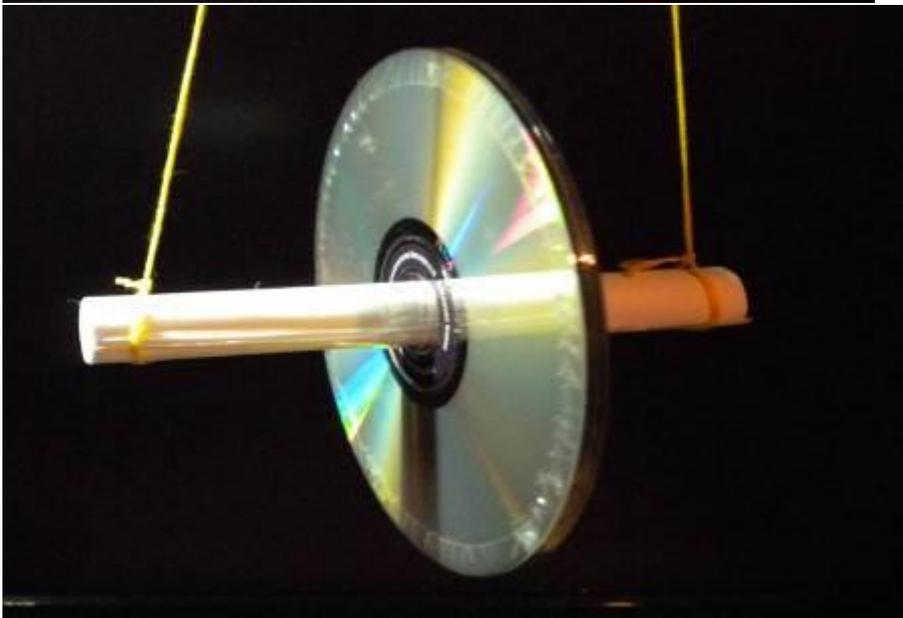
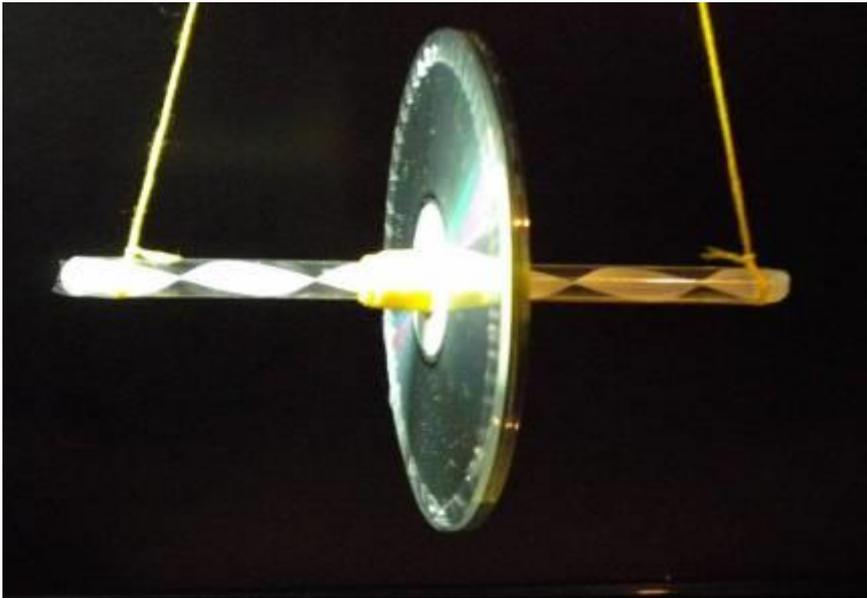
$$l = 46\text{см}, T = 2.5\text{с}$$

$$l = 92\text{см}, T = 4.6\text{с}$$

Увеличив длину нити в 2 раза, период тоже увеличился примерно в два раза.

Вывод: период пропорционален длине нити.

Чтобы узнать зависит ли работа маятника от стержня, мы изготовили два одинаковых маятника со стержнями, различными по толщине:

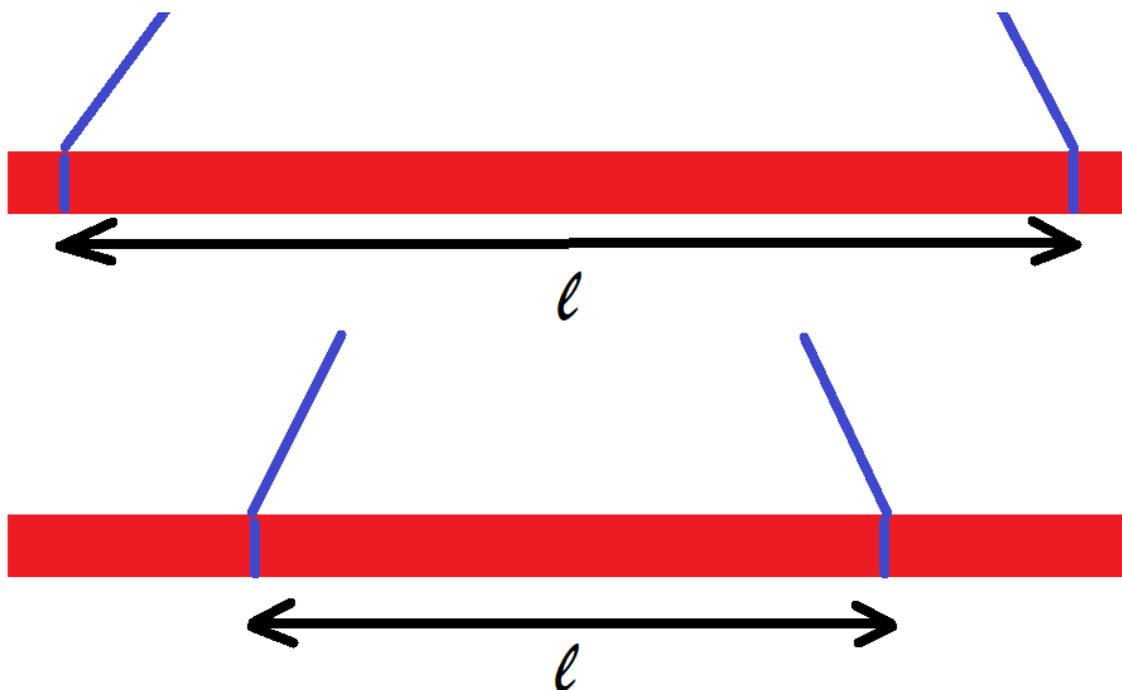


У маятника, толщина стержня которого = 1 см, $T = 2.5$ с

У маятника, толщина стержня которого = 1.5 см, $T = 2$ с

Вывод: чем тоньше стержень маятника, тем больше период.

Так же стержни различались по длине:

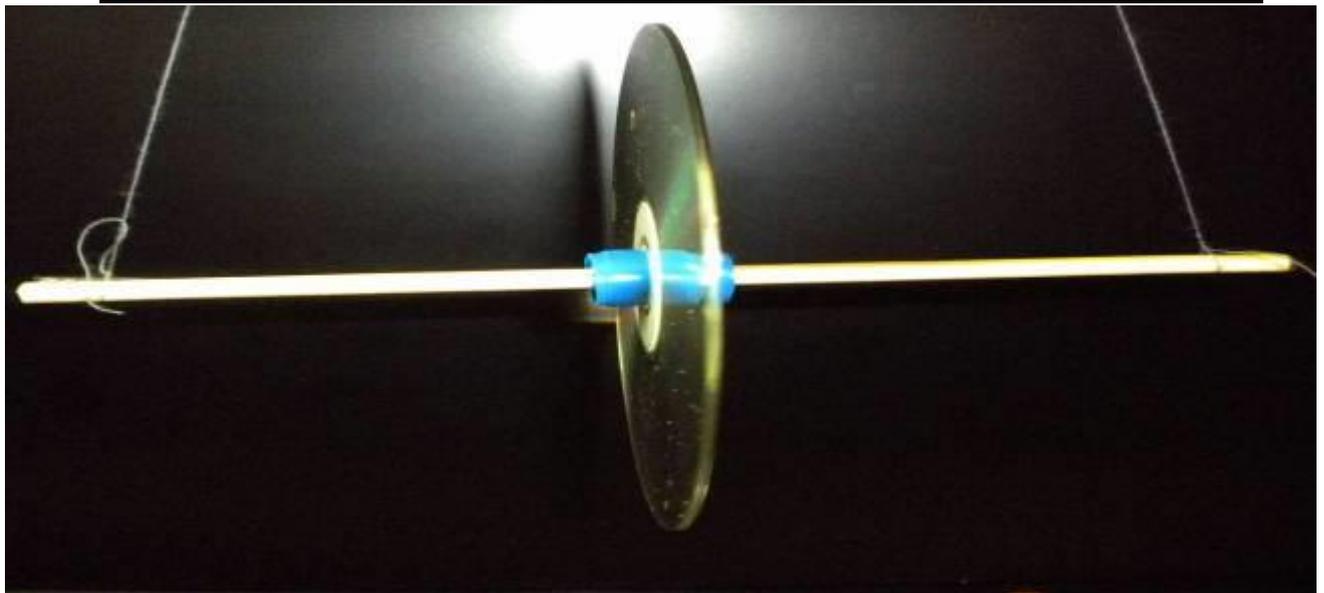
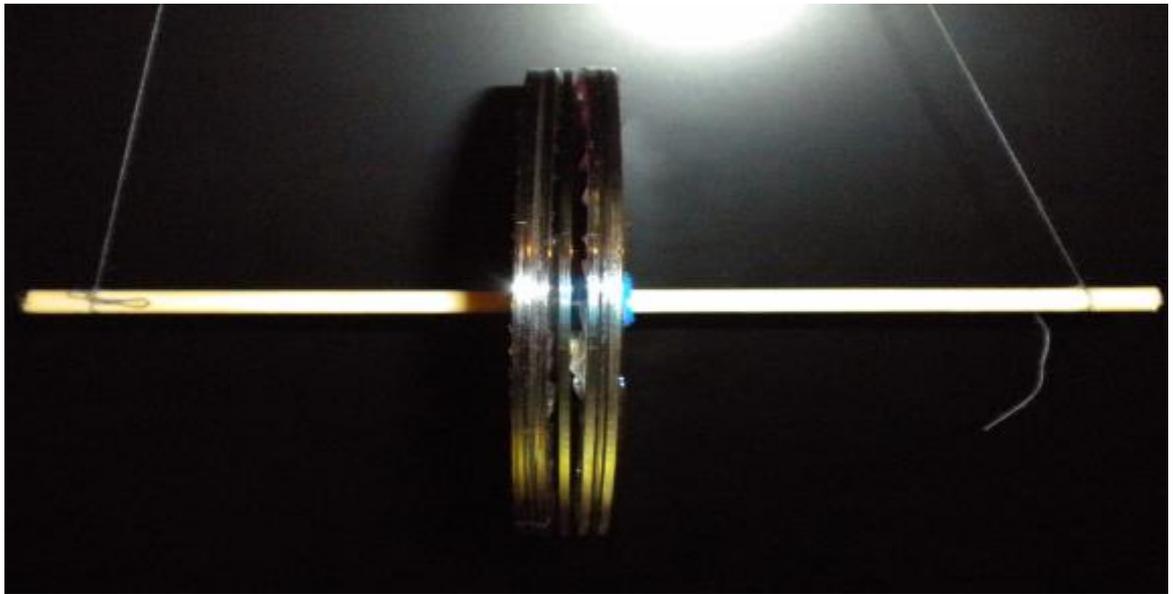


$$l=11\text{см}, T=2,5\text{с}$$

$$l=6\text{см}, T=2,5\text{с}$$

Вывод: Работа маятника не зависит от длины стержня.

Чтобы узнать, как зависит работа маятника от диска, мы изготовили два одинаковых маятника, с дисками различными по ширине:



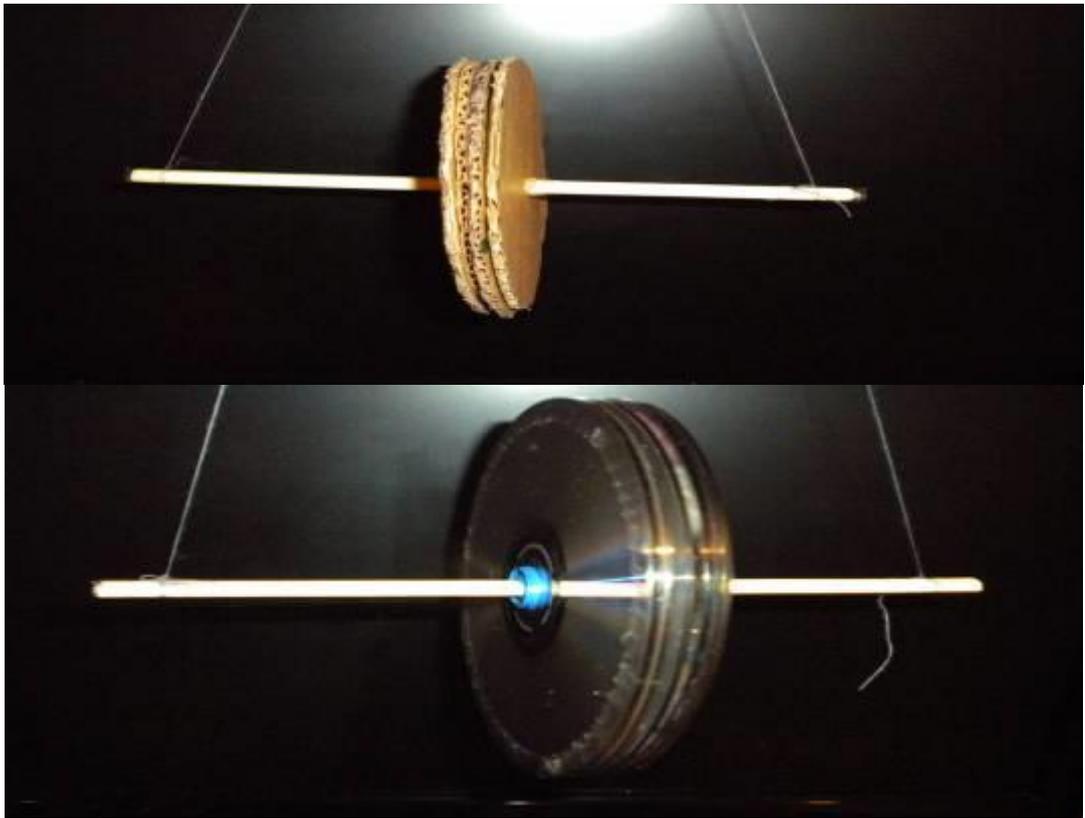
У маятника ширина которого = 1 мм, $T = 4,5\text{с}$

У маятника, ширина диска которого = 12мм, $T = 5\text{с}$

В 12 раз увеличив ширину, период увеличился незначительно.

Вывод: Ширина диска не сильно влияет на работу маятника.

Так же диски различались по массе:



m большая, $T = 5.2\text{c}$

m маленькая, $T = 5\text{c}$

Разница масс двух маятников была достаточно большая, а период почти не изменился.

Вывод: Масса диска совсем незначительно влияет на работу маятника.

Так же диски имели различный радиус:





$$R=6, T = 5\text{с}$$

$$R=4, T = 3.5\text{с}$$

Мы уменьшили R на $1/3$ и период тоже уменьшился примерно на $1/3$.

Вывод: Период пропорционален радиусу.

Чтобы рассчитать механическую энергию маятника, надо найти его потенциальную и кинетическую энергию из которых она складывается.

Потенциальная энергия маятника считается по формуле:

$$E_{\text{п}}=mgh$$

Где m (масса маятника) = 0,054кг

g (ускорение свободного падения) = 9,81м/с²

h (высота на которую опускается маятник) = 0,21м

$$E_{\text{п}}=0,055 \cdot 9,81 \cdot 0,21=0,113 \text{ Дж}$$

Кинетическая энергия маятника находится по формуле:

$$E_{\text{к}}=mv^2 + J\omega^2 = mv^2 + Jv^2r^2 = mv^2(1 + Jmr^2)$$

Где $\omega=vr$ – угловая скорость маятника;

r (радиус стержня маятника) = 0,0003м;

v (скорость опускания центра масс маятника)= $2ht=2 \cdot 0,212,6=0,16\text{м/с}$;

t (время опускания маятника) = 2,6с

J – момент инерции маятника, который находится по формуле:

$$J=mr^2ga^{-1} = mr^2gt^2h^{-1}$$

Где $a = 2ht^2$ - ускорение поступательного движения центра масс маятника

$$J = 0,055 \cdot 0,0003 \cdot 0,0003 \cdot 9,81 \cdot 2,6 \cdot 2,62 \cdot 0,21 - 1 = 0,00000078$$

Теперь мы можем посчитать кинетическую энергию маятника:

$$E_k = 0,055 \cdot 0,16 \cdot 0,162 \cdot 1 + 0,00000078 \cdot 0,055 \cdot 0,003 \cdot 0,003 = 0,11 \text{ Дж}$$

Теперь легко посчитать механическую энергию нашего маятника:

$$E_m = E_p + E_k$$

$$E_m = 0,113 + 0,11 = 0,223 \text{ Дж}$$

Заключение

В своей работе мы подробно рассказали про закон сохранения энергии и маятник Максвелла. Мы узнали, как на работу маятника влияют все его составные части. Мы ответили на все вопросы, которые возникали у нас по этой теме.