Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Методические аспекты изучения математики

Рациональные способы вычисления

Одинцов Максим Дмитриевич
9 б класс, МБОУ «СОШ № 16», г. Лысьва,

Колосова Вероника Юрьевна,
учитель математики первой категории
МБОУ «СОШ № 16», г. Лысьва.

Пермь. 2016

Оглавление

I.Введение

Математика является одной из важнейших наук на земле и именно с ней человек встречается каждый день в своей жизни.При изучении математики нужно постоянно и широко использовать вычислительные навыки. Счет в уме является самым древним и простым способом вычисления.

Есть люди, умеющие невероятно быстро вычислять в уме. Они могут мгновенно умножить 21734 на 543, запомнить идущие подряд 1000 цифр, знают наизусть таблицу умножения чисел от 1 до 100, сразу отвечают, на какой день недели приходится 21 марта 4871 года, и вообще делают то, что обыкновенному человеку так же трудно, как поднять штангу, на которой повисли несколько человек. Но некоторыми приемами, ускоряющими вычисления, может овладеть любой человек.

Я учусь в школе и на уроках математики мне часто приходится считать без калькулятора. Чтобы ускорить этот процесс, я решил изучить рациональные способы вычисления и поставил перед собой следующие цели и задачи:

Цель работы: создать справочный материал для учеников и учителей.

Задачи:

1. **Провести диагностическую работу среди учащихся, для выявления уровня знаний различных способов рациональных вычислений.**
2. **Найти как можно больше способов рациональных вычислений.**
3. **Создать алгоритмы применения рациональных способов вычисления**

II.Основная часть

II.1. Приемы упрощенного сложения чисел

1.Способ последовательного поразрядного сложения

Пример: Найти сумму чисел 5287 и 3564, используя способ последовательного поразрядного сложения, пусть 5 287 первое слагаемое, 3 564 второе слагаемое

Решение:

Расчет произведем в такой последовательности:

1. Представим второе слагаемое в виде суммы разрядных слагаемых

3564 = 3000+500+60+4

2. К первому слагаемому прибавим высший разряд второго слагаемого

5 287 + 3 000 = 8 287

3. К полученной сумме прибавим следующий разряд второго слагаемого

8 287 + 500 = 8 787 и т.д.

4. 8 787 + 60 = 8 847

5. Получим 8 847 + 4 = 8 851

Ответ: 8 851.

Рассмотрим **алгоритм последовательного сложения двух чисел:**

1. Представим одно из этих чисел в виде суммы разрядных слагаемых, пусть это будет второе слагаемое.
2. К первому слагаемому прибавим высший разряд второго слагаемого.
3. Затем к полученной сумме прибавим следующий разряд второго слагаемого и т.д.

Пример: Рассмотрим другой вариант решения приведенного выше примера.

Решение:

1.Представим числа 5 287 и 3564 в виде суммы разрядных слагаемых

5287 = 5000 +200 + 80 + 7 ; 3564 = 3000+500+60+4

2. К высшему разряду первого слагаемого прибавим высший разряд второго слагаемого 5000 +3000 = 8000

3. Затем к следующему разряду первого слагаемого прибавляем следующий разряд второго слагаемого 200 +500 = 700 и т.д.

4. 80 + 60 = 140

5. 7 + 4 = 11

6. Найдем сумму полученных результатов в пунктах 2,3,4,5

8000 + 700 +140 + 11 =8851

Ответ: 8851.

Представим **алгоритм** другого способа последовательного поразрядного сложения двух чисел:

1. Представим оба числа в виде суммы разрядных слагаемых.
2. К высшему разряду первого слагаемого прибавим высший разряд второго слагаемого.
3. Затем к следующему разряду первого слагаемого прибавляем следующий разряд второго слагаемого и т.д.
4. Найдем сумму полученных результатов.

2. Способ круглого числа

Данный способ применяется, когда из двух или более слагаемых можно выбрать такие, которые можно дополнить до круглого числа.

Определение круглого числа. Число, имеющее одну значащую цифру и оканчивающееся одним или несколькими нулями, называется круглым числом.

*Определение арифметического дополнения.*Разность между круглым и заданным в условии вычислений числами называется арифметическим дополнением.

Пример: 1 000 — 978 = 22.

Число 1000 – круглое число

Число 22 –арифметическое дополнение числа 978 до 1 000.

Пример: Найти сумму чисел 1 238 и 193, используя способ круглого числа.

Решение:

1. Округлим число 193 до 200

2. Выполним сложение числа 1238 и круглого числа 200, получим

1 238 + 200 = 1438

3. Найдем арифметическое дополнение числа 193 до 200, для этого выполним действие 200 – 193 = 7

4. Из полученной суммы 1438 вычтем арифметическое дополнение 7, получим 1431

Запишем 1 238 + 193 = (1 238 + 200) — 7 = 1 431

Ответ: 1 431.

Рассмотрим **алгоритм**сложения способом круглого числа

1. Округлим одно или несколько слагаемых до чисел близких к круглым.
2. Выполним сложение круглых чисел.
3. Найдем арифметические дополнения каждого из слагаемых.
4. Из полученной суммы вычтем их арифметические дополнения.

3. Способ группировки слагаемых

Этот способ применяют в том случае, когда слагаемые при их группировке в сумме дают круглые числа, которые затем складывают между собой.

Пример: Найти сумму чисел 74, 32, 67, 48, 33 и 26

Решение:

Выполним группировку чисел и найдем их сумму, получим

(74 + 26) + (32 + 48) + (67 + 33) = 100 + 80 + 100 = 280

Ответ: 280.

4.Вынесение общего множителя

Используется при сложении несколькихчисел, имеющих общий множитель.

Пример: Найти сумму чисел 24; 18; 72; 36.

Решение:

1.Найдем общий множитель этих чисел – это число 6

2.Вынесем общий множитель за скобки, получим

$24 + 18 + 72 + 36 = 6 \cdot (4 + 3 + 12 + 6) = 6 \cdot 25 = 150$

Ответ: 150.

Алгоритм вынесения общего множителя за скобки:

1. Найдем общий множитель этих чисел.
2. Вынесем за скобки общий множитель.
3. Найдем сумму чисел в скобках.
4. Найдем произведение общего множителя и полученной суммы.

5.Группировка вокруг одного и того же «корневого» числа

Введем понятие «корневого» числа, для этого рассмотрим числа 65, 62, 61, 63, 67, 64, 66, 60 все они близки к числу 64, назовем его «корневым».

Пример: Вычислить$65 + 62 + 61 + 63 + 67 + 64 + 66 + 60$

Решение:

1. Определим «корневое число» - это 64

2. Найдем сумму «корневых» чисел, т. к.в сумме 8 слагаемых, то

$64 \cdot 8 = 512$

3. Найдем сумму отклонений каждого числа от «корневого»

$1 – 2 – 3 – 1 + 3 + 0 + 2 – 4 = = –4$

4.Найдем сумму значений, полученных в пункте 2 и 3

$512 + (–4) = 512– 4 = 508$

Ответ: 508.

Алгоритмнахождения суммы чисел способом группировки вокруг «корневого» числа:

1. Определим «корневое число» данных чисел.

2. Найдем сумму отклонений каждого числа от «корневого»; при этом, если число больше «корневого», отклонение берется со знаком «плюс», если число меньше «корневого» – со знаком «минус».
3. Найдем сумму значений, полученных в пункте 2 и 3.

Примечание: выбор «корневого» числа не влияет на окончательный результат. Так, если считать, что «корневое» число не 64, а 63, то вычисления будут следующими:

1) $63 \cdot 8 = 504$

2) $2 - 1 - 2 + 0 + 4 + 1 + 3 - 3 = 4$

3) $504 + 4 = 508$.

«Корневое» число обычно берут таким, чтобы наиболее просто находилась сумма отклонений.

II.2. Приемы упрощенного вычитания чисел

1.Способ последовательного поразрядного вычитания

Этим способом производится последовательное вычитание каждого разряда вычитаемого из уменьшаемого.

Пример: Найти разность чисел 721 и 398

Решение:

1. Представим вычитаемое 398 в виде суммы разрядных слагаемых
   300 + 90 + 8 = 398
2. Из уменьшаемого 721 вычтем высший разряд вычитаемого 398, получим
   721 — 300 = 421
3. Из полученного результата вычтем следующий разряд вычитаемого 398, получим 421 — 90 = 331 и т.д.
4. 331 — 8 = 323

   Ответ: 323.

Алгоритмпоследовательного поразрядного вычитания двух чисел:

1. Представим вычитаемое в виде суммы разрядных слагаемых.
2. Из уменьшаемого вычтем высший разряд вычитаемого.
3. Из полученного результата вычтем следующий разряд вычитаемого и т.д.

2.Способ круглого числа

Этот способ применяют, когда вычитаемое близко к круглому числу.

Пример: Вычислить разность чисел 235 и 197

Решение:

1.Округлим вычитаемое 197 до круглого числа 200

2. Из уменьшаемого 235 вычтем вычитаемое, взятое круглым числом

235 – 200 =35

3. Найдем арифметическое дополнение вычитаемого 197 до 200, для этого

200- 197=3

4. К полученной разности прибавим арифметическое дополнение, получим

35 + 3 = 38

$$235 — 197 = (235 — 200) + 3 = 38$$

Ответ: 38.

Алгоритм вычитания числа близкого к круглому:

1. Округлим вычитаемое до круглого числа.
2. Из уменьшаемого вычтем вычитаемое, взятое круглым числом.
3. Найдем арифметическое дополнение вычитаемого.
4. К полученной разности прибавим арифметическое дополнение.

II.3. Приемы упрощенного умножения чисел

1. Умножение на единицу с последующими нулями

Рассмотрим правила умножения чисел на 10;100;1000 и т.д.

Правило 1: при умножении числа на число, включающее единицу с последующими нулями (10; 100; 1 000 и т.д.), к нему приписывают справа столько нулей, сколько их в множителе после единицы.

Правило 2: при умножении десятичной дроби на число, включающее единицу с последующими нулями (10; 100; 1 000 и т.д.), нужно в этой дроби запятую перенести на столько цифр вправо, сколько нулей стоит в множители после единицы.

Пример 1: Найти произведение чисел 568 и 100

Решение:

568 * 100 = 56 800

Ответ: 56 800.

Пример 2: Найти произведение чисел 56,8 и 100

Решение:

56,8 * 100 = 5680

Ответ: 5680.

2.Умножение на единицу с предшествующими нулями

Рассмотрим правила умножения чисел на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

Правило: при умножении числа или десятичной дроби на единицу с предшествующими ей нулями (0,1; 0,01; 0,001 и т.д.), нужно запятую перенести на столько цифр влево, сколько нулей в множителе перед единицей, включая ноль целых.

Пример: Найти произведение чисел 467 и 0,01

Решение:

467 * 0,01 =4,67.

Ответ: 4,67

3.Способ последовательного поразрядного умножения

Этот способ применяется,если нужно умножить многозначное число на однозначное.

Пример: Найти произведение чисел 389 и 7

Решение:

1. Представим число 389 в виде суммы разрядных слагаемых, получим 389=300+80+9
2. Умножим однозначное число на разрядные слагаемые.
3. Сложим полученные результаты, получим

389 * 7 = (300 + 80 + 7) * 7 = 300 * 7 + 80 * 7 + 7 * 7 = 2100 + 560 + 49 = 2709

Ответ: 2709.

Алгоритмпоследовательного поразрядного умножения:

1. Представим многозначное число в виде суммы разрядных слагаемых.
2. Умножим однозначное число на разрядные слагаемые.
3. Найдем сумму полученныхрезультатов.

4.Способ круглого числа

Данный способ применяют, когда один из множителей близок к круглому числу.

Пример: Найдем произведение чисел 174 и 69

Решение:

174 * 69 = 174 (70 – 1) = 174 * 70 — 174 * 1 = 12 180 — 174= 12 006

Ответ: 12 006

Алгоритм умножения числа близкого к круглому:

1. Множитель близкий к круглому числу представляем в виде разности круглого числа и его арифметического дополнения.
2. Умножаем второй множитель на круглое число и арифметическое дополнение.
3. Найдем разность полученных произведений.

5.Умножение на 11

Пример 1: Найти 34*11

Решение:

1.Найдём сумму цифр числа 34, получим 3 + 4 =7.

2.Семерку помещаем между тройкой и четверкой, получим 374

34*11 = 374

Ответ: 374

Пример 2: Найти 68*11

Решение:

1.Найдём сумму цифр числа 68, получим 6+8=14

2.Четверку помещаем между семеркой (шестерка плюс перенесенная единица) и восьмеркой, получим 748

Ответ: 748

Правило 1.

1. Найдем сумму цифр числа умножаемого на 11.
2. Раздвинем цифры данного числа и в образовавшийся промежуток впишем получившуюся сумму, если эта сумма больше 9, то, как при обычном сложении, единицу десятков переносим в старший разряд.

Правило 2.

К числу приписывают ноль и прибавляют исходное число.

Пример 1: 241*11 = =2410+241=2651.

6.Умножение на 101 и 10101

Правило:при умножении на 101; 10101 припишите ваше число к самому себе.

Пример 1: 57*101 = 5757

Пример 2: 89*10101 = 898989

7.Умножение на 9, 99 и 999

Пример 1: Вычислить 286*9

Решение:

1.К первому множителю припишем столько нулей, сколько девяток во втором множителе, получим 2860

2.Из полученного результата вычтем первый множитель

2860 – 286 = 2574

Ответ: 2574.

Пример 2: Вычислить 23*99

Решение:

1.К первому множителю припишем столько нулей, сколько девяток во втором множителе, получим 2300

2.Из полученного результата вычтем первый множитель

2300 – 23 = 2277

Ответ: 2277.

Пример 3: Вычислить 18*999

Решение:

1.К первому множителю припишем столько нулей, сколько девяток во втором множителе, получим18000.

2.Из полученного результата вычтем первый множитель18000 – 18 = 17982.

Ответ: 17982.

Алгоритм умножения на 9,99 и 999:

1. К первому множителю припишем столько нулей, сколько девяток во втором множителе.
2. Из полученного результата вычтем первый множитель.

Рассмотрим еще один способ умножения на 9, 99 и 999.

Пример: Вычислить 23*9

Решение:

1. Умножим исходное число 23 на 10, получим

23 * 10 =230

2. Из полученного результата вычтем первый множитель

230-23=207

Ответ: 207.

Алгоритм 2.

1. При умножении на 9, исходное числодомножаем на 10, при умножении на 99 исходное число умножаем на 100 и т.д.
2. Из полученного результата вычитаем исходное число.

8. Умножение на 12

Пример: Вычислить 34*12

Решение:

1.Умножим исходное число 34 на 10, получим 34*10=340

2.К результату дважды прибавим исходное число, получим

340+(34+34)=340+68=408

Ответ: 408.

Правило:при умножении данного числа на 12, нужно это число умножить на 10 и дважды прибавитьего.

9. Умножение на 4

*Пример:*Вычислить157*4

Решение:

Данное число 157 двукратно умножаем на , получим

157*4 =(157*2)* 2 = 314* 2=628

Ответ: 628.

Правило:при умножении данного числана 2, нужно двукратно умножить его на 2

10. Умножение на 6

Пример 1. Вычислить52 * 6

Решение:

1.Умножим исходное число на 2, получим 52 * 2 =104

2.Полученный результат умножим на 3,получим 104 * 3= 312

52 · 6 = (52·2)·3 = 104·3 = 312

Ответ: 312.

Правило 1: чтобы умножить данное число на 6, нужно умножить его на 2, а затем полученный результат умножить на 3.

11. Умножение четного числа на 25

*Пример:*Найти произведение 48 и 25

Решение:

Число 25 = 100 : 4, отсюда следует правило

1.Исходное число 48 делим на 4

2.Полученный результат умножаем на 100

48*25 = (48:4) *100= 12 *100=1200

Ответ: 1200.

Правило:при умножении четного числа, кратного 4 на 25 разделим данное число на 4 , а полученный результат умножим на 100.

12.Умножение четного числа на 15 (25,35,45)

Правило: чтобы умножить четное число на 15 (25,35,45) достаточно разделить его на 2 и частное умножить на 30(50,70,90)

Пример 1: Найти произведение 24 и 15

Решение:

24 *15 =(24 :2) *(15 *2) =12 * 30= 360

Ответ: 360

*Пример 2:*Найти произведение 42 и 25

Решение:

42 * 25= (42 : 2) * (25 * 2)= 21 *50 =1050

Ответ: 1050.

Пример 3: Найти произведение 18 и 45

Решение:

18 *45= (18: 2) * (45 * 2)= 9* 90 =810

Ответ: 810

II.4.Приемы упрощенного деления чисел

1.Разложение делимого на слагаемые

Пример: Найти частное чисел 2 808 и 9

Решение:

1.Число 2808 представим в виде суммы слагаемых, каждое из которых делится на 9, получим 2808 = 2700 +90+ 18

2. Каждое слагаемое делим на 9

3. Складываем полученные результаты, получаем

2808 : 9 = 2700 : 9 + 90 : 9 + 18 : 9 = 300 + 10 + 2 = 312

Ответ: 312.

Правило: разложим делимое на такие слагаемые, которые легко бы делились раздельно на данное число.

2.Деление на единицу с последующими нулями

Правило: при делении на 10; 100; 1 000 как целого числа, так и дробного в нем отделяют запятой справа налево столько десятичных знаков, сколько нулей стоит в делителе после единицы.

Пример 1: Найти частное от деления чисел 136 на 10.

32,7 на 1000..

Решение:

136 : 10= 13,6

Ответ: 13,6.

Пример 2: Найти частное от деления чисел 32,7 на 1000.

Решение:

32,7 : 1 000 = 0,0317

Ответ: 0,0317.

3.Деление на единицу с предшествующими нулями

Правило: при делении на 0,1; 0,01; 0,001 как целого числа, так и дробного в нем переносят запятую слева направо настолько десятичных знаков, сколько нулей в делителе, включая ноль целых.

Пример 1: Найти частное от деления чисел 235 на 0,1. 57,6 соответственно на 0,1 и 0,01.

Решение:

235 : 0,1 = 2 350

Ответ: 2350.

Пример 2: Найти частное от деления чисел 57,6 на 0,01

Решение:

57,6 : 0,01 = 5 760.

Ответ: 5 760.

II.5. Формулы и свойства

1.Квадрат суммы двух выражений

Квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

Формула: $\mathbf{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2}$

Пример 1: Вычислить 61^2

Решение:

1. Число 61 представляем в виде суммы слагаемых 60 и 1

2.Используя данную формулу получаем

$61^2 = (60 + 1)^2 = 60^2 + 2 \cdot 60 \cdot 1 + 1^2 = 3600 + 120 + 1 = 3721$

Ответ: 3721.

Пример 2: Найти значение выражения $9x^2 + 24x + 16$ при $x = -\frac{4}{3}$

Решение:

Используя данную формулу, справа налево, получим

$9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2 = \left(3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) + 4\right)^2 = 0$

Ответ: 0.

2.Квадрат разности двух выражений

Квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого выражения на второе плюс квадрат второго выражения.

Формула: $\mathbf{(a\text{-}b)^2 = a^2\text{-}2ab+b^2}$

Пример: Вычислить 199^2

Решение:

1.Число 199 представим в виде разности 200 и 1

2.используя формулу получаем

$199^2 = (200 – 1)^2 = 200^2 - 2\cdot 200 \cdot 1 + 1^2 = 40000 – 400 + 1 = 39601$

Ответ:39601.

3.Разность квадратов двух выражений

Разность квадратов двух выражений равна произведению разности самих выражений на их сумму.

Формула: $\mathbf{a^2 – b^2 = (a–b)(a+b)}$

Пример 1: Вычислить $74 \cdot 66$

Решение:

1.Представим число 74 в виде суммы 70 и 4, а число 66 в виде разности 70 и 4

2.Прменив, полученную формулу получим

$74 \cdot 66 = (70 + 4)\cdot(70 - 4) = 70^2 – 4^2 = 4900 – 16 = 4884$

Ответ: 4884.

Пример 2: Вычислить $\frac{26^2-12^2}{54^2-16^2}$

Решение:

1.Числитель и знаменатель дроби разложим на множители

$$\frac{26^2-12^2}{54^2-16^2} = \frac{(26-12)(26+12)}{(54-16)(54+16)} = \frac{14\cdot 38}{38\cdot 70} = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$

Пример 3: Сравнить значения выражений $67\frac{1}{3}\cdot 64\frac{2}{3}$ и 66^2

Решение:

$67\frac{1}{3} \cdot 64\frac{2}{3} = (66 + 1\frac{1}{3})(66 - 1\frac{1}{3}) = 66^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2 < 66^2$

Ответ: первое выражение меньше второго.

4.Куб суммы двух выражений

Куб суммы двух выражений равен кубу первого выражения плюс утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго плюс куб второго выражения.

Формула: $\mathbf{(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$

Пример: Возвести $(m + 2n)$ вкуб.

Решение:

$(m + 2n)^3 = m^3 + 3\cdot m^2\cdot 2n + 3\cdot m\cdot(2n)^2 + (2n)^3 = m^3 + 6m^2n + 12mn^2 + 8n^3$

5.Куб разности двух выражений

Куб разности двух выражений равен кубу первого выражения минус утроенное произведение квадрата первого выражения на второе плюс утроенное произведение первого выражения на квадрат второго минус куб второго выражения.

Формула: $\mathbf{(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$

Пример: Возвести $(2x – y)$ вкуб.

Решение:

$(2x - y)^3 = (2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y + 3\cdot 2x\cdot y^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

6.Сумма кубов двух выражений

Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы самих выражений на неполный квадрат их разности.

Формула: $\mathbf{a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)}$

Пример: Доказать, что $41^3 + 19^3$ делится на 60

Решение:

Используя формулу получим

$41^3 + 19^3 = (41 + 19)(41^2 - 41 \cdot 19 + 19^2) = 60(41^2 - 41 \cdot 19 + 19^2)$, из условия что, если хотя бы один из множителей делиться на 60, то и все произведение делится на 60, данная сумма кратна 60 ч.т.д.

7.Разность кубов двух выражений

Разность кубов двух выражений *равна произведению* разности самих выражений на неполный квадрат их суммы.

Формула: $\mathbf{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)}$

Пример: Вычислить

$$\frac{13^3 - 8^3}{13^2 + 104 + 8^2}$$

Решение: Разложим числитель на множители по данной формуле и сократив одинаковые множители, получим

$$\frac{13^3 - 8^3}{13^2+104+8^2} = \frac{(13-8)(13^2+104+8^2)}{(13^2+104+8^2)} = 13-8 = 5$$

Ответ: 5

8. Переместительное свойство относительно сложения и умножения

От перемены мест слагаемых значение суммы не меняется.

Формула: $\mathbf{a+b=b+a}$

Пример: $5+2=2+5$

От перемены мест множителей значение произведения не меняется.

Формула: $\mathbf{ab=ba}$

Пример: $5\cdot 2=2\cdot 5$

9. Сочетательное свойство

Правило: чтобы прибавить к числу сумму двух чисел, можно к этому числу прибавить первое слагаемое и к полученному результату прибавить второе слагаемое.

Формула: $\mathbf{a+(b+c)=(a+b)+c}$

Пример: $5+(15+68)=(5+15)+68$

Так же есть формула для умножения:

Формула: $\mathbf{a(bc)=(ab)c}$

Пример 1: Найти произведение $0{,}2 \cdot 7{,}24 \cdot 50$

Решение:

$$0{,}2 \cdot 7{,}24 \cdot 50 = (0{,}2 \cdot 50) \cdot 7{,}24 = 10 \cdot 7{,}24 = 72{,}4$$

Ответ: 72,4

Пример 2: Найти произведение $0{,}125 \cdot 5{,}42 \cdot 8$

Решение:

$$0{,}125 \cdot 5{,}42 \cdot 8 = (0{,}125 \cdot 8) \cdot 5{,}42 = 1 \cdot 5{,}42 = 5{,}42$$

Ответ: 5,42

10.Распределительное свойство

Формула: **(a+b)c=ac+bc.**

Пример: $54{,}4 \cdot 43{,}2 - 25{,}6 \cdot 18{,}2 - 27{,}2 \cdot 36{,}4 + 25{,}6 \cdot 43{,}2$

Решение:

$$\begin{aligned}&54{,}4 \cdot 43{,}2 - 25{,}6 \cdot 18{,}2 - 27{,}2 \cdot 36{,}4 + 25{,}6 \cdot 43{,}2 =\\ &= (54{,}4 \cdot 43{,}2 + 25{,}6 \cdot 43{,}2) - (25{,}6 \cdot 18{,}2 + 27{,}2 \cdot 36{,}4) =\\ &= 43{,}2 \cdot (54{,}4 + 25{,}6) - 18{,}2(25{,}6 + 27{,}2 \cdot 2) =\\ &= 43{,}2 \cdot 80 - 18{,}2 \cdot 80 = 80(43{,}2 - 18{,}2) = 80 \cdot 25 = 80 \cdot 100 : 4\\ &= 2000\end{aligned}$$

Ответ: *2000*

II.6. Теорема Гаусса

Ещё в раннем детстве он проявлял незаурядные математические способности. В возрасте трех лет Гаусс уже исправлял счета отца.

Рассказывают, что в начальной школе, где учился Гаусс (6 лет), учитель, чтобы занять класс на продолжительное время самостоятельной работой, дал задание ученикам -вычислить сумму всех натуральных чисел от 1 до 100. Маленький Гаусс ответил на вопрос почти мгновенно, чем невероятно удивил всех и, прежде всего, учителя.

Давайте попробуем устно решить задачу о нахождении суммы указанных выше чисел. Для начала возьмём сумму чисел от 1 до 10.

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.

Гаусс обнаружил, что 1 + 10 = 11, и 2 + 9 = 11, и так далее. Он определил, что при сложении натуральныхчисел от 1 до 10 получается 5 таких пар, и что 5 раз по 11 равно 55. Гаусс увидел, что сложение чисел всего ряда следует проводить попарно, и составил алгоритм быстрого сложения чисел от 1 до 100.

1, 2, 3, 4, 5, … 49, 50, 51, 52 … 98, 99, 100.

Алгоритм сложения чисел от 1 до 100.

1. Необходимо подсчитать количество пар чисел в последовательности от 1 до 100. Получаем 50 пар.
2. Сложить первое и последнее число всей последовательности. В нашем случае это 1 и 100. Получаем 101.
3. Умножить количество пар чисел в последовательности на полученную в пункте 2 сумму. 101 *50 = 5050.

Таким образом, сумма натуральных чисел от 1 до 100 равна 5050. Гаусс использовал новый метод для сложения натуральных чисел, который в последствие приобрёл широкую популярность и до сих пор используется при устном счёте.

*Пример:*Вычислить $\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}$

Решение:

Представим данную дробь в виде суммы дробей

$$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365} = \frac{10^2+11^2+12^2}{365} + \frac{13^2+14^2}{365}$$

$$= \frac{100+121+144}{365} + \frac{169+196}{365} = \frac{365}{365} + \frac{365}{365} = 2$$

Ответ: 2.

II.7. Приемы упрощенного возведения в квадрат

1.Квадраты близких чисел

Можно заметить, что квадраты двух соседних чисел различаются на сумму этих чисел, например 30^2 = 900, 31^2 =961, а их сумма 30 + 31 =61.

Пример1: $31^2 = 30^2 + (31 + 30) = 900 + 61 = 961$

Пример 2: $41^2 = 40^2 + (41 +40) = 1600 +81 =1681$

Пример 3: $51^2 = 50^2 + (51+50) =2500+ 101 = 2601$

Если числа различаются на 2, то

Пример 1: $32^2 = 30^2 + 2(32 + 30) = 900 + 124 = 1024$

Пример 2: $42^2 = 40^2 + 2(42+40) =1600 +164 = 1764$

Квадрат числа, близкого к «круглому»

2.Возведение в квадрат чисел следующих за числом 25

Зная квадраты всех чисел от 1 до 25, нет никакой необходимости заучивать квадраты чисел следующих за числом 25.

Правило:

1. От числа, заключенного между 25 и 50, достаточно отнять 25.
2. Результат увеличить результат в 100 раз.
3. Прибавить к числу квадрат арифметического дополнения этого числа до 50.

Формула: $a^2 = (a – 25)\ 100 + (50 – a)^2$**, где а-число от 25 до 50.**

Пример: Возвести 37 в квадрат

Решение:

Применив полученное правило, возведем 37 в квадрат

$37^2 = (37 – 25)* 100 + (50 – 37)^2 = 1200 + 169 = 1369$

Ответ: 1369.

3.Возведение в квадрат двузначных чисел окачивающихся на 5

При возведении двузначных чисел оканчивающихся на 5 нетрудно заметить, что две последние цифры всегда равны 25.

Пример 1: Возвести 35 в квадрат

Решение:

1. Умножим число десятков 3 на следующее за ним число 4, получим 12

2.Припишем к полученному произведению 25

$35^2 = 1225$

Ответ: 1225.

*Пример 2:*Возвести 85 в квадрат

Решение:

1. Умножим число десятков 8 на следующее за ним число 9, получим 72

2.Припишем к полученному произведению 25

$85^2 = 7225$

Ответ:7225

Алгоритм возведения в квадрат двузначных чисел оканчивающихся на 5:

1.Умножим число десятков данного числа на следующее за ним целое число

2.К полученному произведению припишем 25.

4. Возведение в квадрат 11, 111, 1111…

Заметив закономерность очень легко запомнить квадраты таких чисел, как 11, 111, 1111 и т.д.:

$11^2 = 121$;

$111^2 = 12321$;

$1111^2= 1234321$ и т.д.

II.8. Аликвотные дроби

Аликвотными дробями называют дроби с числителем 1. В Древнем Египте математики «настоящими» считали только аликвотные дроби. Поэтому каждую дробь стремились представить в виде суммы аликвотных дробей, причем с различными знаменателями.

Формулы для представления аликвотных дробей в виде суммы:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p(p+1)} + \frac{1}{p+1} \frac{1}{pq} = \frac{1}{p(p+q)} + \frac{1}{q(p+q)}$$

Формулы для представления аликвотных дробей в виде разности:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{(p-1)} - \frac{1}{p(p-1)} \frac{1}{pq} = \frac{1}{p(q-p)} - \frac{1}{q(q-p)}$$

Пример: представить дробь $\frac{1}{2}$в виде суммы аликвотных дробей

Решение:

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2(2+1)} + \frac{1}{2+1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$

Ответ: $\frac{1}{2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$

III.Вывод

1. Данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках.
2. Эффективно решать примеры и задачи, используя рациональные способы вычислений.
3. Овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время на контрольных работах, при решении тестов, на экзаменах.
4. Учителям будет легче находить нужный материал при подготовке к уроку.
5. Учащимся при повторении нужных тем.

IV.Литература

1. Жигалкина Т.Ж. Игровые и занимательные задания по математике. – М.: Просвещение, 1989.
2. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. – М.: Изд-во Русанова, 1994.
3. Математика Приложение к газете « Первое сентября» №2 2001.
4. Математика Приложение к газете « Первое сентября» №3 2000.
5. «Математическая шкатулка» Ф.Ф.Нагибин,Е.С.Канин