

Краевая научно-практическая конференция  
учебно-исследовательских работ учащихся 9-11 классов  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

Треногина Ангелина Валерьевна,  
11 кл., МАОУ «Лицей №9», г. Пермь,  
Тарасова Елена Анатольевна,  
учитель математики высшей категории.

Пермь. 2014.

Введение.....	3 - 4
Математическая суть «золотого» сечения.....	5 - 7
Примеры применения «золотого» сечения в искусстве Древней Греции..	8 - 9
«Золотое» сечение в архитектуре и скульптуре г. Перми.....	10 -12
Заключение.....	13
Список литературы.....	14

Человек интуитивно чувствует гармонию. Его притягивает то, что несёт в себе гармонию, и отталкивает дисгармония. Гармоничные структуры мы называем словом «красота». Под гармонией понимается наиболее оптимальное сочетание противоречивых сторон в едином целом. По определению одного из пифагорейцев - Филолая, гармония есть «согласие разногласного». Иначе выражаясь - это такое сосуществование нескольких подсистем в рамках единого целого, при котором достигается минимальное количество противоречий. Одним из критериев красоты считается «ЗОЛОТАЯ» ПРОПОРЦИЯ («золотое» сечение, «божественная» пропорция), хотя это чисто математическое понятие.

Понятие «золотое» сечение уже давно интересовало меня, и я решила поближе познакомиться с этим понятием и выяснить, что же делает скульптуры и архитектурные сооружения такими пропорциональными и изящными, что же является эквивалентом гармонии и красоты в математике и искусстве.

- определить в скульптуре и архитектуре города Перми элементы «золотого» сечения, которые являются общепризнанными критериями гармонии и красоты.

:

1. Показать пути взаимодействия и взаимообогащения математики и искусства.
2. Найти элементы «золотого» сечения в скульптуре и архитектуре города Перми, используя полученные знания.
3. Предложить область применения результатов моей работы.

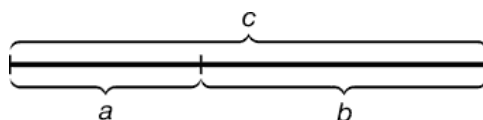
:

1. Изучение математической сути «золотого» сечения.
2. Демонстрация связи «золотой» пропорции и чисел Фибоначчи.
3. Приведение примеров «золотого» сечения в архитектуре и скульптуре Древней Греции.
4. Нахождение точек «золотого» сечения в архитектуре и скульптуре нашего города.

«Золотое» сечение – это пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или меньший отрезок относится к большему так, как больший ко всему:  $\frac{c}{b} = \frac{b}{a}$  или  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ .

$\varphi = 1,6180339887 \dots$  (при делении большего отрезка на меньший) или

$\varphi' = 0,6180339887 \dots$  (при делении меньшего отрезка на больший).



*Алгебраическое* нахождение «золотого» сечения в отрезке длины  $c$  сводится к равенству  $a : b = b : c$  или решению уравнения  $\frac{c}{b} = \frac{b}{(c-b)}$ .

Отношение  $b:c$  может быть также выражено приближенно дробями

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \dots$$

Свойства «золотого» сечения описываются уравнением:  $x^2 - x - 1 = 0$

Решение этого уравнения:  $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

*Геометрическое* построение «золотого» сечения:

- ❖ Из точки В отрезка АВ строим перпендикуляр ВС, равный половине отрезка АВ.
- ❖ Полученная точка С соединяется с точкой А.
- ❖ На прямой АС от точки С откладывается отрезок CD= BC.
- ❖ На отрезке АВ откладывается отрезок AE=AD. Полученная при этом точка Е делит отрезок АВ в соотношении «золотой» пропорции.



1. Отложим отрезок  $AB = 1$  и из точки  $B$  восстановим перпендикуляр к отрезку  $AB$ , затем отложим на нём отрезок  $BC=AB=1$ .

2. Отметим точку  $O$  на отрезке  $AB$  так, что  $AO=OB$ ;

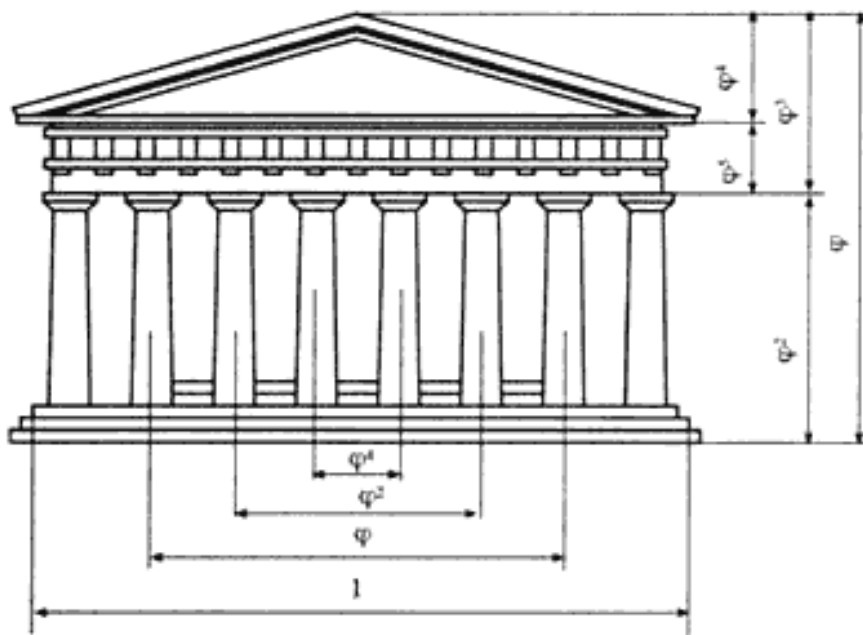
$$OC = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right) + 1} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ (по теореме Пифагора).}$$

3. Строим окружность с центром в точке  $O$  и  $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , пересекающую прямую

$$AB \text{ в точке } D, AD = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \Phi.$$

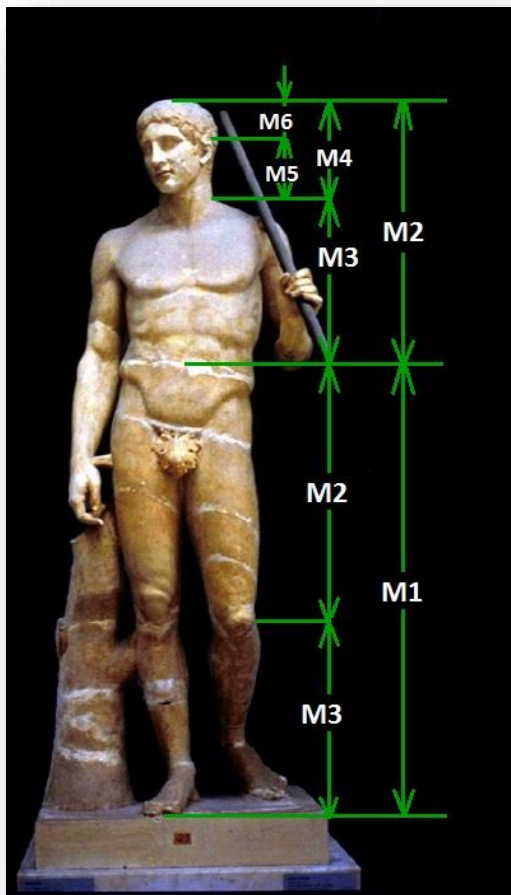
Великолепные памятники архитектуры оставили нам зодчие древней Греции. И среди них первое место по праву принадлежит Парфенону. Храм Афины - Парфенон был построен в честь победы эллинов над персами. Для создания гармонической композиции на холме строители храма даже увеличили холм в южной части, соорудив для этого мощную насыпь.

Многие исследователи, стремившиеся раскрыть секрет гармонии Парфенона, искали и находили в соотношениях его частей «золотое» сечение. Если принять за единицу ширины торцовый фасад храма, то получим прогрессию, состоящую из четырёх членов ряда:  $1 : \varphi : \varphi^2 : \varphi^3$ .





Скульптор Поликлет разработал идею канона (правила) для изображения пропорционального человеческого тела и наглядно воплотил свой канон в статуе «Дорифор» («Копьеносец»), иначе называвшейся просто «Канон». В пропорциях статуи в изобилии присутствует «золотое» сечение. Например, отношение высот нижней и верхней частей тела, разделённых пупком, равно «золотой» пропорции; в свою очередь, основание шеи делит верхнюю часть тела в отношении «золотого» сечения, а колени - нижнюю часть и т. д.

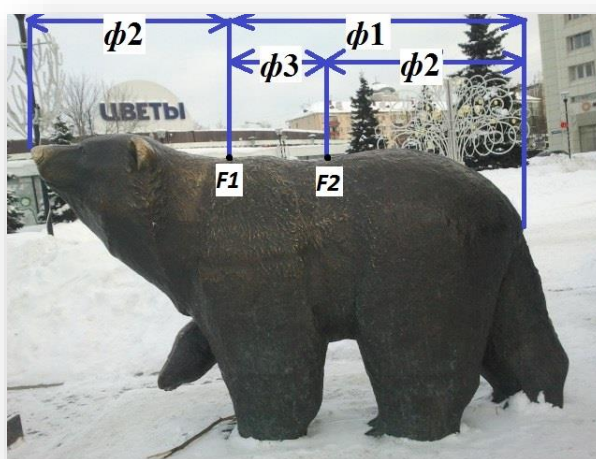
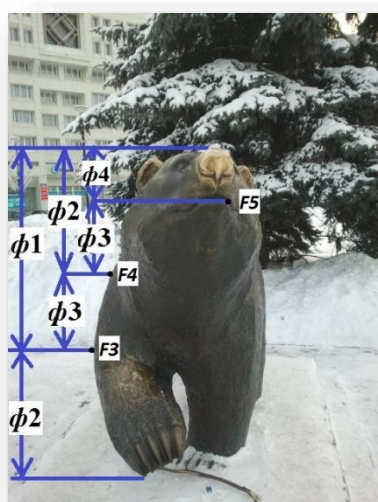


Попробуем найти «золотую» пропорцию в архитектуре и скульптуре нашего города. Для этого я использовала геометрический способ нахождения «золотого» сечения, а затем проверила его алгебраически, если отношение большего отрезка к меньшему примерно равнялось 1,62, значит, построение было выполнено, верно.

### 1. «Пермский медведь» или «Идущий медведь»

«Пермский медведь» – скульптура в Перми, изображающая идущего медведя (символ, изображённый на гербе города), был придуман скульптором Владимир Павленко и 12 июня 2009 года поставлен около гостиницы «Урал», напротив ЦУМа. По словам авторов проекта, идея памятника связана с представлением иностранцев о том, что «по улицам уральских городов обязательно должны ходить медведи».

А что, если найти «золотое» сечение в пермском медведе?



Мы получаем:

Вертикально -  $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_2}{\phi_3} = \frac{\phi_3}{\phi_4} \approx 1,62 = \varphi$ ; масштаб: 1: 32;

F3, F4, F5- точки золотого сечения

Горизонтально -  $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_2}{\phi_3} = \varphi$ ; масштаб: 1: 29

F1, F2- точки золотого сечения

## 2. «Пермяк - солёные уши»

Памятник открыт 1 апреля 2006 года. Автор изображения – Рустам Исмагилов. Скульптура связана с историей края. Жителей Пермской губернии стали называть «пермяки - соленые уши» с начала работы соляных приисков в Соликамске. Рабочие на приисках таскали на плечах мешки соли, отчего их уши пропитывались солью, увеличивались и краснели.

Теперь поделим скульптуру в отношении «золотого сечения»:

$$\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_3}{\phi_4} = \frac{\phi_4}{\phi_5} \approx 1,62 = \varphi;$$

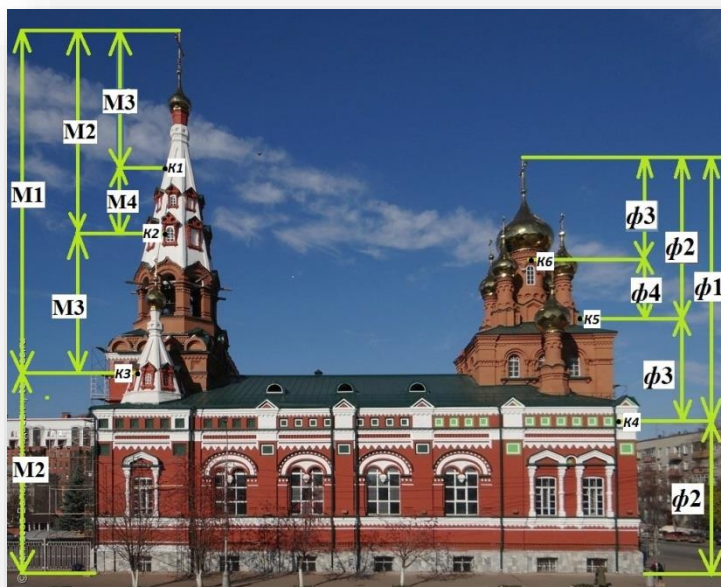
Масштаб: 1:22

T1, T2, T3- точки золотого сечения



### 3. Церковь вознесения Господня или Вознесенско - Феодосиевская церковь

Вознесенско - Феодосиевская церковь – одна из последних церквей, построенных в Перми до революции (1904 г.). Первоначально она называлась церковью Вознесения Господня, или просто Вознесенской. В наши дни она более известна под названием Феодосиевской церкви. Её народное название – «купеческая». Место для строительства выделил и передал в дар купец Александр Павлович Бабалов. Облик церкви – один из самых известных видов Перми.



Поделив здание церкви в отношении «золотого» сечения, мы получаем следующее:

$$\text{Слева- } \frac{M_1}{M_2} = \frac{M_2}{M_3} = \frac{M_3}{M_4} = \varphi ; \text{ Справа- } \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\phi_2}{\phi_3} = \frac{\phi_3}{\phi_4} = \varphi ;$$

K1, K2, K3, K4, K5, K6- точки золотого сечения

Масштаб: 1:424

мои исследования по определению «золотой» пропорции в скульптуре и архитектуре города Перми подтверждают, что критерии гармонии и красоты неразделимы.

Тема мне понравилась сразу, надеюсь и вам тоже, и в результате её изучения, я поняла универсальность математических знаний и законов в окружающем нас мире, я получила множество новой и интересной информации, научилась находить и делить отрезок в отношении «золотого» сечения, строить точки «золотого» сечения в скульптурах и архитектурных сооружениях. Я примеряла на себя роль исследователей, стремившихся раскрыть секрет гармонии Парфенона и других памятников истории.

Я думаю, что достигла своей цели, определив в скульптуре и архитектуре города Перми критерии гармонии и красоты, т.е. элементы «золотого» сечения.

Изучая скульптуру и архитектуру города Перми, я познакомилась с историей памятников нашего города, расширила свой кругозор, и в очередной раз ощутила чувство гордости за свою малую родину.

Я предлагаю воспользоваться результатами моего исследования туристическим агентствам при проведении экскурсий с жителями и гостями г. Перми, и тем самым подчеркнуть красоту и гармонию присущую пермской архитектуре и скульптуре, пробуждая в людях любовь и гордость за наш город. А также этот материал можно использовать при преподавании различных дисциплин (рисование, черчение, математика, технология) в учебных заведениях.

Математика поражает своей красотой и богатством содержания. Она так многогранна, что порой даже подчиняет себе искусство (что на первый взгляд весьма неожиданно). Есть ещё столько интересного в математике, чего мы не знаем, но, что нам ещё предстоит постичь. А пока нам следует пользоваться тем, что открыли для нас знаменитые математики.

1. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Золотая пропорция. Симметрия вокруг нас. 8-9 классы: элективные курсы./авт.-сост. Л. С. Сагателова, В. Н. Студенецкая.- Волгоград: Учитель, 2007.- 158 с.
2. Математика. 9-11 классы: проектная деятельность учащихся/ авт.-сост. М. В. Величко.- 2-е изд., стереотип. - Волгоград: Учитель, 2008.-123 с.
3. [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)