

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики
Математические формулы в медицине

Носков Илья Николаевич,
11 класс, МАОУ «Лицей № 10» г. Перми,
Рахимова Светлана Рамазановна,
учитель математики высшей категории
МАОУ «Лицей № 10» г. Перми.

Пермь, 2016

Содержание

Введение.....	3
1. Математика в анатомии.....	4
1.1. Симметрия в анатомии.....	4
1.2. Золотое сечение в анатомии.....	5
2. Хирургия.....	7
2.1. Микрохирургия глаза.....	7
2.2. Расчет острой кровопотери.....	8
3. Аксиально-компьютерная томография.....	9
3.1. Уравнение Радона.....	9
4. Среднее артериальное давление.....	10
4.1. Измерение среднего артериального давления.....	10
Заключение.....	11
Список литературы.....	12

Введение

Точность в медицине определяет успешность проведения лечения, здоровье людей, здоровье последующего поколения и вообще существование человечества. Леонардо да Винчи точно сказал, что точность и достоверность наук определяет их связь с математикой. Исходя из этого, можно сказать, что применение математических формул в медицине является актуальной и важной темой.

Математика в медицине позволяет более точно проводить расчеты и исследования, ускорять процесс и качество лечения, и так как неправильное лечение может навредить человеку или даже привести к летальному исходу, математика позволяет провести все исследования предварительно на бумаге, а не во время лечения. Так же математика исключает все возможности вмешательства в процесс лечения человеческого воображения и субъективного мнения, так как математика всегда дает одни и те же результаты.

Целью исследования данной работы является изучение приемов, методов, технологий применения математики в разных областях медицины.

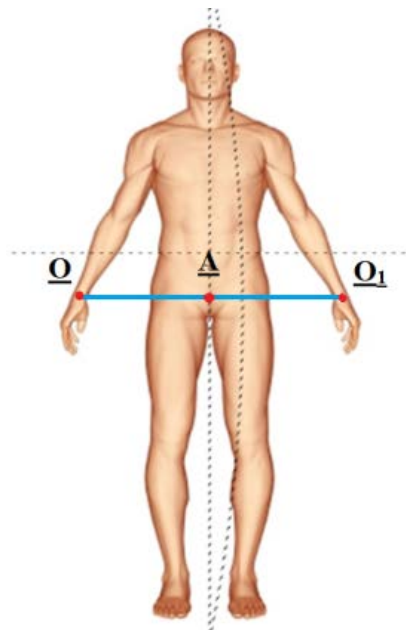
Задачи исследования:

1. Рассмотрение некоторых областей медицины.
2. Изучение приемов и технологий применения математики в каждой области.

1. Математика в анатомии

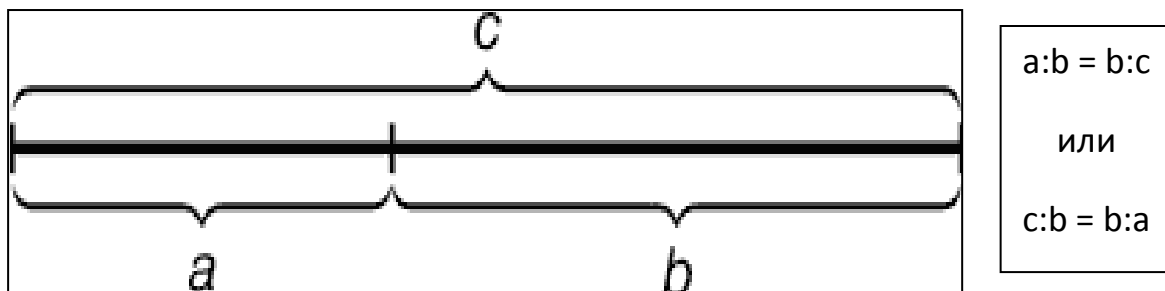
1.1. Симметрия

Билатерально – означает расположение по обе стороны. Билатеральная симметрия, можно сказать, двусторонняя симметрия – симметрия зеркального отражения, при которой объект разделен одной плоскостью симметрии и при которой две его половины, образованные плоскостью симметрии, зеркально симметричны. То есть, если из плоскости симметрии провести перпендикуляр из любой точки A , расположенной на этой плоскости, к любой точке O , расположенной на одной из частей, образованной плоскостью симметрии, а затем отложить перпендикуляр на другую полуплоскость на длину AO , то он упадет на точку O_1 , совершенно симметричную точке O . Что бы убедиться в билатеральной симметрии людей мы провели такие же операции с моделью человеческого тела. В итоге, мы на практике увидели билатеральную симметрию человека. У животных билатеральная симметрия проявляется в схожести или почти полной идентичности левой и правой половин тела. При этом всегда существуют случайные отклонения от симметрии, например различия в папиллярных линиях, ветвлении сосудов и расположении родинок. Часто существуют небольшие, но закономерные различия во внешнем строении, например, более развитая мускулатура правой руки у праворуких людей, и более существенные различия между правой и левой половиной тела в расположении внутренних органов, например, сердце у млекопитающих обычно размещено асимметрично, со смещением влево.



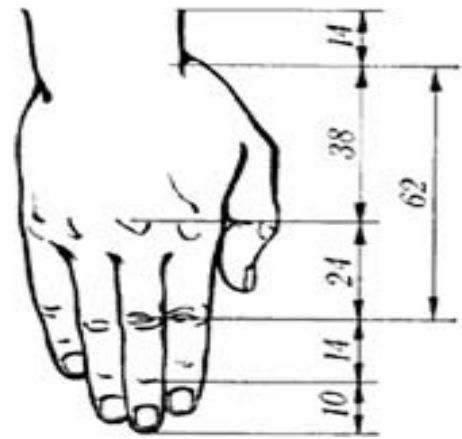
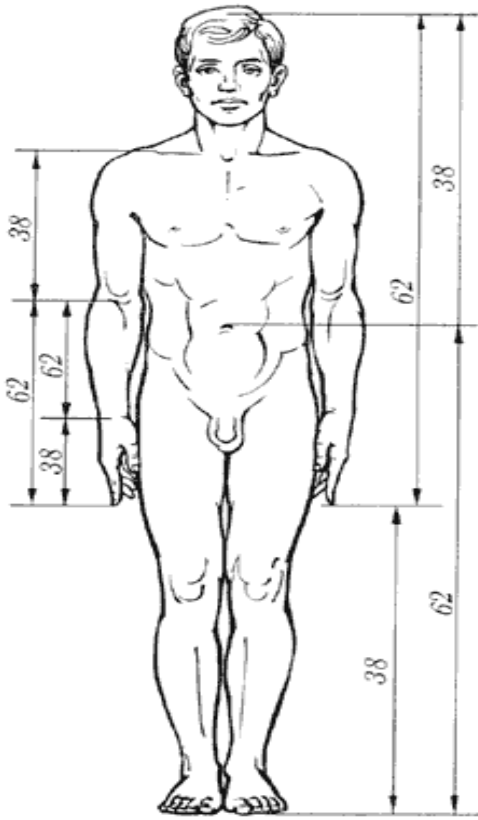
1.2. Золотое сечение в анатомии

Золотое сечение – деление непрерывной величины на две части в таком отношении, при котором меньшая часть относится к большей, как большая ко всей величине.



Если взять c за сто процентов, то a будет равно 38,2 процентов, а b будет равна 61,8. Эта пропорция равна: $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.61803398874989484\dots$

То, что части красиво сложенного человека находятся в определенной пропорции, знает каждый: недаром люди говорят о пропорционально сложенной фигуре. Сечение выражает среднестатистический закон: деление тела точкой пупа – один из основных показателей золотого сечения. Немецкий профессор А. Цейзинг в середине 18 столетия проделал огромную работу: он измерил более 2000 тел и высказал предположение, что золотые пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения $13:8=1,625$. Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела – длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.



2. Математика в хирургии

2.1. Микрохирургия глаза

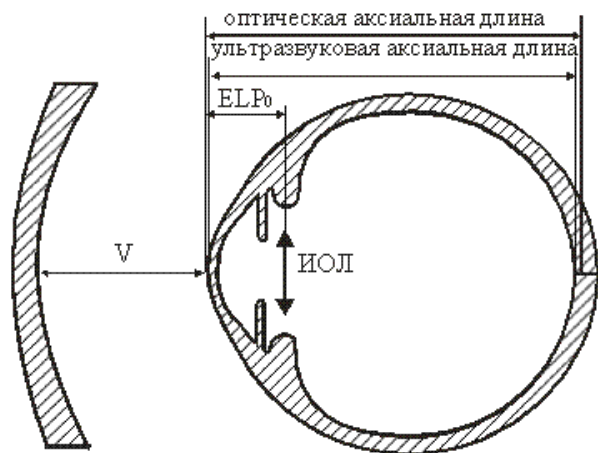
Самая распространенная микрохирургическая операция на глаза – это операция по улучшению остроты зрения. Существует несколько видов операций по улучшению остроты зрения - рефракционная кератэктомия (РК), фоторефракционная кератэктомия (ФРК), Laser-in-situ (LASIK) и экстракция катаракты с имплантацией интраокулярных линз (ИОЛ).

Самым распространенным видом является ИОЛ. Параметры ИОЛ рассчитываются по определенным схемам, которые зависят от кривизны роговицы. Основная формула для расчёта ИОЛ выведенная на основе гауссовой оптики:

$$IOL_e = \frac{1336}{AL_0 - ELP_0} - \frac{1336}{\frac{1336}{\frac{1000}{\frac{1000}{D_{PostRx}} - V} + K_0} - ELP_0}}$$

где K_0 – оптическая сила роговицы, AL_0 – оптическая аксиальная длина, IOL_e - эффективная сила ИОЛ, ELP_0 – эффективная позиция линзы, D_{PostRx} – требуемая рефракция и V – вертексное расстояние при требуемой рефракции.

На данном примере наглядно показано применение математических формул в данной отрасли медицины, но наших знаний в медицине пока что не достаточно, чтобы понять суть данной формулы. Мы собираемся узнать больше материала из этой области медицины, чтобы понять суть формулы.



Основные величины для расчёта ИОЛ:

2.2. Расчет отстрой кровопотери

Острая кровопотеря (ОК) представляет собой утрату определенного объема циркулирующей крови (ОЦК) в результате быстрого и интенсивного кровотечения. ОК сопровождается развитием как патологических, так и компенсаторных реакций со стороны организма больных. Свыше 20% больных, нуждающихся в реанимационной помощи, составляют пострадавшие с острой массивной кровопотерей. Исход ОК в большинстве случаев зависит от объема кровопотери.

Существуют несколько методов определения ОК: клинический, лабораторный, лучевой, математический метод и их комбинации.

После кровопотери из-за потери клеточной части крови и гемодилюции, объем плазмы увеличивается и объем эритроцитов относительно объема крови уменьшается. В клинической практике чаще всего используется метод, предложенный Муре, и объем кровопотери вычисляется по формуле:

$$V = \text{ОЦК}_d \times (\text{Ht}_d - \text{Ht}_f) / \text{Ht}_d$$

Где V – объем кровопотери (мл.), ОЦК_d – должный ОЦК (мл.), Ht – показатель гемокрита, который в норме составляет 32-49%, а после кровопотери, Ht_d – должный Ht , Ht_f – фактический Ht (после потери крови показатель меняет свое значение).

Мы смоделировали аварийную ситуацию, в которой мужчина 20 лет весом 70 кг. теряет неопределенный объем крови. ОЦК должный – 5 литров. Мы имеем только показатели гематокрита должного – 40% и фактического – 20%. Применяем формулу расчета острой кровопотери по Муре:

$$V = 5 \text{ литров} \times (40\% - 20\%) / 40\% = 2,5 \text{ л.}$$

Вывод: этого человека уже не спасти, при таком объеме кровопотери невозможно выжить.

3. Аксиально-компьютерная томография (АКТ)

3.1. Преобразование Радона

Открытие рентгена стало великим открытием человечества. А после создания ЭВМ оно стало еще и прорывом в мире медицины. После создания ЭВМ была создана АКТ – аксиально-компьютерная томография, основанная на вычислениях компьютера и на рентгеновских лучах, но так как она была довольно опасна для человека из-за радиоактивного излучения, позже была изобретена МРТ – магнитно-резонансная томография, она более безопасна, т.к. она работает посредством магнитного излучения и почти никакой опасности не несет.

В компьютерной рентгеновской томографии трехмерный объект представляется обычно в виде набора тонких срезов. Для восстановления плотности среза решается задача обращения двумерного преобразования Радона.

Преобразованием Радона функции $f(x, y)$ называется функция $\tilde{f}(\xi_1, \xi_2, p)$ определяемая, равенством:

$$\tilde{f}(\xi_1, \xi_2, p) = \int f(x, y) \delta(p - x \xi_1 - y \xi_2) dx dy$$

Путем сложных преобразований из данной формулы выводится функция

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi S(x \cos \varphi + y \sin \varphi, \varphi) d\varphi$$

В данном примере тоже прослеживается ее связь с математикой и использование математических формул, но наших знаний в области медицины и математики еще не достаточно, чтобы понять смысл данной функции и данного преобразования. Мы уже скоро пройдем всю тригонометрию и тогда, мне станет легче понять данную формулу.

4. Артериальное давление

4.1. Измерение среднего артериального давления

В медицине систолическим давлением называется кровяное давление в артериях в момент сокращения сердечной мышцы, а диастолическим - давление в момент расслабления сердечной мышцы. В то время как оба показателя важны сами по себе, в определенных целях, например, чтобы выяснить, насколько хорошо органы снабжаются кровью важно также знать среднее артериальное давление. Его легко вычисляют по формуле:

$$(2(\text{ДАД})+\text{САД})/3,$$

где ДАД – это диастолическое давление, а САД – систолическое давление. Диастолическое давление умножается на два, так как сердце проводит 2/3 своего времени в состоянии диастолы (или расслабления).

Мы провели эксперимент с испытуемым (с человеком). Мы измеряли САД и ДАД сначала в обычном состоянии человека (САД – 118, ДАД – 76). А далее измеряли САД и ДАД после физических нагрузок (САД – 147, ДАД – 95). После этого считали среднее АД по формуле. Результаты оказались правдоподобными: обычное состояние - 90, после физических нагрузок – 112.

Приблизительный результат значения среднего артериального давления можно получить, воспользовавшись следующей формулой:

$$\text{СВ} \times \text{ОПСС}$$

В определенных ситуациях, это уравнение, использующее сердечный выброс (СВ, измеряется в л/мин) и общее периферическое сосудистое сопротивление (ОПСС, измеряется в мм рт. ст.), применяется для быстрой приблизительной оценки среднего артериального давления пациента. Хотя результаты этого уравнения не обладают 100% точностью, они обычно применимы для приблизительной оценки. Заметьте, что СВ и ОПСС обычно измеряются в условиях стационара при наличии специального оборудования (хотя есть довольно простые методы и для их определения).

Заключение

В своей работе, мы рассмотрели некоторые области медицины, такие как, хирургия, анатомия, кардиология, компьютерная томография и изучили приемы и технологии применения математики и математических формул в этих областях. Становится ясно, что математика и медицина неразрывно связаны друг с другом. Анатомия животных и растений построена по законам математики, недаром Галилей говорил: «Книга природы написана на языке математики». Так как природа «написана на языке математики», так и любое вмешательство в нее, такое, как хирургия, будет так же написана на языке математики. Так же все что закономерно подчиняется законам математики и для всего периодического, такого, как удары сердца, можно написать формулы, а следственно и для внутриартериального давления и для всего связанного с этим. Что уж говорить о компьютерной технике типа АКТ, МРТ, ФМРТ и т.п., все компьютеры написаны на математическом языке. После всех рассуждений и исследований, можно точно говорить о том, что на охране человечества стоит, что ни на есть, точная и достоверная наука – медицина.

Список литературы

1. Беккер, М.С. Применение математических расчетов в медицине [Электронный ресурс] / М.С. Беккер.- Режим доступа: <http://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/06/09/primeneniye-matematicheskikh-raschetov-v-meditsine>
2. Клиническая и экспериментальная хирургия: электронный науч.- практ. журн [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://jecs.ru>
3. Математические методы в медицине [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://www.serdechno.ru/enciklopediya/5808.html>
4. Медицина и математика [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://dok.opredelim.com/docs/index-1028.html>
5. Области применения математических методов в медицине и биологии [Электронный ресурс].- Режим доступа: http://infourok.ru/oblasti_primeneniya_matematicheskikh_metodov_v_medicine_i_biologii.-483469.htm
6. Постников, В. Роль математики в медицине [Электронный ресурс]/ В. Постников.- Режим доступа: <http://www.vevivi.ru/best/Rol-matematiki-v-meditsine-ref227506.html>
7. Примеры: математика в медицине [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://www.medicnotes.ru/hovs-463-1.html>.