

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Методические аспекты изучения математики

Плюсы отрицательных чисел

Лейбюк Ксения Дмитриевна,
6 класс,
МАОУ «Комсомольская средняя
общеобразовательная школа»,
Кунгурский район,

Фурина Ольга Васильевна,
учитель математики высшей категории
МАОУ «Комсомольская средняя
общеобразовательная школа»,
Кунгурский район.

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Теория и практика идеи отрицательных чисел.....	5
1.1 Происхождение отрицательных чисел.. ..	5
1.2 Отрицательные числа в помощь для решения уравнений.....	6
1.3 Отрицательные числа в науках	8
1.3.1 Отрицательные числа в физике.....	8
1.3.2 Отрицательные числа в географии.....	9
1.3.3 Отрицательные числа в истории.....	9
1.3.4 Отрицательные числа в экономике.....	10
1.4 Использование положительных и отрицательных чисел в жизни человека	11
Глава 2. Практические задачи с отрицательными числами.....	12
Заключение.....	16
Библиография.....	17

Введение

В этом учебном году мы познакомились с отрицательными числами. Так огромный мир чисел сразу увеличился в два раза.

Отрицательные числа появились значительно позже положительных. Отрицательными числами обычно обозначали долг. Наверно, поэтому на подсознательном уровне человек воспринимает положительное – как «нечто хорошее», а отрицательное – как «нечто плохое».

Так ли это? Важны ли отрицательные числа в математике и в жизни человека?

Целью данного исследования является выявление полезных сторон использования отрицательных чисел.

Гипотеза исследования состоит в том, что, возможно, польза отрицательных чисел в науке и жизни человека разнообразна и велика.

Поставленная цель предполагает решение следующих **задач**:

1. Изучить научную литературу по теме исследования.
2. Выяснить историческое происхождение отрицательных чисел.
3. Исследовать применение отрицательных чисел в разных науках.
4. Рассмотреть привычные жизненные ситуации с отрицательными числами.
5. Составить практические задачи с использованием отрицательных чисел.
6. Сделать выводы по теме исследования.

Объект исследования: отрицательные числа.

Предмет исследования: использование отрицательных чисел в науке и жизни.

Для решения вышеперечисленных задач мы **в первой главе** по материалам литературных источников рассмотрели историю происхождения отрицательных чисел и их связь с решением уравнений. Здесь же приводятся примеры применения отрицательных чисел в науках (физике, географии,

истории, экономике) и использование положительных и отрицательных чисел в жизни человека (на личном опыте).

Во второй главе мною составлены и решены практические задачи с отрицательными числами.

В конце работы приводятся выводы.

Актуальность исследования заключается в подтверждении значимости и нахождении практических областей применения положительных и отрицательных чисел.

Результаты исследования могут оказать помощь педагогам и обучающимся при рассмотрении темы «Отрицательные числа».

Глава 1. Теория и практика идеи отрицательных чисел

1.1 Происхождение отрицательных чисел

Первые представления об отрицательных числах возникли еще до нашей эры, хотя это случилось позже, чем возникли натуральные числа и обыкновенные дроби.

Все началось в Китае, примерно во II веке до н.э. Там стали применять отрицательные числа и считали их «долгами», при этом положительные числа называли «имуществом». Той записи, которая существует сейчас, тогда не было, и отрицательные числа записывали черным цветом, а положительные красным. Первое упоминание отрицательных чисел находим в книге «Математика в девяти главах» китайского ученого Чжан Цань. [8]

Древний Египет, Вавилон и Древняя Греция не использовали отрицательных чисел, а если получались отрицательные корни уравнений (при вычитании), они отвергались как невозможные. Исключение составлял Диофант, который в III веке уже знал правило знаков и умел умножать отрицательные числа. [11] Недосток, умноженный на недостаток, дает наличие; недостаток же, умноженный на наличие, дает недостаток. [5]

В V-VI столетиях отрицательные числа появляются и очень широко распространяются в Индии. Их долгое время называли словами, которые означали долг, недостача, а положительные трактовались как имущество. Индийский математик Брахмагупта (598 – около 660 г.) сформулировал правила действий над положительными и отрицательными числами: «имущество и имущество есть имущество, сумма двух долгов есть долг; сумма имущества и нуля есть имущество; сумма двух нулей есть нуль... Долг, который отнимают от нуля, становится имуществом, а имущество – долгом. Если нужно отнять имущество от долга, а долг от имущества, то берут их сумму». [1]

Полезность и законность отрицательных чисел утверждались постепенно. В Европе признание наступило на тысячу лет позже, да и то долгое время

отрицательные числа называли «ложными», «мнимыми» или «абсурдными». [11] Теория отрицательных чисел оживлённо обсуждалась, например, Паскаль считал, что $0 - 4 = 0$, так как «ничто не может быть меньше, чем ничто». Непонятно было также, какой смысл имеет умножение отрицательных чисел, и почему произведение отрицательных положительно.

Итальянский ученый Леонардо Фибоначчи (XII – XIII в.) пришел к мысли, что отрицательные количества следует понимать в смысле противоположном положительным количествам. [4] Немецкий математик Ян Видман ввел в употребление знаки «+» и «-», применив их впервые в книге «Быстрый и красивый счет для всего купечества» (1489). [10] А немецкий математик Михаил Штифель впервые в 1544 г. дал определение отрицательных чисел как чисел, меньших нуля. [4]

В XVII веке отрицательные числа получили наглядное геометрическое представление. Рене Декарт (1596–1650 г.) предложил откладывать отрицательные числа на числовой оси слева от нуля.

Гаусс в 1831 году считал нужным разъяснить, что отрицательные числа принципиально имеют те же права, что и положительные, а то, что они применимы не ко всем вещам, ничего не означает, потому что дроби тоже применимы не ко всем вещам (например, неприменимы при счёте людей). [11]

Полная и вполне строгая теория отрицательных чисел была создана только в XIX веке (Уильям Гамильтон и Герман Грассман). [11]

Итак, более двух тысяч лет тому назад, возникла идея отрицательных чисел. Она долгое время с большим трудом завоевывали себе место в математике. Но главное – оказалась очень полезной.

1.2 Отрицательные числа в помощь для решения уравнений

При решении линейного уравнения с одним неизвестным, например уравнения $8x - 3 = 15x - 17$, мы переносим члены так, чтобы в одной части уравнения оказались известные, в другой – неизвестные величины. При этом

знаки меняются на противоположные. Собирая неизвестные в правую часть, а известные в левую, получаем

$$17 - 3 = 15x - 8x$$

$$14 = 7x$$

$$x = 2$$

Эти преобразования выполняются без использования отрицательных чисел.

Но, если мы решим перенести неизвестные члены влево, а известные вправо, то получим $8x - 15x = 3 - 17$. Не вводя отрицательных чисел, мы не можем из 3 вычесть 17 и не можем из $8x$ вычесть $15x$ и, следовательно, не можем дальше продвинуться в решении уравнения.

Между тем заранее не всегда видно (особенно если членов много), в какую сторону нужно переносить неизвестные члены, чтобы такого положения не создавалось. [2, С. 133] Действия с отрицательными числами здесь нужны для того, чтобы вторично не совершать перенос членов в нужную сторону.

Действительно, если мы согласимся считать «возможным» «невозможное» вычитание $3 - 17$, обозначив результат через -14 , и точно так же вычитание $8x - 15x$, обозначив результат $-7x$, то получим

$$-7x = -14$$

$$x = -14 : (-7)$$

Теперь мы должны установить правило, что при делении отрицательного числа на отрицательное число частное есть положительное число. Так, $x = 2$. Действительно, это частное должно дать значение неизвестной величины x , которое раньше было найдено другим путем (без отрицательных чисел) и оказалось равным 2. [2, С. 133]

Правила действий вытекают из необходимости согласовать результаты, полученные с помощью отрицательных чисел, с теми результатами, которые могли бы быть получены и без них. [2, С. 134]

Таким образом, с появлением отрицательных чисел стало возможным вычитание из меньшего числа большее. Это нужно для того, чтобы без трудностей решать уравнения.

1.3 Отрицательные числа в науках

1.3.1 Отрицательные числа в физике

Числа в физике возникают в результате измерения физических величин. Можно измерить высоту здания и расстояние от школы до дома (рулеткой), массу тела (рычажными весами), температуру (термометром), скорость автомобиля (спидометром), объем банки (мензуркой), силу тока (амперметром или гальванометром), показатель преломления воды (рефрактометром), напряжение между электродами (вольтметром), продолжительность урока (часами), мощность ядерного взрыва (сейсмографом), электрический заряд шарика (электрометром или баллистическим гальванометром) и др. [9] Значение измерений зависит от того, как определена эта физическая величина относительно принятой точки отсчета.

Отрицательные величины появились в физике в результате договорённостей.

Например, согласно Цельсию, температуру ниже точки замерзания чистой воды договорились считать отрицательной. Поэтому в физике применяется шкала температуры с отрицательными числами.

При измерении сил, действующих на пружину, целесообразно считать положительными силы, растягивающих пружину, и отрицательными – силы, сжимающие пружину. [12]

Рассмотрим, как в физике появились отрицательные скорости. Предположим, расстояние от перекрёстка до школы 200 м направо, но школьник повернул налево и прошёл 200 м до киоска с мороженым. Результат отрицательный в плане посещаемости школы. Значит, можно записать, что налево школьник прошёл минус 200 м. Если до киоска школьник шёл 200 секунд, значит, его средняя скорость равна -1 м/с. Мы понимаем, что со школьником ничего не случилось, пусть он и шел с отрицательной скоростью. Просто после того, как мы договорились считать направление «налево»

отрицательным, любой путь «налево» будет иметь знак минус. При этом путь направо будет иметь знак плюс. [3]

Кроме величин, указанных в разобранных примерах, существует много других противоположных величин.

Таким образом, знак «минус» или «плюс» физической величины указывает на ее положение относительно принятой точки отсчета.

1.3.2 Отрицательные числа в географии

В географии принято отсчитывать высоту географических пунктов от уровня океана. Эта высота считается положительной, если пункт расположен выше этого уровня, и отрицательной, если ниже. [12] Например, высота самой высокой горы Эверест +8848 м., а самой глубокой впадины на суше Мертвого моря -405 м. За точку отсчета принимается высота поверхности воды в Мировом океане. В отличие от этого, в быту мы обычно за нулевую высоту принимаем высоту поверхности земли (в том месте, в котором мы находимся).

Говоря о изменении уровня воды в реке, подъем можно выразить положительным числом, а спад – отрицательным числом. Аналогично приливы и отливы в морях и океанах.

В экономической географии есть понятие естественный прирост населения. Отрицательный естественный прирост говорит о том, что смертность людей превышает рождаемость и наоборот.

В заключение снова заметим, что привлечение отрицательных чисел в географии и других науках целесообразно, если есть начало отсчета.

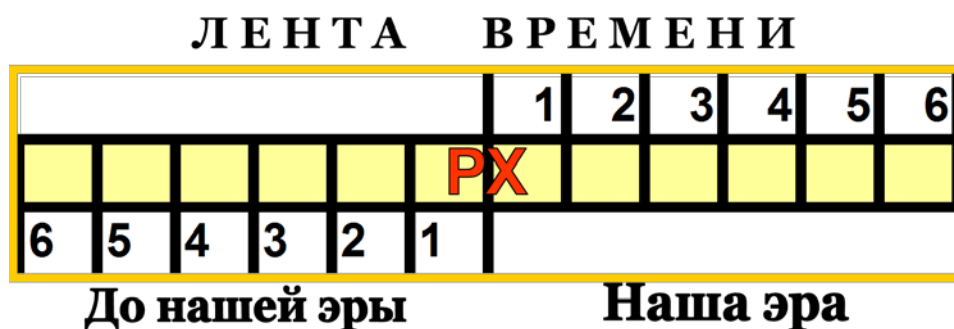
1.3.3 Отрицательные числа в истории

Точки отсчета лет в разных странах были разные. Это было связано со значимыми историческими событиями.

Счет лет, которым мы пользуемся, возник давно и связан с почитанием Иисуса Христа – основателя христианской религии. Счёт лет от рождения

Иисуса Христа постепенно был принят в разных странах. В нашей стране он введён царём Петром Первым. Время, исчисляемое от Рождества Христова, мы называем «наша эра» (н.э.). [9]

Наглядно счет времени представлен на рисунке «Лента времени».



Условимся, что время движется слева направо. Вертикальной чертой обозначено начало «нашей эры». Здесь годы исчисляются последовательно вперед, один за другим – первый, второй, третий и так до нынешнего года. По левую сторону разделительной черты – годы «до нашей эры». Если мы захотим посчитать годы в первом веке до н. э., то, чем ближе к концу века, тем меньше будет число года. То есть первый век до н. э. начался в 100 году до н. э., а закончился в 1 году до н. э.

Лента времени в истории – это аналог координатной прямой в математике. Так слова 135 год до н.э. можно заменить отрицательным числом -135.

1.3.4 Отрицательные числа в экономике

Доход и расход в экономике – два противоположных направления операции с деньгами, поэтому их можно выразить положительными и отрицательными числами. Также прибыль и долг.

Если говорить о изменении ставок по вкладам в банках, то повышение процентной ставки – это «+», а понижение – это «-».

Итак, отрицательные числа наряду с положительными числами и с числом нуль в науках служат для измерения величин, которые могут изменяться в двух противоположных направлениях от принятого начала отсчета.

1.4 Использование положительных и отрицательных чисел в жизни человека

Отрицательные числа в наши дни вещь обыденная. В практической жизни я не раз встречалась с величинами, которые могут изменяться в противоположных направлениях.

Например, в зимнее время в телепрограмме «Прогноз погоды» можно увидеть **температуру** воздуха со знаком «-». На шкале термометра знаки «плюс» и «минус» не ставятся. Однако их используют при записи показаний термометра вместо слов «тепла» или «выше нуля» и «мороза» или «ниже нуля».

Вставляя в настенные часы батарейку, я заметила, что на одном крае стоит «+», а на другом «-». У учителя физики я узнала, что в батарейке происходит химическая реакция, в результате которой корпус батарейки становится отрицательно заряженным, а стержень положительно заряженным. Если с помощью проводков к батарейке присоединить лампочку, то **отрицательные заряды** будут двигаться к **положительным зарядам** и зажгут лампочку. Так появляется электрический ток.

Моя бабушка носит очки на «+2». Оказывается, существуют очки и на «-2» и др. Бабушка мне пояснила, что у нее развивается болезнь «дальнозоркость», причиной которой является возраст. С возрастом у человека уменьшается способность хрусталика изменять кривизну, что приводит к снижению остроты зрения на расстоянии 25-30 см. Для того чтобы при дальнозоркости глаз мог видеть приближенные предметы применяют **собирающие (положительные) линзы**. Существует еще и другая болезнь глаз «близорукость», при которой человек плохо видит далеко расположенные предметы, однако относительно хорошо видит вблизи. Для того чтобы при близорукости глаз мог ясно видеть отдаленные предметы применяют **рассеивающие (отрицательные) линзы**.

Более современный пример могу привести о **компьютерной игре**, где **идет подсчет очков**. Когда я проигрываю, то счет очков идет со знаком «минус».

На моем телефоне я часто могу встретиться с **отрицательным балансом**, например -0,45рублей. Это значит, что я должна вернуть эти деньги телефонной компании.

Кроме этого, положительные и отрицательные числа в жизни могут обозначать: **вправо – влево, вверх – вниз, наличие денег – долг и др.**

Вообще говоря, в природе отрицательных величин не бывает, их придумали математики. Мы должны понимать, что выбор положительного и отрицательного направлений есть результат соглашения, который широко используется в науке и практической жизни.

Глава 2. Практические задачи с отрицательными числами

Примеров с отрицательными числами существует множество, а вот задач с отрицательным ответом в школьном учебнике математики не найти. Мы придумали несколько практических задач.

Задача 1.

Мария живет на пятом этаже многоэтажного дома, где имеется три подвала для парковки автомобилей (в лифте они указаны числами -1, -2, -3). Выйдя из своей квартиры, смогла бы Мария спуститься на лифте на семь этажей и какую кнопку ей следует нажать.

Ответ: Да, спуститься сможет. Нужно нажать на кнопку второго этажа подвала «-2».

Задача 2.

Белые медведи выдерживают температуру до -80°C , моржи – выше этой температуры на 45°C , а самые «морозостойкие» гуси и утки – ниже на 30°C . Какую температуру выдерживают моржи и гуси, утки?

Решение.

- $80 + 45 = - 35^{\circ}\text{C}$ выдерживают моржи

- $80 - 30 = - 110^{\circ}\text{C}$ выдерживают гуси, утки

Ответ: $- 35^{\circ}\text{C}$, $- 110^{\circ}\text{C}$

Задача 3.

Семья Ивановых делает ремонт в гостиной раз в пять лет и для этого каждый год откладывает по **50** денежных единиц. Хватит ли Ивановым сбережений, если расценки будут следующие:

- ремонт пола (затраты на материал **10** денежных единиц, работа **5** денежных единиц);

- побелка потолков (затраты на материал **7** денежных единиц, работа **5** денежных единиц);

- покраска батарей (затраты на материал **2** денежных единиц, работа **3** денежных единиц);

- оклейка обоев (покупка обоев **40** денежных единиц, работа **29** денежных единиц);

- замена поломанной техники или мебели (покупка техники или мебели **100** денежных единиц, работа по установке **10** денежных единиц);

- покупка новых аксессуаров (покупка **75** денежных единиц, доставка **5** денежных единиц)?

Решение.

Сумма сбережений семьи: $50 \cdot 5 = 250$ денежных единиц

Сумма затрат на ремонт: $15 + 12 + 5 + 69 + 110 + 80 = 291$ денежных единиц

$250 - 291 = - 41$

Ответ: сбережений на ремонт семье Ивановых не хватит, дефицит составит 41 денежных единиц.

Задача 4.

Сейчас отец вдвое старше сына. Разница в годах между ними 30 лет.

Через сколько лет отец будет втрое старше сына?

Решение.

1) Пусть x лет сейчас сыну, тогда отцу $2x$ лет. Получаем уравнение $2x - x = 30$,
 $x = 30$ (лет) сыну, значит сейчас отцу **60** лет.

2) Пусть через y лет отец будет втрое старше сына, тогда отцу будет $(y+60)$ лет,
а сыну $(y+30)$ лет. Получаем уравнение

$$3(y+30) = y + 60$$

$$3y + 90 = y + 60$$

$$3y - y = 60 - 90$$

$$2y = -30$$

$$y = -15$$

Ответ: пятнадцать лет назад отец был втрое старше сына.

Задача 5.

Я купила билет на проходящий автобус, а там надпись «МЕСТО -16».

Что это означает для пассажира и не придется ли мне ехать стоя?



Ответ: стоя ехать не придется, можно занять любое из шестнадцати свободных мест в автобусе.

Задача 6.

При покупке товара на сумму 8560 руб. покупателю предложили в магазине оформить потребительский кредит -1%. Что это означает для покупателя, и какой денежной суммой это выражается.

Решение. Это означает возврат покупателю 1% от суммы покупки, т.е. $8560: 100 = 85,6$ руб. = 85 руб. 60 коп.

Ответ: покупателю возвратят 85 руб.60 коп.

Задание.

Попробуйте в тексте найти положительные и отрицательные величины и сделайте выводы о их использовании в жизни.

Площадь Кунгурской Ледяной пещеры составляет 106,5 гектаров. Ее поверхность усеяна многочисленными карстовыми воронками, крупнейшие из которых достигают 50-60 метров в диаметре и 10-12 м в глубине.

В первом Бриллиантовом гроте пещеры зимой температура может достигать -15, -20 градусов, хотя в центре пещеры постоянная весна: +5 °С летом и зимой при 100% влажности. В каменной нише Полярного грота скрывается массивная ледяная колонна, напоминающая застывший водопад. Ее еще описывал профессор М.Я. Киттара 165 лет назад. Большое подземное озеро находится в гроте «Титанический» (площадь – 1300 кв.м., ширина 38 м, глубина достигает 3 м., температура воды постоянная +5 °С). В другом гроте – «Романтиков» экскурсанты могут любоваться небольшим озером с так называемым сифоном – подводным каналом, который опускается ниже уровня озера на 4-5 м.

*(отрывок из книги Валентина Рапп
«Путеводитель по Кунгуру и Ледяной пещере»)*

Заключение

В своей работе мы исследовали полезные стороны использования отрицательных чисел.

По историческим сведениям причиной возникновения отрицательных чисел являются практические нужды людей. Отрицательными числами обычно обозначали долг.

С появлением отрицательных чисел произошел большой толчок развития науки математики. Теперь стало возможным вычитание из меньшего числа большее. Это нужно для того, чтобы без трудностей решать уравнения и задачи.

Наша гипотеза о том, что, польза отрицательных чисел в науке и жизни человека разнообразна и велика подтвердилась.

1. Отрицательные числа наряду с положительными числами и с числом нуль в науках служат для измерения величин, которые могут изменяться в двух противоположных направлениях от принятого начала отсчета.
2. Привлечение отрицательных чисел целесообразно в физике, географии, экономике, истории и др.
3. Жизненные ситуации с отрицательными числами в наши дни – вещь обыденная (тепло – холод, влево – вправо, вверх – вниз, наличие денег – долг, выигрыш – проигрыш, баланс на телефоне, очки на «+» и на «-» и др.).
4. В своей работе я составила 7 практических задач с отрицательными числами.

Представленное исследование может вызвать познавательный интерес к изучению темы «Отрицательные числа» в школьной математике.

Библиография

1. Атлас по математике. – М.: Олма – пресс Экслибрис, 2004. – С. 16.
2. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – М.: Наука, 1972. – С. 130-136.
3. Джавадов И. Понятная физика: учебное пособие. – Санкт-Петербург: Написано пером, 2014. – С. 55.
4. Едуш О.Ю. Математика. Подсказки на каждый день. 6 класс, 2 полугодие. – М.: Владос, 2000. – С. 8.
5. Лиман М.М. Школьникам о математике и математиках. – М.: Просвещение, 1981. – С. 26.
6. Новейший полный справочник школьника 5-11 классы. Том 1.– М.: Эксмо, 2014. – С. 224.
7. Рапп В.В. Путеводитель по Кунгуру и Ледяной пещере.– Пермь: Звезда, 1999. – С. 73-87.
8. История возникновения отрицательных чисел [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://lubopitnie.ru/istoriya-vozniknoveniya-otritsatelnyih-chisel/>. ru – Загл. с экрана.
9. История возникновения цифр [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://te.zavantag.com/docs/1040/index-51773-2.html>. ru – Загл. с экрана.
10. Математики – юбиляры 2010 года [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=201000207. ru – Загл. с экрана.
11. Отрицательное число [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/>. ru – Загл. с экрана.
12. Применение отрицательных чисел к измерению величин, изменяющихся в двух противоположных направлениях [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://matematika.advandcash.biz/matematika-shkolnaya-formuli/>. ru – Загл. с экрана.