Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 9-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

Проценты

Толстой Кирилл,

8 кл., МАОУ «Лицей №1», г. Кунгур,

Горбунова Надежда Сергеевна,

учитель математики.

Пермь. 2014.

Содержание

Предмет «математика» настолько
серьезен, что полезно не упускать
случая делать его немножко
занимательным.
Б.Паскаль

Введение

Проценты – это одна из сложнейших тем математики, и очень многие ученики затрудняются или вообще не умеют решать задачи на проценты. А понимание процентов и умение производить процентные расчёты необходимы для каждого человека. Прикладное значение этой темы очень велико и затрагивает финансовую, экономическую, демографическую и другие сферы нашей жизни.

Изучение процента продиктовано самой жизнью. Умение выполнять процентные вычисления и расчеты необходимо каждому человеку, так как с процентами мы сталкиваемся в повседневной жизни.

Цель работы: расширение знаний о применении процентных вычислений в задачах и разных сферах жизни человека.

Для достижения цели автор ставит перед собой следующие **задачи:**

1. Определить понятие «процент» и изучить историю происхождения процентов;

2. Узнать новые подходы и способы решения задач на проценты. Показать широту применения в жизни процентных вычислений (реальные задачи из разных сфер жизнедеятельности человека: голосование, штрафы, тарифы, распродажа и т.п.);

4. Исследовать на примере банковского вклада начисление процентов;

5. Показать взаимосвязь математики и экономики на примере современного кредитования;

6. Сформировать представления о работе банка и мехпнизме предоставления кредита;

7. Вывести формулы расчета сумм платежа кредита;

8. Научиться составлять различные диаграммы и таблицы;

9. Поработать в текстовом редакторе и с ресурсами Internet;

10. Получить опыт публичного выступления;

11. Сделать вывод.

Объект исследования: процент.

Предмет исследования: задачи на вычисления процентов из разных сфер жизни человека.

В данной работе автор использовал следующие **методы исследования:**

- изучение методов и формул решения задач на проценты;
- анализ и обобщение данных научной литературы;
- решение математических задач;
- получение консультаций о кредитовании в Интернете в режиме онлайн;
- проведение расчетов и анализ выводов для найденного решения.

Выбор темы данного реферата обусловлен тем, что на мой взгляд, в школе уделяется недостаточно внимания по решению практических задач по процентам.

Глава 1. История процентов.

1.1 Определение понятия «процент».

Слово «процент» происходит от латинского *pro centum,* что буквально означает «за сотню» или «со ста». Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают целые части чисел в одних и тех же сотых долях.

Знак «%» происходит, как полагают, от итальянского слова *cento(сто),* которое в процентных расчетах часто писалось сокращенно *cto.* Существует и другая версия возникновения этого знака. Предполагается, что этот знак произошел в результате нелепой опечатки, совершенной наборщиком. В 1685 году в Париже была опубликована книга «Руководство по коммерческой арифметике» Матье де ла Порта. В одном месте речь шла о процентах, которые тогда обозначали «cto» (сокращенно от cento). Однако наборщик принял это «cto» за дробь и напечатал «%».

Понятие «процент» широко используется во всех сферах жизнедеятельности человека. Но не всегда до конца все школьники понимают что такое «процент» и как он работает.

1.2 История происхождения поцентов

Проценты выражают целые части чисел в одних и тех же сотых долях.

Идея выражения частей целого постоянно в одних и тех же долях, вызванная практическими соображениями, родилась еще в древности у вавилонян. Ряд задач клинописных табличек посвящен исчислению процентов, однако вавилонские ростовщики считали не "со ста", а "с шестидесяти".

В клинописи вавилонян содержатся задачи и расчет процентов. До нас дошли составленные вавилонянами таблицы процентов, которые позволяли быстро определить сумму процентных денег.

Проценты были особенно распространены в Древнем Риме. Так, римляне брали с должника лихву (т. е. деньги сверх того, что дали в долг). При этом говорили: "На каждые 100 сестерциев долга заплатить 16 сестерциев лихвы". Римляне называли процентами деньги, которые платил должник заимодавцу за каждую сотню. От римлян проценты перешли к другим народам Европы.

В Индии проценты были известны еще в V в. Это закономерно, так как в Индии с давних пор счет велся в *десятичной системе исчисления*. Индийские математики вычисляли проценты, применив так называемое тройное правило, т.е. пользуясь пропорцией. Они умели и более сложные вычисления с применением процентов.

В Европе в средние века расширилась торговля и, следовательно, особое внимание обращалось на умение вычислять проценты. Тогда приходилось рассчитывать не только проценты, но и проценты с процентов (сложные проценты). Часто конторы и предприятия для облегчения расчетов разрабатывали особые таблицы вычисления процентов. Эти таблицы держались в тайне, составляли коммерческий секрет фирмы. Впервые таблицы были опубликованы в 1584 году Симоном Стевином.

Фламандский ученый, военный инженер Симон Стевин не был по профессии математиком, но его трудолюбие и талант позволили ему занять достойное место среди выдающихся европейских математиков. Он первым в Европе открыл десятичные дроби. Симон Стевин опубликовал таблицу для вычисления сложных процентов, которая использовалась в торгово-финансовых операциях.

Долгое время под процентами понимались исключительно прибыль или убыток на каждые сто рублей. Они применялись только в торговых и денежных сделках. Затем область их применения расширилась, проценты встречаются в хозяйственных и финансовых расчетах, статистике, науке и технике. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого принимаемого за единицу.

Вообще, изобретение математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики и способствовало дальнейшему её развитию.

Глава 2. Практическое применение процентов.

2.1 Основные правила для решение задач на проценты.

Современная жизнь снова нам делает задачи на проценты актуальными, так как сфера практического приложения процентных расчетов расширяется. Везде - в газетах, по радио и телевидению, в транспорте и на работе обсуждаются повышение цен, зарплат, рост стоимости акций, снижение покупательной способности населения и т.п.

Добавим сюда объявления коммерческих банков, привлекающих деньги населения на различных условиях, сведения о доходах по акциям различных предприятий и фондов, об изменении процента банковского кредита. Все это требует умения производить хотя бы несложные процентные расчеты для сравнения и выбора более выгодных условий.

Сотую часть рубля называют копейкой, сотую часть доллара называют центом (от латинского слова centum – сто), сотую часть метра – сантиметром (обратите внимание на значение и произношение приставки санти), сотую часть гектара – аром (а по-народному – сотка).

Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом.

Значит, одна копейка – один процент рубля, 1 см – 1 процент метра, 1 цент – 1 процент доллара, 1 а – 1 процент гектара, а число 0,05 – 1 процент от 5. Для краткости слово «процент» после числа заменяют знаком %, т. е. 1% = 1/100=0,01.

Тысячная доля целого, т.е. десятая часть процента, имеет специальное название – промилле – и особое обозначение ‰.

При обучение решению задач на проценты ученики в школе знакомятся с разными способами их решения, причем спектр примеров шире, чем это бывает обычно. Ученик овладевает разнообразными способами рассуждения, обогащая свой арсенал приемов и методов. Но при этом также важно, что он имеет возможность выбора и может пользоваться тем приемом, который ему кажется более удобным.

Так, существуют некоторые "эквиваленты":

- 20 % величины – это пятая часть некоторой величины;
- 25 % величины – это четверть некоторой величины;
- 50 % величины - это половина некоторой величины;
- 60% величины - это три пятых некоторой величины;
- 75% величины – это три четверти некоторой величины;
- 30 % величины втрое больше, чем ее 10 % и т.п.

Понятие процента неразрывно связано с десятичными дробями.

***<u>Правило №1:</u>* Чтобы обратить десятичную дробь в проценты, её надо умножить на 100. Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо число процентов разделить на 100.**

Примеры:

а) Записать десятичные дроби в процентах.

0,25 = 25% (т.к. 0,25*100 = 25);

0,5 = 50% (т.к. 0,5 * 100 =50);

0,003 = 0,3% (т.к. 0.003*100 = 0,3);

0,0158 = 1,58% (т.к. 0,0158*100 = 1,58);

1,538 = 153,8% (т.к. 1,538*100 = 158,8).

б) Записывать проценты в виде десятичных дробей.

40% = 0,4 (т.к. 40:100 = 0,4);

63% = 0,63 (т.к. 63:100 = 0,63);

1,5% = 0,015 (т.к. 1,5:100 = 0,015);

0,08% = 0,0008 (т.к. 0,08:100 = 0,0008);

110% = 1,1 (т.к. 110:100 = 1,1);

200% = 2 (т.к. 200:100 = 2).

Задача V. В школе 800 учеников. Из них 46% приняли участие в математической олимпиаде. Сколько человек приняли участие в олимпиаде?

Решение задачи V:

1) Найдём 1% участников школы:

800:100 = 8 (уч.)

2) Найдем 46% :

8*46 = 368 (уч.)

Ответ задачи V: 368 учеников приняли участие в олимпиаде.

Решение задачи можно оформить короче, если перевести 46% в десятичную дробь: 46% = 0,46, а затем число всех учеников умножить на полученную десятичную дробь, т.е.

800*0,46 = 368

<u>Правило №2</u>: Для того чтобы найти p процентов от данного числа a, надо:

1) ***перевести p процентов в десятичную дробь;***
2) ***умножить число a на получившуюся десятичную дробь.***

Чтобы найти какой-либо процент от числа. Необходимо это число разделить на 100, этим найдем, сколько приходится на 1%, а затем умножить получившееся частное на количество процентов.

Примеры:

а) Найти 10% от числа 1700.

1700:100=17 составляет 1% от числа 1700.

17*10=170 составляет 10% от числа 1700.

б) Найти 30% от числа 150.

150:100 = 1,5 составляет 1% от числа 150.

1,5*30=45 составляет 30% от числа 150.

Задача VI. На городскую олимпиаду школьников по математике из всех школ приехали 140 человек, что составило 3,5% желавших принять в ней участие. Сколько всего человек хотели принять участие в олимпиаде?

Решение задачи VI:

1) Найдём сначала 1% всех желавших:

140: 3,5 = 40 *(чел.)*

2) Найдём количество всех желавших:

40*100 = 4000 *(чел.)*

Ответ: 4000 человек.

Можно было поступить по-другому: перевести 3,5% в десятичную дробь (3,5% = 3,5:100 = 0,035), а затем число учеников, принявших участие в олимпиаде, разделить на полученную десятичную дробь, т.е. 140:0,035 = 4000

***<u>Правило №3:</u>* Для того чтобы найти всё число по известной части b и числу соответствующих процентов p, надо:**

1) ***перевести p процентов в десятичную дробь;***
2) ***разделить b на полученную десятичную дробь.***

Примеры:

а) Найти число, если 12% его составляют 66

12%= 12:100= 0,12

66:0,12 = 550

б) Найти число, если 150% его равны 960

150%= 150:100= 1,5

960:1,5 = 640

в) Найти число, если 0,2% его равны 5

5:0,002 = 2500.

г) Вкладчик положил в банк некоторую сумму денег под 80% в год. Через год он получил прибыль в 30000 рублей. Найти величину вклада.

30000:0,8 = 37500 (р.)

Задача VII. В финале Всероссийской математической олимпиады приняли участие 160 школьников, из них 24 человека стали призёрами. Какой процент школьников стал призёрами олимпиад?

Решение задачи VII:

1) Найдём 1% всех школьников:

160:100 = 1,6

2) Найдём процент призёров:

24:1,6 = 15%

Ответ задачи VII: 15% всех учеников стали призёрами.

Однако можно рассуждать по-другому: найдем дробь $\frac{24}{100}$ и умножить её на 100, чтобы перевести её в процент , т.е. $\frac{24}{100} \times 100 = \frac{2400}{160} = 15\%$

<u>Правило №4:</u> Чтобы найти процент b от числа a, надо дробь $\boldsymbol{\frac{b}{a}}$ ***умножить на 100.***

Примеры:

а) Найти, сколько процентов составляет число 15,57 от числа 90.

$$\frac{15{,}57}{90} \times 100 = \frac{15{,}57 \times 100}{90} = \frac{155{,}7}{9} = 17{,}3\%$$

б) Найти, сколько процентов составляет число 150 от числа 120:

$$\frac{150}{120} \times 100 = \frac{15000}{120} = 125\%.$$

в) Найти, сколько процентов составляет число 0,3 от 1,9:

$$\frac{0{,}3}{1{,}9} \times 100 = \frac{0{,}3 \times 100}{1{,}9} = \frac{300}{19} = 15\frac{15}{19} \approx 15{,}8\%$$

2.2 Практическое применение процентов

«Процент» не относится к важным открытиям в математике и не играет никакой самостоятельной роли, не применяется и не исследуется. Проценты используются, как средство записи результата. Понимание процентов и умение производить расчеты в настоящее время необходимо каждому ученику. Знание этой темы необходимо для развития в будущем финансовой, экологической, социальной и других сторон нашей жизни. Так рассмотрим применение в жизни процентных вычислений (реальные задачи из разных сфер жизнедеятельности человека).

1. На примере тарифа по коммунальным услугам:

В начале года тариф на электроэнергию составлял 40к. за 1 кВт * ч. В середине года он увеличился на 50%, а в конце года – ещё на 50% . Как вы считаете, увеличился ли тариф на 100%? Менее чем на 100%? Более чем на 100%?

Решение :

40*50% = 20 (коп.) – увеличение тарифа в середине года

40 + 20 = 60 (коп.) – составил тариф на электроэнергию в середине года

60*50% = 30 (коп.) – увеличение тарифа в конце года

60 + 30 = 90 (коп.) – составил тариф на электроэнергию в конце года

(90-40)*100% = 50% - на сколько увеличился тариф на электроэнергию

2. На примере распродажи товаров

Тарифы для мобильных телефонов зависят от системы оплаты. В 2009 г. тарифы оплаты по системе «К» и системе «М» были одинаковыми, а в следующие 3 года последовательно либо увеличивались, либо уменьшались, данные изображены в таблице. Сравните тарифы 2013 года.

Тарифы оплаты	Год		
	2010	2012	2013
Система «К»	Увеличен на 10%	Уменьшен на 3%	Уменьшен на 3%
Система «М»	Уменьшен на 5%	Увеличен на 3%	Увеличен на 4%

Решение :

Систему «К» заменим на х

Систему «М» заменим на у

Получим что в 2009 г. х=у

Посмотрим как изменялась переменная х за весь период :

1) 2010 г. увеличилась на 10%

   х + 10% = $\frac{110}{100}$х

2) 2012 г. уменьшилась на 3%

$\frac{110}{100}x * \frac{3}{100} = \frac{33}{1000}x$

$\frac{110}{100}x - \frac{33}{1000}x = \frac{1067}{1000}x$

3) 2013 г. уменьшилась на 3%

$\frac{1067}{1000}x * \frac{3}{100} = \frac{3201}{100000}x$

$\frac{1067}{1000}x - \frac{3201}{100000}x = \frac{103499}{100000}x$

Аналогично посмотрим как изменялась переменная у

1)2010 г. уменьшилась на 5%

$y - 5\% = \frac{95}{100}y$

2)2012 г. увеличилась на 3%

$\frac{95}{100}y * \frac{3}{100} = \frac{285}{10000}y$

$\frac{95}{100}y + \frac{285}{10000}y = \frac{9785}{10000}y$

3)2013 г. увеличилась на 4%

$\frac{9785}{10000}y * \frac{4}{100} = \frac{3914}{100000}y$

$\frac{9785}{10000}y + \frac{3914}{100000}y = \frac{101764}{100000}y$

Сравним полученные результаты

$\frac{103499}{100000}x \quad > \quad \frac{101764}{100000}y$ т.е. $x > y$

3. На примере расчета штрафа

Если водитель не прошёл техосмотр машины, то сотрудник ГИБДД должен оштрафовать его на $\frac{1}{2}$ минимальной оплаты труда. Стоимость прохождения техосмотра составляет примерно 1000 руб., а размер минимальной заработной платы 5200 руб. На сколько процентов штраф превышает стоимость техосмотра, если при оплате штрафной квитанции в банке с водителя возьмут ещё 3% за услуги банка?

Решение :

5200* 0,5 = 2600 (руб.) – размер штрафа

2600* 3% = 78 (руб.) – услуги банка

2600 + 78 = 2678 (руб.) – размер штрафа и услуги банка

1000:(2678 – 1000)*100% = 59,6% - превышение штрафа.

4. На примере голосования

В 2004 году в выборах Президента РФ на избирательном участке № 356 приняли участие 56% избирателей от общего числа 2844 человек. За одного из кандидатов отдали голоса 1069 пришедших на выборы избирателей, за второго проголосовали 78 человек. Выборы считаются состоявшимися. Кто из кандидатов победил на этом участке (победитель должен преодолеть 50% барьер) и на сколько процентов обогнал своего соперника?

Решение:

2844*56% = 1593 (чел) – приняли участие на выборах

1069:1593*100% = 67% - проголосовали за первого кандидата

78:1593*100% = 5% - проголосовали за второго кандидата

67% - 5% = 62% - на сколько процентов первый кандидат обогнал второго кандидата.

5. На примере, как начисляются проценты по денежным вкладам в банке.

Так предположим, что вы хотите положить в банк 10 000 (десять тысяч) рублей, чтобы на них «росли проценты». В Сбербанке предложат 120% годовых, если вы положите деньги на 3 месяца, 130% годовых, если положите на 6 месяцев и 150% годовых при вкладе на год. В банке «Триумф» вам предложат 200% годовых при вкладе на год. Подсчитаем, сколько вы получите через 5 лет в банке «Триумф».

Поскольку каждый год будете получать 200% годовых, то за 5 лет получите в пять раз больше – 1000% или 110000 рублей, т.е. 100 000 рублей к своим 10000 рублей, но это неверно.

Считать следует иначе. За год ваш вклад утраивается, т.е.:

через год у вас будет 30 000 рублей (10000 +10000*200%);

через второй год он ещё утроится и составит 90 000 рублей (30000 +30000*200%);

через третий год у вас будет 270000 рублей (90000 + 90000*200%);

через четвертый год у вас будет 810000 рублей (270000+270000*200%);

через пятый год у вас будет 2430000 рублей.

Таким образом, общая сумма, которую вы получите в банке «Триумф» через пять лет составит 2430000 рублей, в том числе 10000 – собственные средства, которые мы положили в банк под проценты и 2420000 – деньги полученные за счет процентов банка.

Можно предположить, что какой-нибудь банк платит еще больше процентов, так например, банк «Мечта» предлагает вкладчикам 1000% годовых. Это означает увеличение вклада за год в 11 раз, за два года в 121 раз, за три – в 1331 раз, за четыре – в 14641 раз и за пять лет в 161051 раза. В результате через пять, положив 10000 рублей в банк «Мечта», можно получить 1610510000 рублей и стать миллиардером!

Но скорее всего однажды можно увидеть на закрытых дверях данного банка объявление, из которого узнаете, что банк «лопнул», и его вкладчики лишились вложенных в него сбережений. И вместе с «Мечтой» лопнула ваша мечта стать миллиардером.

Таким образом, выбирая между Сбербанком и банком «Триумф», можно отдать предпочтение Сбербанку, как более надежному.

Теперь стоит выбрать способ вложения денег: на 3 месяца, на 6 месяцев или на год. Казалось бы, лучше всего положить на год, что даёт самый высокий процент годовых – 150%. Но, научные расчёты с другими банками, давайте проверим.

Если положить на полгода раньше из расчёта 130% годовых, то через полгода получим доход в 65% от вложенной суммы, т.е. сумма увеличится в 1,65 раза. Если затем еще раз положить все полученные деньги опять на полгода, то сумма возрастёт в 1,65 – 1,65 = = 2,7225 раза, т.е. на 172,25%, что существенно больше 150% при вкладе сразу на год.

А если положить деньги на 3 месяца, потом ещё, ещё и ещё раз на 3 месяца? В первый раз прибыль составит четверть от 120%, т.е. 30% от вложенной суммы. Это значит, что вклад увеличится ещё в 1,3 раза, что даст увеличение первоначальной суммы в 1,69 раза. Через следующие три месяца увеличение составит 2,197 раза, а к концу года получим увеличение в 2,8561 раза.

Таким образом, получаем 185,61% годовых, что лишь немного меньше, чем в банке «Триумф», но без всякого риска. Правда, при этом нужно приходить в банк каждые три месяца, чтобы забирать вклад и снова класть его на три месяца.

Но есть ещё форма вклада под 100% годовых с правом снять вклад в любое время с получением соответствующей доли прибыли. Вот, наверное, золотая жила! Ведь мы убедились, что чем чаще кладёшь и берёшь вклад, тем большей оказывается **прибыль**. Если ходить в Сбербанк каждый день, то каждый раз вклад будет увеличиваться в $1+\frac{1}{365}$ а за год увеличение составит $(1+\frac{1}{365})$ 365 раз. Наверное, это очень большое число!

Мы должны вас разочаровать. Величина числа $(1+\frac{1}{n})$ действительно увеличивается с увеличением n, но не может превзойти числа e = 2,71828… и стремится к этому числу с увеличением n. Число e названо так в честь Леопольда Эйлера. Оно играет важную роль во многих разделах математики.

Итак, даже бегая в сбербанк каждый час, нам не удастся получить доход больший 172% годовых, если мы примем эту форму вложения денег.

В банковских и статистических расчетах, а также во многих отраслях науки части величин принято выражать в процентах, если с величины a нарастет p% в год (или за какой либо другой промежуток времени), то через t лет она превратится в

$X = a * (1 + \frac{pt}{100})$ - формула для расчета простых процентов

где:

X – будущий доход;

a - первоначальные вложения;

p – процентная ставка;

t – количество лет.

При этом предполагается, что по истечении каждого года доход за этот год изымается, так что за новый год доход исчисляется с первоначальной величины. Если же доход причисляют к первоначальной величине и, следовательно, доход за новый год исчисляется с наращенной суммы, то говорят о *сложных процентах*; в том случае величина, в которую превратится a через t лет, вычисляется по формуле сложных процентов.

Сложные проценты - это проценты, полученные на начисленные проценты.

Формула сложного процента - это формула, по которой рассчитывается итоговая сумма с учётом начисления процентов.

$X = a * (1 + \frac{p}{100})^t$- формула для расчета сложных процентов, где:

X – будущий доход;

a - первоначальные вложения;

p – процентная ставка;

t – количество лет.

На примере задач проанализируем как начисляются проценты по банковским вкладам, так:

Задача № 1

Рассчитайте, что выгоднее для вкладчика: получить 20 000 рублей сегодня или получить 35 000 рублей через 3 года, если процентная ставка равна 17%.

Решение задачи №1:

Если положить деньги в размере 20000 рублей в банк под процентую ставку 17%, то мы получим:

через год – 23400 рублей (20000+20000*17%);

через два года – 27378 рублей (23400+23400*17%);

через три года – 32032,3 рублней (27378+27378*17%).

Ответ задачи №1: Получить 32000 рублей через 3 года является более выгодным решением, при данном значении процентной ставки.

2.3 Процентная ставка в банковской сфере.

В настоящее время особый интерес вызывает процентная ставка в банковской сфере. Ведь сейчас очень многое покупается людьми в кредит. Это и квартиры, машины, бытовая техника. А также все больше людей берут кредит на туристические цели, на обучение в высших учебных заведениях. Кредиты в банковской сфере выдаются людям под процент. Также очень многие люди в целях безопасности и увеличения суммы денег хранят свои денежные средства в банках под процентами.

Таким образом, процентная ставка и кредит очень тесно связаны между собой. Далее рассмотрим понятие процентной ставки и ее применение в банковской сфере.

Процентная ставка – это размер процента за ссуду денег. Представляет собой отношение величины дохода от ссуды к сумме ссуды.

Экономическое значение процента выражается через плату за использование средств (ссуда, кредит), представляемых одним лицом (кредиторам) другому лицу (заемщику). Величина суммы оплаты долга определяется как процент (в математическом смысле) от суммы долга.

Ввести величины, характеризующие количественную сторону кредитной операции:

P – первоначальная сумма кредита;

T – срок предоставления кредита;

I – процент (сумма процентных денег).

$I = P\frac{i}{100}*T$ *(%)*

S – сумма погашения кредита (наращенная сумма): $S=P+I$.

Рассмотрим на примерах как рассчитываются различные процентные ставки:

1. Формула наращивания по простым процентам

Простая процентная ставка определяется как изменения суммы кредита P после начисления процентов i только на первоначальную сумму долга через год, два года, три года, T лет.

через год: $P + P*\frac{i}{100} = p\ (1 + \frac{i}{100})$;

два года: $P(1+\frac{i}{100}) + P*\frac{i}{100} = P\left(1 + 2*\frac{i}{100}\right)$;

три года: $P(1+2*\frac{i}{100}) + P*\frac{i}{100} = P\left(1 + 3*\frac{i}{100}\right)$;

T лет: $P(1+T*\frac{i}{100})$.

Таким образом, данная арифметическая прогрессия позволяет записать формулу наращивания по простым процентам:

$S = P(1+T*\frac{i}{100})$.

С экономической точки зрения эта формула означает, что кредитор, инвестируя основную денежную сумму P на срок T под простые проценты по ставке i, в конце указанного срока вернет свой капитал P и получит прибыль I в виде процентов на основную сумму по ставке i, то есть:

$S = P + I = P + P*\frac{i}{100}*T = P(1+T*\frac{i}{100})$.

Для усвоения терминологии и формирования умения применять формулу наращивания по простым процентам предлагаем решить следующую задачу:

Банк выплачивает 4800 руб. каждые полгода по вкладу, исходя из 10% годовых. Какова величина вклада?

Решение: I= 4800 руб., i= 10% годовых, $T=\frac{1}{2}$ года.

Зная, что $I = P\frac{i}{100}*T$, получаем: $P=\frac{I}{T*\frac{i}{100}} = \frac{4800}{0,1*\frac{1}{2}} = 96000$ руб.

<u>Методы начисления простых процентов.</u>

Начисление простых процентов используется при предоставлении краткосрочных кредитов, срок которых не превышает одного года, и при периодической выплате процентов, не присоединяющихся к сумме долга. При продолжительности операции менее года в качестве срока Т необходимо взять отношение числа дней пользования ссудой D к числу дней в году Y, то есть

$$Т = \frac{D}{Y}$$

Если при расчетах число дней в году принимают равным 360 дням, то проценты называются *обычными*, если 365 (366) дням , то проценты называются *точными*, то есть

$$Т_{обычн} = \frac{D}{360} \text{ или } Т_{точн} = \frac{D}{365}$$

Определение числа дней пользования ссудой также может быть *точным* или *приближенным.* Подсчет *точного* числа дней между двумя датами можно осуществлять с помощью таблицы порядковых номеров дней в обычном году (или в високосном) . При *приближенном* подсчете числа дней продолжительность ссуды определяется исходя из полного числа месяцев в сроке (по 30 дней в каждом) в числа дней неполного месяца.

Учащиеся закрепляют полученные знания о методах подсчета и кредитования с помощью задач.

Знакомство с различными вариантами подсчета процентов и дней кредитования приводит учащихся к определению методов расчета простых процентов, применяемых на практике :

- обычные проценты с точным числом дней;
- точные проценты с точным числом дней;
- обычные проценты с приближенным числом дней;
- точные проценты с приближенным числом дней.

Умение рассчитывать простые проценты полученными методами формируется при решении практических задач:

Вклад в размере 30 000 рублей положен в банк под 10% годовых с 5 мая по 16 декабря следующего года (год не високосный). Определить наращенную сумму всеми методами расчета простых процентов.

Решение:

1.*Обычные проценты с точным числом дней*. Точное количество дней *D=590* дней, в году *Y = 365* дней, *P = 30* тыс. руб., I = 10% годовых. Зная, что $S=P(1 + T*\frac{i}{100})$, получим:

$$S = 30000(1 + 0,1 * \frac{590}{365}) = 34916,6 \text{ руб.}$$

2. *Точные проценты с точным числом дней*. Точное количество дней *D=590* дней, в году *Y = 365* дней, *P = 30* тыс. руб., *I* = 10% годовых. Зная, что $S=P(1 + T*\frac{i}{100})$, получим:

$$S = 30000(1 + 0,1 * \frac{590}{365}) = 34849,3 \text{ руб.}$$

3. *Обычные проценты с приближенным числом дней*. Приближенное количество дней *D=581* дней, в году *Y = 360* дней, *P = 30* тыс. руб., *I = 10%* годовых. Зная, что $S=P(1 + T*\frac{i}{100})$, получим:

$$S = 30000(1 + 0,1 * \frac{581}{360}) = 34841,6 \text{ руб.}$$

4. *Точные проценты с приближенным числом дней*. Приближенное количество дней *D=581* дней, в году *Y = 365* дней, *P = 30* тыс. руб., *I = 10%* годовых. Зная, что $S=P(1 + T*\frac{i}{100})$, получим:

$$S = 30000(1 + 0,1 * \frac{581}{365}) = 34775,3 \text{ руб.}$$

<u>Дисконтирование по простым процентам.</u>

Текущая (сегодняшняя) *стоимость* полагает решить проблему выбора: какую сумму P необходимо инвестировать, чтобы спустя срок t получить наращенное значение S? При фиксированной процентной ставке i ответ очевиден :

$$P = \frac{S}{1+\frac{i}{100*T}}$$

Процесс вычисления текущего значения называется *дисконтированием* по заданной процентной ставке. Для разъяснения содержания понятия *текущая стоимость* решим задачу:

Инвестор может купить квартиру за 60 000 долл. Наличными или заплатив 64 000 долл. через год. Если у инвестора на счету в банке не менее 60 000 долл. и банк платит 6% годовых, то какая альтернатива предпочтительнее?

Решение: Для того чтобы в конце года на счету иметь 64 000 долл., необходимо инвестировать в начале года Р = $\frac{64000}{1+0,06*1}$ = 60377,36 долл. Таким образом, текущая стоимость 64000 долл. равна 60377,36 долл., что больше суммы оплаты наличными, и значит, оплата наличными при данных условиях предпочтительнее.

II. Формула наращивания по простым процентам.

Введение понятия *сложная процентная ставка* предлагаем провести в процессе наблюдения за изменениями суммы кредита Р с процентной ставкой i при условии, что проценты в конце каждого срока кредитования прибавляются к основной сумме, а полученная сумма является исходной для начисления процентов в следующем периоде :

Через год*:* Р = Р * $\frac{\mathrm{i}}{100}$ = Р $\left(1+\frac{\mathrm{i}}{100}\right)$

Через 2 года*:* Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ + Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ * $\frac{\mathrm{i}}{100}$ = Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ = Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$;

Через 3 года : Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ + Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ * $\frac{\mathrm{i}}{100}$ + Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$ = Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$;

Через n лет : Р $(1+\frac{\mathrm{i}}{100})$

Данная зависимость строится по *закону геометрической прогрессии,* первый член которой Р, знаменатель $1+\frac{i}{100}$. Таким образом, получаем формулу наращивания по сложным процентам: S = Р $(1+\frac{i}{100})^{n}$,

где S – сумма наращения по сложным процентам : S = P+I;

P – основной капитал;

I – процент – сумма процентных денег – наращение;

i – процентная ставка наращения за период;

n – срок (в периодах, соответствующих процентной ставке);

$(1+\frac{i}{100})^n$ – множитель наращения в формуле сложных процентов.

С экономической точки зрения процесс присоединения начисленных процентов к сумме называют *капитализацией.*

Усвоение терминологии и формирование умения применять формулу наращивания по сложным процентам предлагаем провести решение некоторых задач:

Сто тысяч рублей инвестированы в банк на полгода по ставке: а) 10% в месяц; б) 10% годовых. Найти сложные проценты на эту сумму к концу срока.

Решение: P = 100 тыс.руб.

а) $i = 10\%$ в месяц, $n = 6$ месяцев. Зная, что $S = P+I$, получаем:

$I = S – P = P\ (1 + \frac{i}{100}) – P = 100\ (1+0,1) – 100 = 77,1561$ тыс.руб.

б) $i = 10\%$ в месяц, $n = \frac{1}{2}$ месяцев. Зная, что $S = P+I$, получаем:

$I = S – P = P\ (1 + \frac{i}{100}) – P = 100\ (1+0,1) – 100 = 4,88089$ тыс.руб.

Номинальная ставка процентов.

Часто в финансовых контрактах фиксируется годовая процентная ставка, а проценты начисляются по полугодиям, кварталам, месяцам и т.д. В этом случае годовая процентная ставка называется номинальной j, а процентная ставка за один период начисления i равна отношению номинальной j к числу периодов m в году, то есть $i = \frac{j}{m}$, а общее число периодов n=m*T. Формула наращивания по сложным процентам принемает вид : $S = P\ (1 + \frac{\frac{j}{m}}{100}) = P\ (1+ \frac{0,01j}{m})$,

Где P – основной капитал;

j – номинальная процентная ставка;

m – число периодов начисления в году;

T – срок в годах.

Умение применять полученную формулу формируем при решении задач :

60 тысяч рублей инвестированы на 2 года по номинальной ставке 12% годовых. Найти наращенную сумму и сложные проценты при начислении процентов : а) по годам; б) по полугодиям; в) по кварталам; г) по месяцам.

Решение : P = 60 тыс.руб., j = 12% годовых, T = 2 года.

а) m = 1 периода. Имеем :

S = P(1+ $\frac{0{,}01j}{m}$) = 60(1+ $\frac{0{,}12}{1}$) = 75,264 тыс.руб.

Зная, что S=P+I, получаем : I = S –P = 75, 264 – 60 = 15,264 тыс.руб.

б)) m = 2 период. Имеем :

S = P(1+ $\frac{0{,}01j}{m}$) = 60(1+ $\frac{0{,}12}{1}$) = 75,74862 тыс.руб.

Зная, что S=P+I, получаем : I = S –P = 75, 74862 – 60 = 15,74862 тыс.руб.

в) m = 4 периода. Имеем :

S = P(1+ $\frac{0{,}01j}{m}$) = 60(1+ $\frac{0{,}12}{1}$) = 76,00620 тыс.руб.

Зная, что S=P+I, получаем : I = S –P = 76,00620 – 60 = 16,00620 тыс.руб.

г) m = 12 периодов. Имеем :

S = P(1+ $\frac{0{,}01j}{m}$) = 60(1+ $\frac{0{,}12}{1}$) = 76,18408 тыс.руб.

Зная, что S=P+I, получаем : I = S –P =76,18408– 60 = 16,18408тыс.руб.

Эффективная ставка процентов.

Однако реальная доходность инвестиций выражается годовой эффективной процентной ставкой, которая показывает, какая годовая ставка сложных процентов дает тот же финансовый результат, что и m – разовое наращение в год по номинальной ставке j. Эффективная i и номинальная j ставки связаны соотношением :

1+ $\frac{i}{100}$ = (1+ $\frac{0{,}01j}{m}$) ,

Где i – эффективная годовая ставка;

j – номинальная годовая ставка;

m – число периодов начисления процентов в году.

В рекламных проспектах, как правило, речь идет о номинальной процентной ставке, которая существенно может отличаться от эффективной. Наглядно учащиеся убеждаются в этом факте при решении задач :

Определить годовую эффективную процентную ставку, равную номинальной ставке 12% при поквартальном начислении процентов.

Решение : i = 16% годовых, m = 2 периода. Зная, что $1+\frac{i}{100} = (1+\frac{0{,}01j}{m})$, получаем : j = $((1+\frac{i}{100})$-1) * 100% = 2((1+0,16) – 1) * 100% = 0,154006 * 100% ≈ 15,4%.

Номинальная ставка при полугодовом начислении процентов для обеспечения эффективной ставки 16% годовых должна составлять 15,4%.

<u>Дисконтирование по сложным процентам.</u>

На данном этапе знакомства с понятием сложные проценты и различными формулами для их начисления рассмотрим понятие текущее значение. Учащиеся уже знают, что текущее значение позволяет определить, какую денежную сумму P нужно вложить под фиксированные (сложные) проценты сегодня, чтобы получить в определенный момент заданную сумму S. Процесс вычисления текущего значения, как и в случае с простыми процентами, называется дисконтированием по заданной процентной ставке. Разность S-P называется сложным дисконтом. Формула вычисления текущего значения для любой суммы при заданных S, i, n имеет вид:

$P = \frac{S}{\left(1+\frac{i}{100}\right)}$, получаемая непосредственно из формулы сложных процентов.

Для начисления процентов по номинальной ставке j: $P = \frac{S}{(1+\frac{0{,}01j}{m})}$.

Для начисления непрерывных процентов по ставке j: $P = Se^{-0{,}01/T}$

Отработку понимания содержания понятия текущая стоимость проводим с помощью задачи:

Найти текущие значение долга, полная сумма которого через 4 года составит 800 тысяч рублей. Проценты начисляются: а) по ставке 13% годовых ежегодно; б) по ставке 2% каждого квартала; в) по ставке 12% годовых в конце каждого месяца; г) непрерывные по ставке 4%.

Решение: S=800 тыс.руб.

а) i=13% годовых, n=4 года. Имеем:

$P = \frac{S}{(1+\frac{i}{100})^n} = \frac{800}{(1+0{,}13)^4}$ = *490,655 тыс.руб.*

б) j=2% в квартал, m=4 периода, T=4 года. Имеем :

$P = \frac{S}{(1+\frac{0{,}01j}{m})^{mT}} = \frac{800}{(1+0{,}02)^{4*4}}$ = *582,7567 тыс.руб.*

в) j=12% годовых, m=12 периодов, T=4 года. Имеем :

$P = \frac{S}{(1+\frac{0{,}01j}{m})^{mT}} = \frac{800}{(1+\frac{0{,}12}{12})^{12*4}}$ = *496,2083 тыс.руб.*

г) j=4% годовых, m - непрерывно. Имеем :

$P = S * e^{-0{,}01jT} = \frac{800}{e^{0{,}04*4}}$ = *681,7215 тыс.руб.*

III. Погашение потребительского кредита.

В общем виде простейшая кредитная операция подразумевает участие двух лиц: кредитора – лица, предоставляющего средства и заемщика (дебитора) – лица, получающего заемные средства во временное распоряжение. При этом подразумевается увеличение полученных средств через определенный срок и оплата заемщиком полученного кредита в виде процентов.

Погашение потребительского кредита может проводится согласно расчета процентной ставке двумя методами: актуальным и с помощью правила торговца.

Актуальный метод используется при долгосрочном кредите, то есть сроком более года.

Второй метод расчета остатка долга называется правилом торговца. Правило заключается в том, что если срок ссуды не превышает года, то сумма долга с начисленными процентами остается неизменной до полного погашения и равной $P_o(1+n_k*\frac{i}{100})$. Срок частичного платежа n_k при начислении процентов определяется как обычные проценты (Y=360 дней в году) приближенным числом дней временных периодов D_k (полное число месяцев в сроке/ по 30 дней в каждом/ и число дней неполного месяца), то есть $n_k=\frac{D}{Y} = \frac{D}{360}$. Одновременно идет накопление частичных платежей, сумма которых с начисленными на них до конца срока процентами равна наращенной сумме, то есть

$$P_o(1+n_k*\frac{i}{100}) = R_1[1+(n_k - n_1)\frac{i}{100}]+ R_2[1+(n_k - n_2)\frac{i}{100}]+ R_3[1+(n_k - n_3)\frac{i}{100}] +\ldots+ R_k$$

где R_k – сумма частичного платежа под номером k;

k – общее количество частных платежей.

В случае кредитования сроком более года, указанные расчеты делаются для годового периода задолженности, а в конце года из суммы долга вычитается наращенная сумма накопленных частичных платежей. Остаток погашается в следующем году. Графическое изображение финансовой операции по правилу торговца представлено на рисунке 2

Предлагаем рассмотреть задачу:

Ссуда в размере 50 тыс.руб. выдана банком 1 феврале на срок до 1 августа включительно под простые проценты 20% годовых. В счет погашения долга 19 апреля поступило 20 тыс.руб., 21 июня – 1 тыс.руб. Найти остаток долга на конец срока.

Учащимся целесообразно предложить решение этой задачи с помощью актуального метода и правила торговца.

Решение: P_o = 50 тыс.руб., R_1 = 20 тыс.руб., R_2 = 1 тыс.руб., i = 20% годовых, $n_{1=}\ \frac{78}{360}$ дней (с 1февраля до 19 апреля, то есть D_1 = 30*2+18=78 дней, Y = 360 дней), $n_2 = \frac{62}{360}$ дней (с 19 апреля до 21 июня), $n_3 = \frac{40}{360}$ дней (с 21 июня до 1 августа):

На 19 апреля до первой частичной выплаты величина долга составила:

$S_1 = 50000\ [1+\frac{78}{360}*0.2] = 52166.67$ руб.,

А после частичной выплаты $P_1 = S_1 - R_1 = 52166.67 - 20000 = 32166{,}67$ руб.

На 21 июня до второй частичной выплаты величина долга

$S_2 = 32166{,}67*[1+\frac{62}{360}*0{,}2] = 33274{,}63$ руб.

В силу того, что проценты в данном случае:

$S_2 - R_2 = 33274{,}63 - 32166{,}67 = 1107{,}96$ руб.

больше взноса R_2= 1 тыс.руб., то взнос не засчитывается и переносится на следующий платеж.

На 1 августа наращенная сумма долга составила

$S_3 = 32166{,}67*[1+\frac{62+40}{360}*0{,}2] = 33989{,}45$ руб.

Размер погасительного платежа 1 августа составил 33989,45 руб.

Решим несколько задач из Единого Государственного Экзамена 2005 – 2007 гг. части В, задания В9.

1.Вкладчик положил в банк деньги под 10%. После начисления процентов некоторую сумму он изъял, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся сумма на 1% меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъято вкладчиком после первого начисления процентов?

Решение:

Составим уравнение :

а руб.– первоначальный вклад,

1,1а руб. – сумма после начисления процентов,

х руб. – изъято вкладчиком,

(1,1а – х)руб. – осталось в банке,

1,1(1,01а – х) руб. – сумма после начисления процентов.

Известно, что первоначальная сумма отличается от конечной суммы на 1%.

<u>Т.е. а руб. – 100%</u>

<u>1,1(1,1a – x) – 99%</u>

99a=110(1,1a – x)

99a=121a – 110x

110x=22a

x=22:110a = 0,2a

2.Денежный вклад в банк за год увеличился на 10%. Вкладчик внес в банк 10000 рублей. Через год он решил снять часть денег так, чтобы еще через год его вклад составил не менее 10000 рублей. Какую максимальную целую сумму рублей можно снять вкладчику, чтобы реализовать свой план?

Решение:

1) 10000+10000*0,1 = 10000 + 1000 = 11000(руб.)-через год
2) (11000-x) + (11000-x)*0,1 = 10000
3) 11000 – x+1100-0,1x=10000
4) 11000+1100-10000=1,1x
5) 2200=1,1x|*10
6) 11x=22000|:11
7) X=2000

3.В мастерской имеются два слитка сплава золота с медью. Первый слиток состоит из 230 г золота и 20 г меди, а второй – из 240 г золота и 60 г меди. Из этих сплавов надо получить 300 г сплава, содержание золота в котором 84%. Определите массу куска, который для этого необходимо взять от первого слитка.

Решение:

Золото : 230 г	92%
Медь : 20 г	8%
Вес : 250 г	

Золото : 240 г	80%
Медь : 60 г	20%
Вес : 300 г	

З. :0,92а	+	З. :0,8*(300-а)	=	З.: 84% =0,84 * 300
М. : 0,08		М. :0,2*(300-а)		М.:16% = 0,16*300
Вес : а		Вес: 300 -а		Вес:300 г

Уравнение :

0,08 + 0,2*(300-а)=48 |*100

8+20*(300-а) =4800

8+6000-20а =4800

а= 504,4 г

4.Ежемесячный доход семьи складывается из зарплаты отца и зарплаты матери. Зарплату отца увеличили на 40%, а зарплату матери – на 15%, в результате чего семейный доход увеличился на 20%. Сколько процентов от семейного дохода составляла до повышения зарплата матери ?

Решение:

	Было	Стало
Отец	– x	1,4x
Мать	– y	1,15y

x+y = 1,4x + 1,15y увеличилась на 20%, т.е. изм-ся в 1,2 раза.

1,4x + 1,15y > x+y в 1,2 раза

1,4x + 1,15y = 1,2x +1,2y

0,2x = 0,05y |*100

20x=5y|:5

$y= 4x \quad x=\frac{1}{4} \quad y = \frac{5}{4}$

$y= \frac{y*100}{\frac{5}{4}y}= \frac{400}{5}= 80\%$

5. Если положить на вклад «Юбилейный» некоторую сумму денег, то ежегодно она увеличивается на 20% от имеющейся суммы. Вкладчик собирается положить деньги на этот вклад и 2 года подряд не пополнять его

и не снимать с него деньги. Сколько рублей надо положить вкладчику, чтобы через 2 года вложенная им сумма увеличилась на 7920 рублей?

Решение :

x – было первоначально.

1 год x+0,2 = 1,2x

2 год 1,2x + 1,2x*0,2= 1,44x

1,44x > x на 7920 руб.

1,44x-x = 7920

0,44x = 7920

x= 18000 руб.

6. Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважины относятся как 7:6:5. Планируется уменьшить годовую добычу нефти из первой скважины на 4%, а из второй – на 2%. На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой нефти не изменился ?

Решение:

1скв. 7x	0,96*7x= 6,72x
2скв. 6x	0,98*6x = 5,88x
3скв. 5x	5x*p
Всего 18x =	всего : 12,6x + 5x*p

18x=12,6x+5x*p |:x

18 = 12,6 + 5p

5p= 5,4

p= 1,08

108% -100% = 8%

2.4 Использование процентов в современной жизни.

Как я уже говорил, проценты довольно часто встречаются в нашей жизни и имеют очень широкое применение. С помощью процентов и графиков можно наглядно представлять любую информацию, что значительно облегчает процесс анализа.

С помощью процентов мною был проведен опрос среди учащихся 7а класса МАОУ Лицея №1. В опросе было 2 этапа. 1 этап заключается в том, что учащиеся отвечали на 3 вопроса «Как вы думаете, что такое «процент»?» , «Часто ли вы используете проценты в жизни?», «Вы считаете тема процент важна в алгебре?». Результаты получились следующие:

1 вопрос:

- «Часть от числа» - 9 человек или 27%
- «$\frac{1}{100}$» - 8 человек или 24%
- «Обозначается «%» - 12 человек или 46%
- « Не знаю» - 1 человек или 3%

2 вопрос :

- «Не часто» - 9 человек или 27%
- «Часто» - 21 человек или 73%

3 вопрос:

- «Да» - 21 человек или 73%
- «Нет» - 9 человек или 27%

2 этап. Решение задания ЕГЭ (вариант -06-07) (задание B9) :

Вкладчик положил в банк деньги под 10%. После начисления процентов некоторую сумму он изъял, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся на счету сумма на 1% меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъято вкладчиком после 1 начисления процентов ?

Результаты оказались следующими :

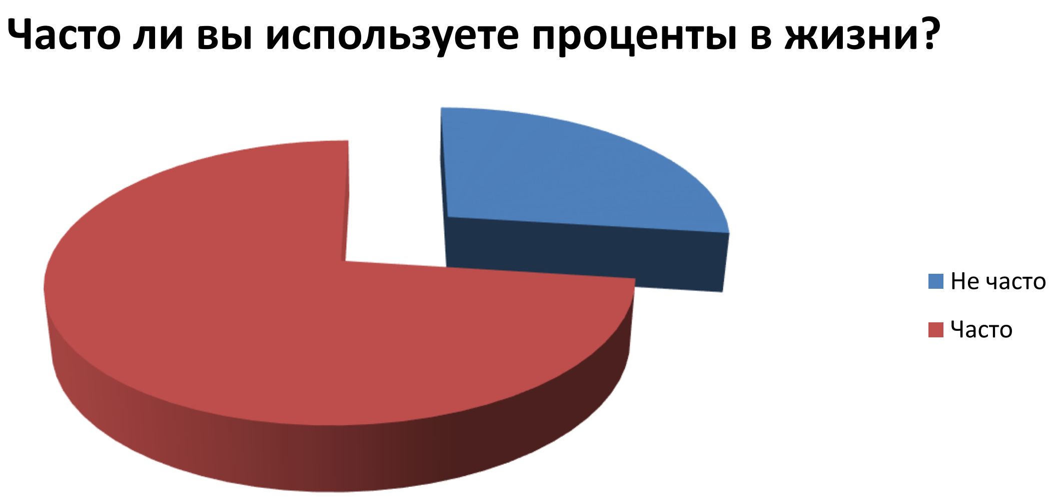
Правильно решили задачу – 65%

Неправильно решили задачу – 35%

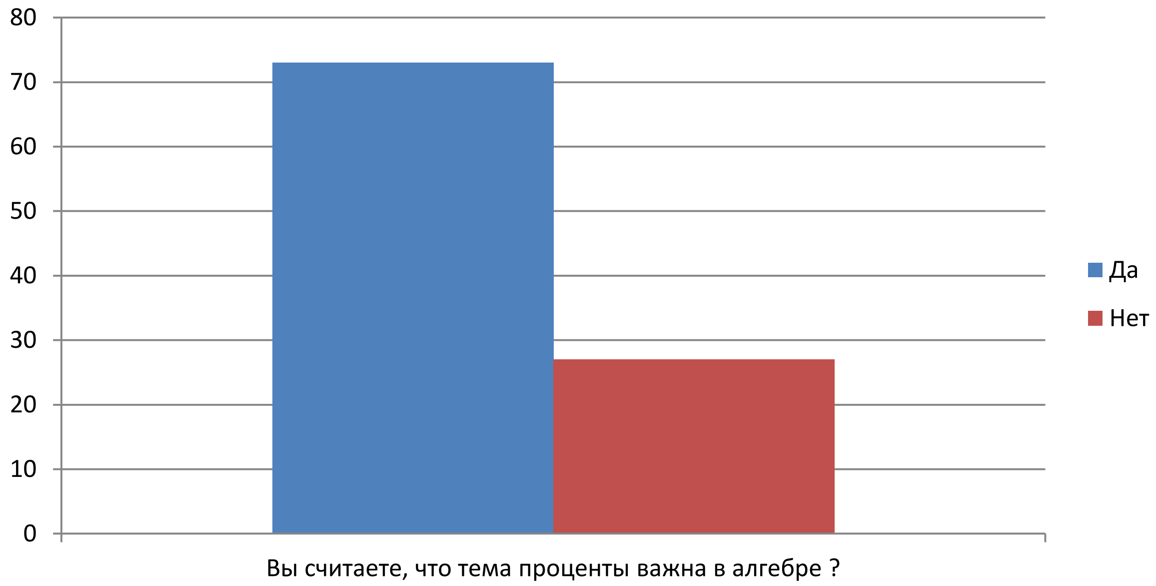
Используя данные построим диаграммы к каждому вопросу.

1 вопрос:

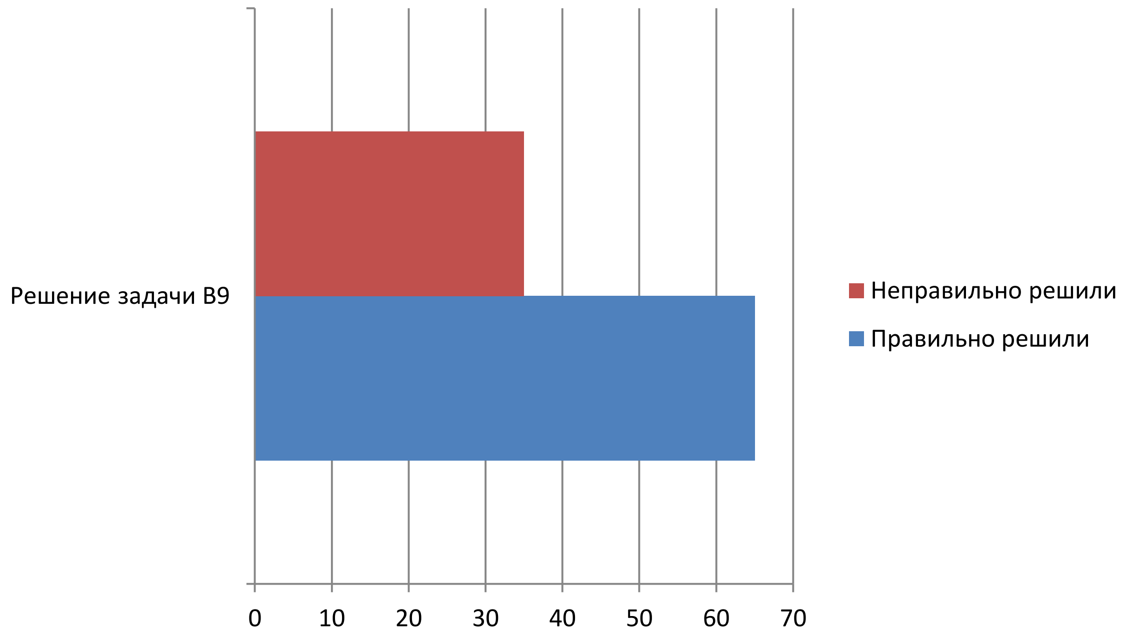
2 вопрос:



3 вопрос :



Задача:



Заключение

В современном мире проценты играют не маловажную роль для населения планеты. Люди не однократно сталкиваются с ними в повседневной жизни. Даже в школах, начиная с 5 класса дети проходят тему проценты. Существуют очень много разных видов задач на проценты и формул вычисления. В данной работе мы использовали несколько таких формул, а также наглядно представили и разъяснили их вам. Так же процент часто используется именно в банковской сфере. Подробно изучил, что значит сложный, простой процент, дисконтирование, вычисление различных типов процентов. Также проценты являются важным атрибутом при построении различных типов диаграмм. Мы опросили население и изучили как строят диаграммы, а также наглядно предоставили информацию вам.

Данная работа была очень полезна для меня в освоении нового материала. Надеюсь, что знания полученные от нее, помогут мне в дальнейшем.

В процессе работы по изучению процентов по банковским вкладам можно сделать следующие выводы:

- чем чаще в течение года происходит наращивание по сложным процентам, тем больше наращенная сумма;

- при начислении сложных процентов 12% годовых неэквивалентно 1% в месяц, то есть соответствующие им годовые наращения не совпадают;

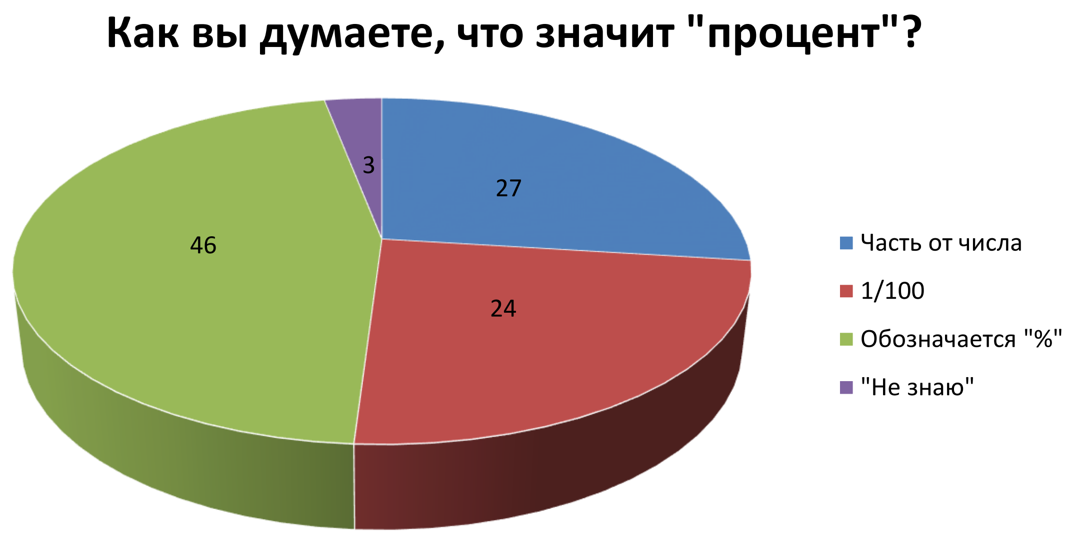
- при наращении по сложным процентам ежемесячное начисление приносит больший доход, чем ежегодное один раз.

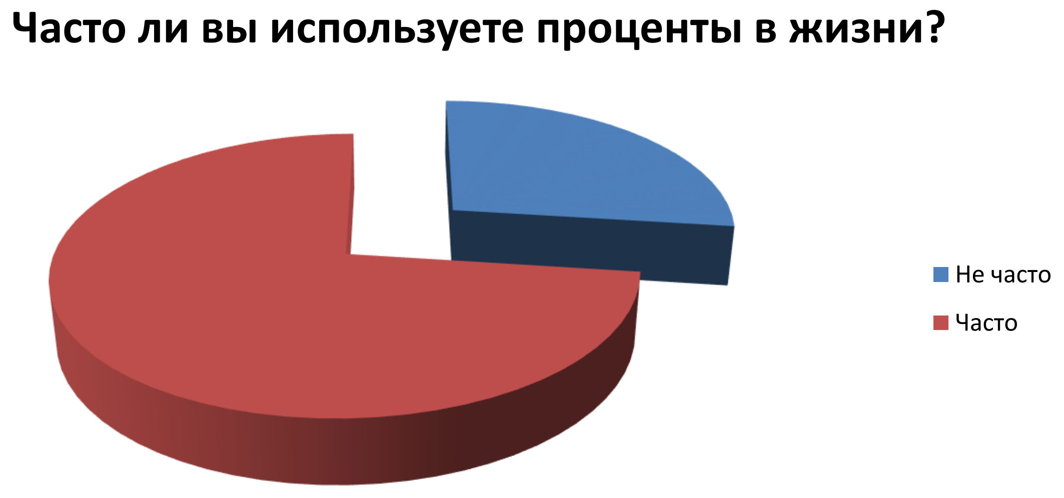
Список использованной литературы

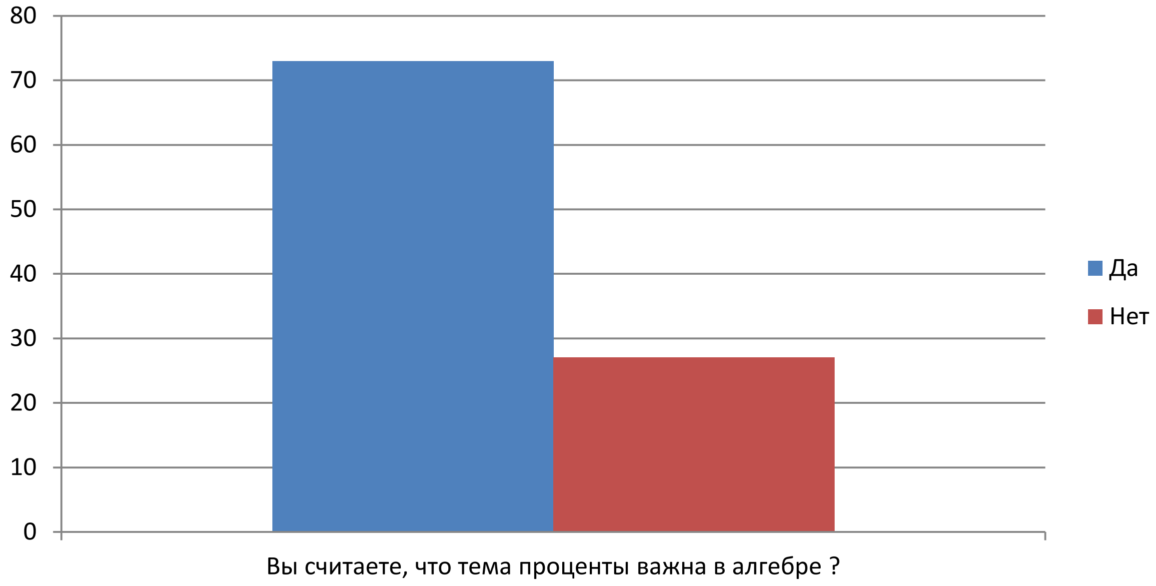
1. «Внеклассная работа по математике», Альхова З.Н., Макеева А.В., Саратов ОАО Издательство «Лицей»,2003.
2. «Готовимся к ЕГЭ по математике», Семенко Е.А. и др., Краснодар, Просвещение-Юг, 2005.
3. Дорофеев Г.В., Седова Е.А. Процентные вычисления. М. Дрофа 2003.
4. Учебно-тренировочные материалы для подготовки к ЕГЭ. «Математика», Денищева Л.О., Гдазков Ю.А. и др., М: Интеллект- Центр, 2003, 2005, 2006, 2007.
5. Г.М. Якушева Математика. Новейший справочник школьника для подготовки к ЕГЭ. Москва: АСТ «Слово» 2009.
6. Энциклопедический словарь юного математика, Москва «Педагогика» 1985.
7. Краткий справочник школьника, Москва Дрофа 1997.
8. М.Д. Аксёнова, Энциклопедия для детей. Математика. М. Аванта + 1998.

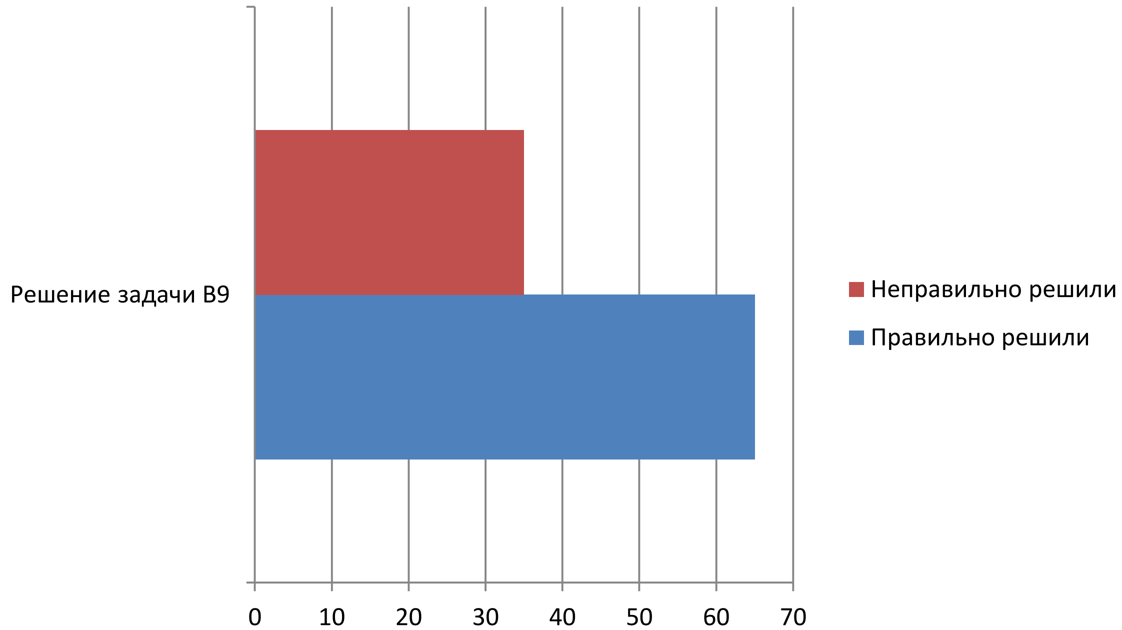
Приложения

Результаты опроса :






80
70
60
50
40
30
20
10
0
Да
Нет
Вы считаете, что тема проценты важна в алгебре ?


Решение задачи В9
Неправильно решили
Правильно решили
0
10
20
30
40
50
60
70

Задачи из вариантов Единого Государственного Экзамена 2005 – 2007гг.

1.Вкладчик положил в банк деньги под 10%. После начисления процентов некоторую сумму он изъял, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся сумма на 1% меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъято вкладчиком после первого начисления процентов?

Решение:

Составим уравнение :

а руб.– первоначальный вклад,

1,1а руб. – сумма после начисления процентов,

х руб. – изъято вкладчиком,

(1,1а – х)руб. – осталось в банке,

1,1(1,01а – х) руб. – сумма после начисления процентов.

Известно, что первоначальная сумма отличается от конечной суммы на 1%.

Т.е. а руб. – 100%

1,1(1,1а – х) – 99%

99а=110(1,1а – х)

99а=121а – 110х

110х=22а

х=22:110а = 0,2а

2.Денежный вклад в банк за год увеличился на 10%. Вкладчик внес в банк 10000 рублей. Через год он решил снять часть денег так, чтобы еще через год его вклад составил не менее 10000 рублей. Какую максимальную целую сумму рублей можно снять вкладчику, чтобы реализовать свой план?

Решение:

1) 10000+10000*0,1 = 10000 + 1000 = 11000(руб.)-через год

2) (11000-x) + (11000-x)*0,1 = 10000
3) 11000 – x+1100-0,1x=10000
4) 11000+1100-10000=1,1x
5) 2200=1,1x|*10
6) 11x=22000|:11
7) X=2000

3.В мастерской имеются два слитка сплава золота с медью. Первый слиток состоит из 230 г золота и 20 г меди, а второй – из 240 г золота и 60 г меди. Из этих сплавов надо получить 300 г сплава, содержание золота в котором 84%. Определите массу куска, который для этого необходимо взять от первого слитка.

Решение:

Золото : 230 г	92%
Медь : 20 г	8%
Вес : 250 г	

Золото : 240 г	80%
Медь : 60 г	20%
Вес : 300 г	

З. :0,92a		З. :0,8*(300-a)		З.: 84% =0,84 * 300
М. : 0,08	+	М. :0,2*(300-a)	=	М.:16% = 0,16*300
Вес : a		Вес: 300 -a		Вес:300 г

Уравнение :

0,08 + 0,2*(300-a)=48 |*100

8+20*(300-a) =4800

8+6000-20a =4800

a= 504,4 г

4.Ежемесячный доход семьи складывается из зарплаты отца и зарплаты матери. Зарплату отца увеличили на 40%, а зарплату матери – на 15%, в результате чего семейный доход увеличился на 20%. Сколько процентов от семейного дохода составляла до повышения зарплата матери ?

Решение:

Было *Стало*

Отец – x $1{,}4x$

Мать – y $1{,}15y$

$x+y = 1{,}4x + 1{,}15y$ увеличилась на 20%, т.е. изм-ся в 1,2 раза.

$1{,}4x + 1{,}15y > x+y$ в 1,2 раза

$1{,}4x + 1{,}15y = 1{,}2x + 1{,}2y$

$0{,}2x = 0{,}05y$ |*100

$20x=5y$|:5

$y= 4x \quad x=\frac{1}{4} \quad y = \frac{5}{4}$

$y= \frac{y*100}{\frac{5}{4}y}= \frac{400}{5}= 80\%$

5. Если положить на вклад «Юбилейный» некоторую сумму денег, то ежегодно она увеличивается на 20% от имеющейся суммы. Вкладчик собирается положить деньги на этот вклад и 2 года подряд не пополнять его и не снимать с него деньги. Сколько рублей надо положить вкладчику, чтобы через 2 года вложенная им сумма увеличилась на 7920 рублей?

Решение :

x – было первоначально.

1 год $x+0{,}2 = 1{,}2x$

2 год $1{,}2x + 1{,}2x*0{,}2= 1{,}44x$

$1{,}44x > x$ на 7920 руб.

$1{,}44x-x = 7920$

$0{,}44x = 7920$

$x= 18000$ руб.

6. Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважины относятся как 7:6:5. Планируется уменьшить годовую добычу нефти из

первой скважины на 4%, а из второй – на 2%. На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой нефти не изменился ?

Решение:

1скв. 7x 0,96*7x= 6,72x

2скв. 6x 0,98*6x = 5,88x

3скв. 5x 5x*p

Всего 18x = всего : 12,6x + 5x*p

18x=12,6x+5x*p |:x

18 = 12,6 + 5p

5p= 5,4

p= 1,08

108% -100% = 8%

Решим следующую задачу:

Ссуда в размере 50 тыс.руб. выдана банком 1 феврале на срок до 1 августа включительно под простые проценты 20% годовых. В счет погашения долга 19 апреля поступило 20 тыс.руб., 21 июня – 1 тыс.руб. Найти остаток долга на конец срока.

Учащимся целесообразно предложить решение этой задачи с помощью актуального метода и правила торговца.

Решение: P_o = 50 тыс.руб., R_1 = 20 тыс.руб., R_2 = 1 тыс.руб., i = 20% годовых, $n_1 = \frac{78}{360}$ дней (с 1февраля до 19 апреля, то есть D_1 = 30*2+18=78 дней, Y = 360 дней), $n_2 = \frac{62}{360}$ дней (с 19 апреля до 21 июня), $n_3 = \frac{40}{360}$ дней (с 21 июня до 1 августа):

На 19 апреля до первой частичной выплаты величина долга составила:

$S_1 = 50000\,[1+\frac{78}{360}*0.2] = 52166.67$ руб.,

А после частичной выплаты $P_1 = S_1 - R_1 = 52166.67 - 20000 = 32166,67$ руб.

На 21 июня до второй частичной выплаты величина долга

$$S_2 = 32166,67*[1+\frac{62}{360}*0,2] = 33274,63 \text{ руб.}$$

В силу того, что проценты в данном случае:

$$S_2 – R_2 = 33274,63 – 32166,67 = 1107,96 \text{ руб.}$$

больше взноса R_2= 1 тыс.руб., то взнос не засчитывается и переносится на следующий платеж.

На 1 августа наращенная сумма долга составила

$$S_3 = 32166,67*[1+\frac{62+40}{360}*0,2] = 33989,45 \text{ руб.}$$

Размер погасительного платежа 1 августа составил 33989,45 руб.