

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

Исследование неупругих деформаций тела

Богданова Анастасия Михайловна,
11 класс, МБОУ "Лицей №1", г. Пермь,
Анфёров Сергей Дмитриевич,
старший преподаватель ПНИПУ.

Пермь. 2016.

Содержание

Глава 1. Теоритическая часть.....	3стр.
§1. Что такое деформация? Неупругие деформации.....	3стр.
§2. Актуальность.....	4стр.
§3. Цели и задачи.....	4стр.
Глава 2. Экспериментальная часть.....	5стр.
§1. Описание опыта.....	5стр.
§2. Ход работы.....	5стр.
Глава 3. Результаты и анализ.....	11стр.
Глава 4. Выводы.....	12стр.
Список литературы.....	13стр.
Приложения.....	14стр.

Глава 1. Теоретическая часть

§1. Что такое деформация? Неупругие деформации.

Деформация - это изменение формы или размеров тела (или части тела) под действием внешних сил, при изменении температуры, влажности, фазовых превращениях и других воздействиях, вызывающих изменение положения частиц тела. При увеличении напряжения деформация может закончиться разрушением. Способность материалов сопротивляться деформации и разрушению под воздействием различного вида нагрузок характеризуется механическими свойствами этих материалов.

Виды деформации:

К простейшим видам деформации относятся: деформация растяжения, деформация сжатия, деформация сдвига, деформация изгиба и деформация кручения (Рис. 1). Выделяют также следующие виды деформации: деформация всестороннего сжатия, кручения, изгиба, которые представляют собой различные комбинации простейших видов деформации (сдвиг, сжатие, растяжение), так как сила, приложенная к телу, подвергнутому деформации, обычно не перпендикулярна его поверхности, а направлена под углом, что вызывает как нормальные, так и касательные напряжения. Изучением видов деформации занимаются такие науки, как физика твёрдого тела, материаловедение, кристаллография [1].

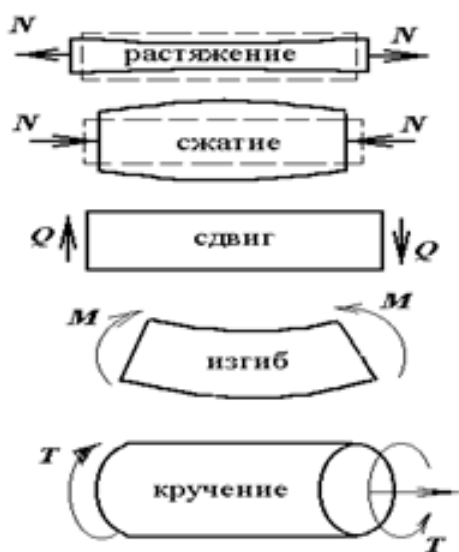


Рис. 1

Неупругие деформации твердого тела не исчезают после прекращения действия вызвавших их сил и приводят к необратимым изменениям в кристаллической решетке твердого тела. Такие деформации называются пластическими. Пластические деформации характеризуются возникновением остаточных деформаций, которые сохраняются в теле после прекращения действия сил.

Пластилин – это знакомый и наглядный пример пластического материала. Важно то, что свойство пластичности присуще очень многим конструкционным материалам. В первую очередь, это – металлы и сплавы – сталь, железо, медь, алюминий и другие, но представление о пластическом деформировании оказывается очень полезным и для понимания процессов деформирования

композиционных материалов, в том числе металлокерамических, углеродных и полимерных.

Пластичность материала противопоставлена упругости: пластическое тело сохраняет приданную ему форму, а упругое – восстанавливает первоначальную. Но пластичность противопоставляется еще и хрупкости: пластическое тело отвечает на увеличение нагрузки заметным изменением формы, а хрупкое (например, стекло) – появлением трещин и разрушением [2].

§2. Актуальность.

Неупругие деформации являются частью большого количества технологических процессов, связанных с обработкой материалов.

Изучение пластичности развивается по двум направлениям: одно из них связано, в первую очередь, с проблемами техники и цель его – ответ на вопрос: если конструкция подвергается воздействию внешних сил известной величины, как при этом меняется форма – т.е. как она деформируется. Это важно знать конструктору, но есть и еще одно важное обстоятельство: обычно пластичность предшествует разрушению, так что изучение пластических деформаций является основой прогноза прочности и долговечности конструкции.

Второе направление изучения пластичности – это исследование того, что происходит в материале, на микроуровне, т.е., что происходит внутри материала.

§3. Цели и задачи

Провести опыт по деформированию неупругого тела, например, пластилина. Найти изменение положения точек деформируемого образца, оценить деформации тела. Найти зависимость деформаций тела от прикладываемой внешней нагрузки.

Глава 2. Экспериментальная часть

§1. Описание опыта

Была сделана установка (рис. 3, рис. 1.1, рис. 1.2), с помощью которой можно проводить опыты, по деформации пластичных тел. Для данных опытов был использован пластилин. Для закрепления камеры, был изготовлен штатив из подручных материалов. Три фломастера укреплены при помощи пластилина, сверху зафиксированы скотчем и зажимом для бумаг, в который впоследствии был вставлен фотоаппарат (рис. 2).

Из пластилина был сделан параллелепипед с размерами 3.5см*3.5см*3см, на нем отмечены точки-маркеры, за движением которых потом следили. Параллелепипед поместили в установку и фотографировали, пошагово сдавливая грузом и сплющивая его.

Таким же образом были проведены еще несколько опытов, по отслеживанию изменения положения точек-маркеров. Опыты проводились четыре раза, сдавливая одинаковые пластилиновые призмы грузом разной массы (2 кг, 4 кг, 6 кг, 8кг). Результаты опытов записывались на видео. В дальнейшем планируется провести анализ данных опытов.



Рис. 2

§2. Ход работы

В течение опыта, через интервал времени, в среднем равный одной минуте, делались фотографии, на которых можно было поэтапно определять координаты частиц материала. Обработывая фотографии, записывались координаты точек, выраженные в пикселях(1-4 и O_2 , A, B (Рис. 3)) с помощью программы Paint.

В данной программе система координат состоит из пикселей, её начало располагается в левом верхнем углу и лучи осей ОХ и ОУ направлены вправо и вниз соответственно (Рис. 4). Такая система координат связана с камерой, поэтому ее случайные перемещения повлияют на точность определения положений точек-маркеров,. Чтобы рассчитать точное положение точек (1,2,3,4 Рис. 3), необходимо было перейти в более подходящую систему координат(Рис. 3.1). В такой системе координат, случайные перемещения камеры или установки не исказят настоящие траектории точек 1-4.

Для перехода в эту систему отсчета находился вектор $\overrightarrow{O_2A}$ (1),(Рис. 3.1), затем он нормализовался (3) для преобразования заданного вектора в вектор в том же направлении, но с единичной длиной. Далее находился вектор $\overrightarrow{O_2B}$ (2)(Рис. 3.1), который впоследствии тоже нормализовался (4).

Затем высчитывался вектор $\overrightarrow{O_21}$ (5), который соединяет начало новых координат и нужную для нас точку 1 на пластилиновом образце (Рис. 5). Для данных расчетов требовалось еще два вектора. Вектор $\overrightarrow{O1}$ (6), соединяющий начало системы координат программы Paint с точкой 1, и вектор $\overrightarrow{OO_2}$ (7), соединяющий начало системы координат программы Paint с началом новой системы координат (АоВ). Таким же образом находились остальные вектора $\overrightarrow{O_22}$, $\overrightarrow{O_23}$, $\overrightarrow{O_24}$ (Рис. 5.1) (8).

Последним действием по нахождению координат частиц материала был расчет скалярного произведения векторов (S(1), S(2), S(3), S(4)), который высчитывался, перемножая вектор от новой системы координат $\overrightarrow{O_2A}$ ($\overrightarrow{O_2B}$) с вектором, соединяющим начало новой системы координат с нужной точкой ($\overrightarrow{O_21}$, $\overrightarrow{O_22}$, $\overrightarrow{O_23}$, $\overrightarrow{O_24}$),(9).



Рис. 3 А, В, О – точки на установке, которые стали началом новых координат. 1, 2, 3, 4 – точки на пластилиновом образце, движение которых отслеживалось в данном опыте.

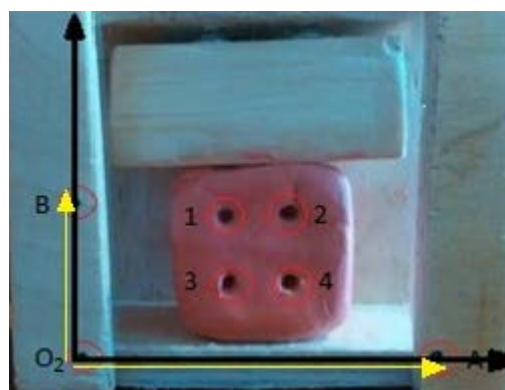


Рис. 3.1 Желтым цветом обозначены вектора $\overrightarrow{O_2A}$ и $\overrightarrow{O_2B}$.

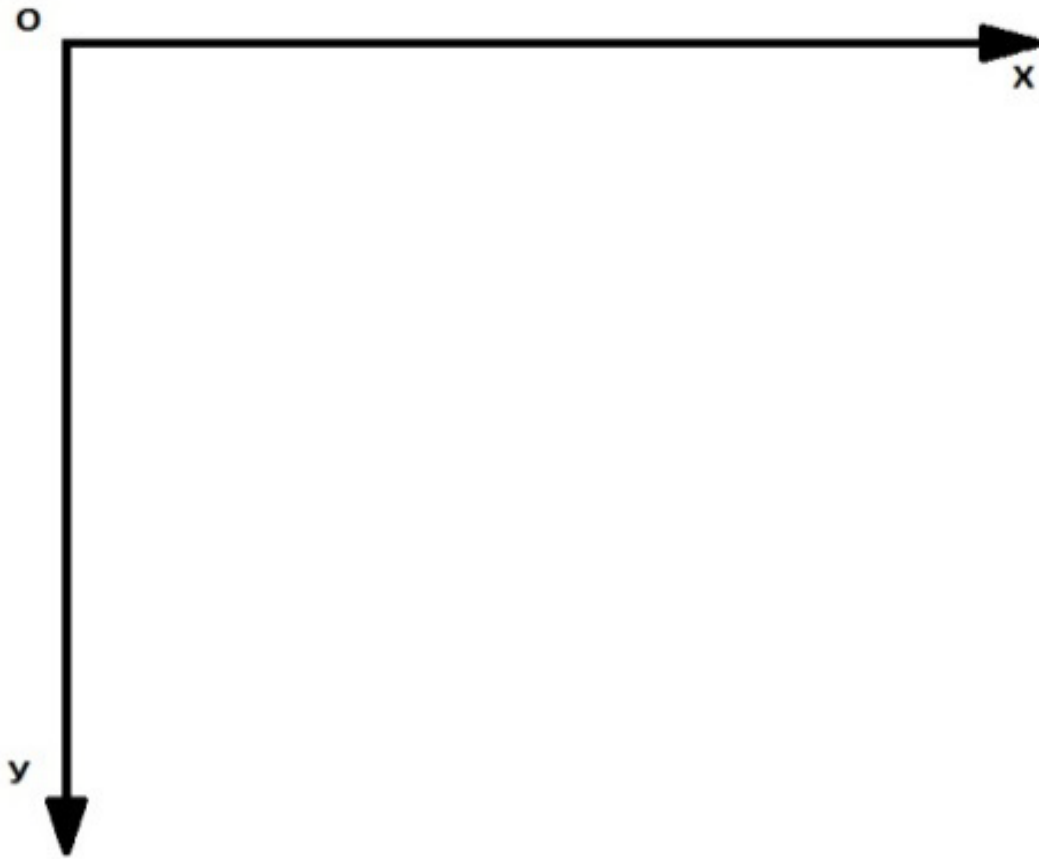


Рис. 4

$$\vec{O_2A} = (A_x - O_{2x}; A_y - O_{2y}); \quad (1)$$

$$O_2AN_x = \frac{\vec{O_2A}_x}{\sqrt{(\vec{O_2A}_x)^2 + (\vec{O_2A}_y)^2}}, \quad (3)$$

$$O_2AN_y = \frac{\vec{O_2A}_y}{\sqrt{(\vec{O_2A}_x)^2 + (\vec{O_2A}_y)^2}};$$

$$\vec{O_2B} = (B_x - O_{2x}; B_y - O_{2y}); \quad (2)$$

$$O_2BN_x = \frac{\vec{O_2B}_x}{\sqrt{(\vec{O_2B}_x)^2 + (\vec{O_2B}_y)^2}}, \quad (4)$$

$$O_2BN_y = \frac{\vec{O_2B}_y}{\sqrt{(\vec{O_2B}_x)^2 + (\vec{O_2B}_y)^2}};$$

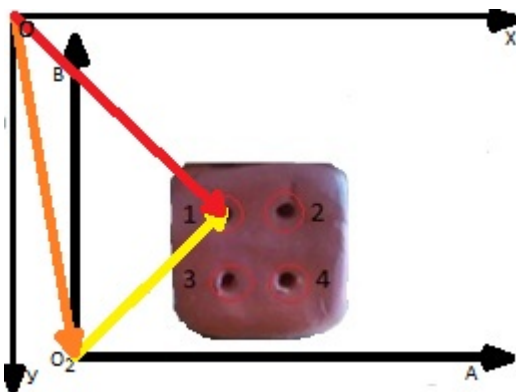


Рис. 5

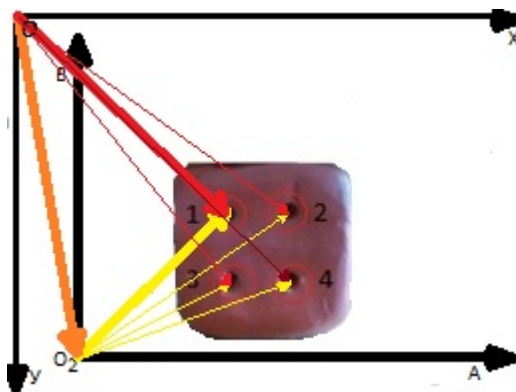


Рис. 5.1

Пример нахождения координат частиц материала точки 1:

$\overrightarrow{O_2A}=(1250-534; 708 -711)=(716; -3)$; {находится вектор $\overrightarrow{O_2A}$, который является единичным вектором для оси OX}

$\overrightarrow{O_2B}=(521-534;395 -711)=(-13;-316)$; {находится вектор $\overrightarrow{O_2B}$, который является единичным вектором для оси OY}

$\overrightarrow{O_2AN_x}=\frac{716}{\sqrt{(716)^2+(-3)^2}} = 1$; {нормализация вектора $\overrightarrow{O_2AN_x}$, значение по оси OX}

$\overrightarrow{O_2AN_y}=\frac{-3}{\sqrt{(716)^2+(-3)^2}} = -0,00419$; {нормализация вектора $\overrightarrow{O_2AN_y}$, значение по оси OY}

$\overrightarrow{O_2BN_x}=\frac{-13}{\sqrt{(-13)^2+(-316)^2}} = -0,0411$; {нормализация вектора $\overrightarrow{O_2BN_x}$, значение по оси OX}

$\overrightarrow{O_2BN_y}=\frac{-316}{\sqrt{(-13)^2+(-316)^2}} = -0,99915$; {нормализация вектора $\overrightarrow{O_2BN_y}$, значение по оси OY}

$\overrightarrow{OO_2}=(534-0;711-0)=(534;711)$; {находится вектор $\overrightarrow{OO_2}$, который соединяет начало двух систем координат}

$\overrightarrow{O1}=(822-0;422-0)=(822;422)$; {находится вектор $\overrightarrow{O1}$, который соединяет начало системы координат программы Paint с точкой 1}

$\overrightarrow{O_21}=\overrightarrow{O1} - \overrightarrow{OO_2}=(822-534;422-711)=(288;-289)$; {высчитывался вектор $\overrightarrow{O_21}$, который соединяет начало новой системы координат с точкой 1}

$S(1)_x=\overrightarrow{O_21}*\overrightarrow{O_2AN} = 288*1+(-289)*(-0,00419)=289,208$; {нахождение скалярного произведения $S(1)_x$, значение по оси OX}

$S(1)_y=\overrightarrow{O_21}*\overrightarrow{O_2BN} = 288*(-0,0411)+(-289)*(-0,99915)=276,918$; {нахождение скалярного произведения $S(1)_y$, значение по оси OY}

Данные расчеты повторяются при нахождении координат точки 1 на остальных четырех этапах (Таблица 1;2;3). Для точек 2,3,4 выполняются аналогичные расчеты. Измеряя расстояние одной детали в миллиметрах и в пикселях, находилась их зависимость и, в ходе несложных преобразований, получилось, что $1 R_x=0,08$ мм. На основании полученных координат строится график (График 1).

	1		O₂		A		B	
1	822	422	534	711	1250	708	521	395
2	759	380	478	639	1180	636	462	324
3	736	425	478	639	1178	636	465	329
4	724	432	479	623	1180	622	463	312
5	711	432	473	617	1185	613	455	303

Таблица 1

	$\overline{O_2\vec{A}}$		$\overline{O_2AN_x}$	$\overline{O_2AN_y}$	$\overline{O_2\vec{B}}$		$\overline{O_2BN_x}$	$\overline{O_2BN_y}$
1	716	-3	1	-0,00419	-13	-316	-0,0411	-0,99915
2	702	-3	1	-0,00427	-16	-315	-0,05073	-0,99871
3	700	-3	1	-0,00429	-13	-310	-0,0419	-0,99912
4	701	-1	1	-0,00143	-16	-311	-0,05138	-0,99868
5	712	-4	1	-0,00562	-18	-314	-0,05723	-0,99836

Таблица 2

	$\overline{00_2}$		$\overline{01}$		$\overline{0_21}$		$S(1)_x$	$S(1)_y$
1	534	711	822	422	288	-289	289,208	276,918
2	478	639	759	380	281	-259	282,104	244,412
3	478	639	736	425	258	-214	258,915	203,002
4	479	623	724	432	245	-191	245,272	178,16
5	473	617	711	432	238	-185	239,036	171,076

Таблица 3

Глава 3. Результаты и анализ

Результаты экспериментов приведены на Графике 1.

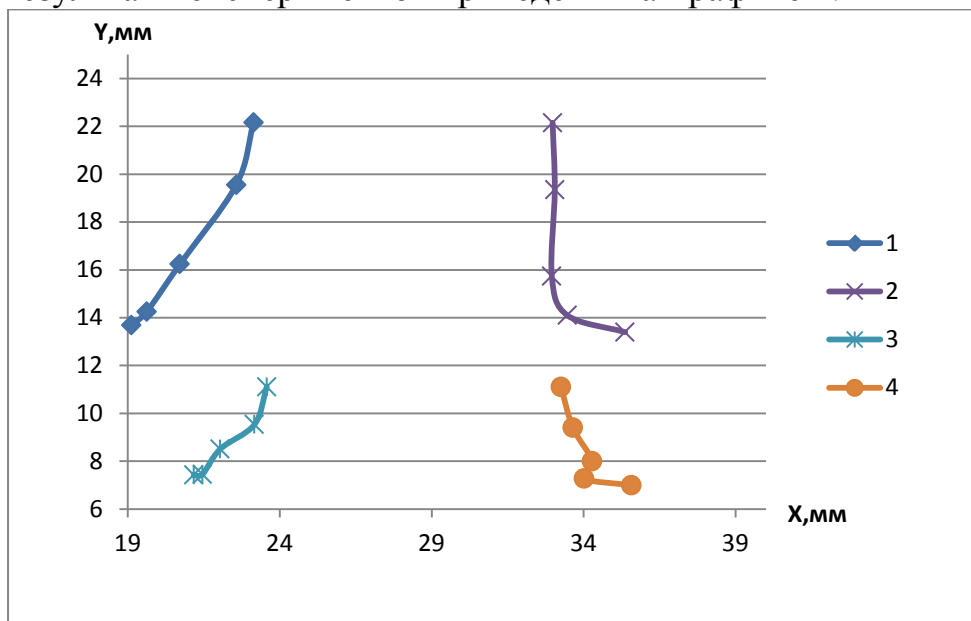


График 1 1-синей линией на графике показано перемещение точки 1.
 2-фиолетовой линией на графике показано перемещение точки 2.
 3-голубой линией на графике показано перемещение точки 3.
 4-оранжевой линией на графике показано перемещение точки 4.

Перемещение каждой точки пластилинового образца показано в Таблице 4. Ширина (Δx) находилась по формуле: $\Delta x = x_k - x_n$. Длина (Δy) находилась по формуле $\Delta y = y_k - y_n$.

	1	2	3	4
Δx	-4.01мм	2.39мм	-2.12мм	2.32мм
Δy	-8.47мм	-8,75мм	-3.66мм	-4.11мм

Таблица 4

Относительная деформация (ϵ) каждой точки пластилинового образца показана в Таблице 5. Относительная деформация $\epsilon(x) = \frac{\Delta x}{x_n}$ и относительная

деформация $\epsilon(y) = \frac{\Delta y}{y_n}$.

	1	2	3	4
$\epsilon(x)$	-0.17	0.07	-0.08	0.07
$\epsilon(y)$	-0.38	-0.39	-0.33	-0.37

Таблица 5

Глава 4. Выводы

Опыт по неупругой деформации твердого тела был проведен.

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что призма из материала, обладающего свойством пластичности, сопротивляется действию нагрузок, почти не изменяя свою форму, до тех пор, пока нагрузка не превысит некоторый порог, после чего происходит заметное изменение формы, о чем можно судить по видео. Изменения сохраняются и после снятия нагрузки. Деформация зависит только от приложенной нагрузки и не изменяется сама по себе с течением времени. Это можно подтвердить тем, что пластилиновый образец, использованный в опытах, после их проведения лежит не тронутый и обратно свою прежнюю форму не восстанавливает.

Деформации в каждой точке получились примерно одинаковыми. В среднем отклонение от начального положения по X составило 39.5%, а по Y 4.9%. Это говорит о том, что пластилиновая призма плющилась под действием груза и растекалась по ширине, так как длина ее была ограничена стенками установки (Рис. 3, Рис. 1.1, Рис. 1.2).

В дальнейшем планируется провести еще ряд опытов, по изменению формы образца путем сдавливания нагретых образцов, образцов разных форм.

Список литературы

1. <http://www.modificator.ru/terms/deformation.html>
2. http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/fizika/PLASTICHNOST.html

Приложения

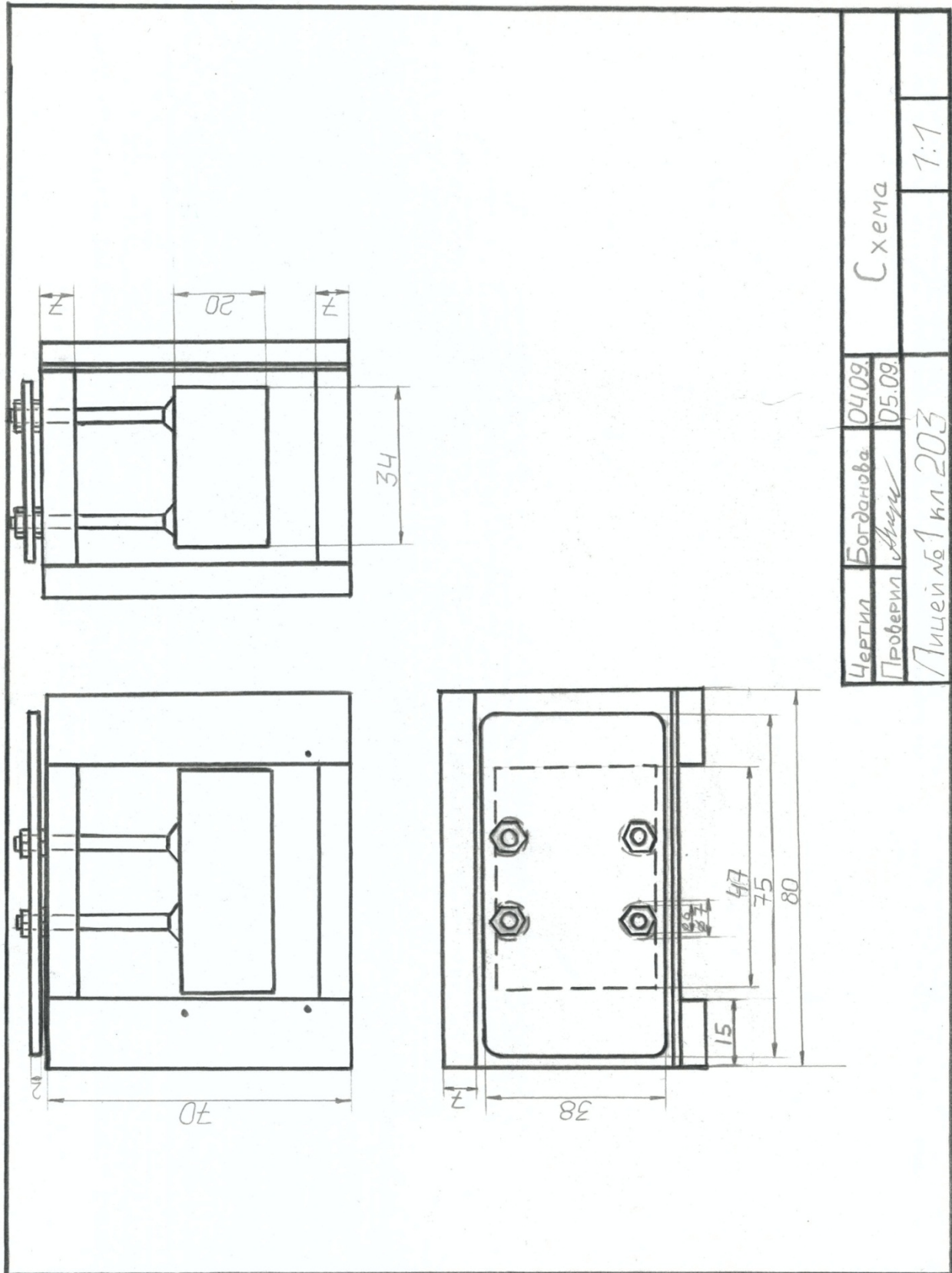


Рис. 1.1 Схема установки с указанием размеров (вид спереди, вид сверху, вид сбоку)

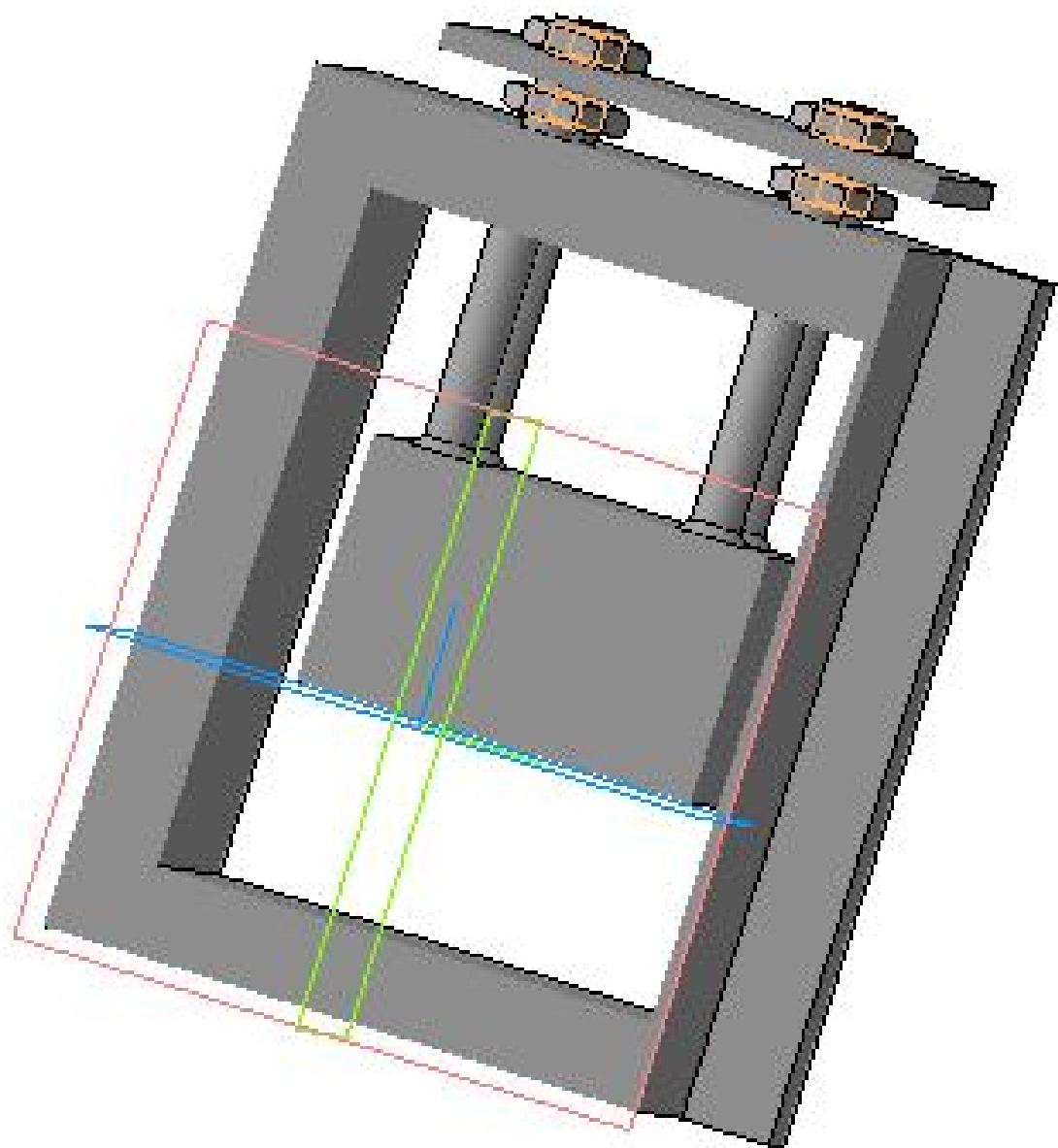


Рис. 1.2 3D модель установки в сечении