

Краевая научно-практическая конференция  
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

**Колебания в системе «жидкость в U-образной трубке и мыльный пузырь»**

Паньков Илья Сергеевич

11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,

Фотин Вадим Петрович

11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,

Имакаев Виктор Раульевич,

д.ф.н., доцент ПГНИУ.

Пермь. 2016.

## Оглавление

I. Введение.....	3
II. Давление под искривлённой поверхностью жидкости.....	4
III. Экспериментальное исследование колебаний в системе «жидкость в U-образной трубке и мыльный пузырь» .....	6
IV. Физическое объяснение явления.....	9
V. Заключение. Перспективы продолжения работы.....	12
Приложение .....	13
Определение коэффициента поверхностного натяжения пипеточным методом	13
Список использованной литературы.....	17

## I. Введение

Темой нашей исследовательской работы является наблюдение за колебаниями в системе «U-образная трубка и мыльный пузырь».

Колебания — это повторяющийся в той или иной степени во времени процесс изменения состояний системы около точки равновесия. Колебания происходят во многих телах, и они играют большую роль в нашей жизни.

Нашей основной целью является изучить эти колебания, понять, по каким законам они происходят, и постараться смоделировать их.

Итак, задачи нашего исследования:

1. Изучить тему «Давление под искривлённой поверхностью жидкости»;
2. Провести эксперимент, где мы сможем наблюдать колебания вышеописанной системы;
3. Объяснить эксперимент с физической точки зрения.

## II. Давление под искривлённой поверхностью жидкости

Если поверхность жидкости не плоская, а искривленная, то она оказывает на жидкость избыточное (добавочное) давление. Это давление, обусловленное силами поверхностного натяжения, для выпуклой поверхности положительно, а для вогнутой поверхности — отрицательно.

Для расчета избыточного давления предположим, что свободная поверхность жидкости имеет форму сферы радиуса  $R$ , от которой мысленно отсечен шаровой сегмент, опирающийся на окружность радиуса  $r = R \sin \alpha$  (рис. 100). На каждый бесконечно малый элемент длины  $Dl$  этого контура действует сила поверхностного натяжения  $DF = \sigma Dl$ , касательная к поверхности сферы. Разложив  $DF$  на два компонента ( $DF_1$  и  $DF_2$ ), видим, что геометрическая сумма сил  $DF_2$  равна нулю, так как эти силы на противоположных сторонах контура направлены в обратные стороны и взаимно уравниваются. Поэтому равнодействующая сил поверхностного натяжения, действующих на вырезанный сегмент, направлена перпендикулярно плоскости сечения внутрь жидкости и равна алгебраической сумме составляющих  $DF_1$ :

$$F = \sum \Delta F_1 = \sum \Delta F \sin \alpha = \sum \sigma \Delta l \frac{r}{R} = \frac{\sigma r}{R} \sum \Delta l = \frac{\sigma r}{R} 2\pi r$$

Разделив эту силу на площадь основания сегмента  $\pi r^2$ , вычислим избыточное давление на жидкость, создаваемое силами поверхностного натяжения и обусловленное кривизной поверхности:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\sigma\pi r^2}{R\pi r^2} = \frac{2\sigma}{R} \quad (1)$$

Если поверхность жидкости вогнутая, то можно доказать, что результирующая сила поверхностного натяжения направлена из жидкости и равна:

$$\Delta p = -\frac{2\sigma}{R} \quad (2)$$

Следовательно, давление внутри жидкости под вогнутой поверхностью меньше, чем в газе, на величину  $\Delta p$ .

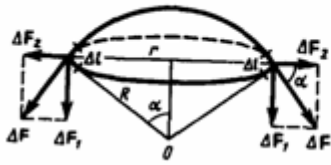


Рис. 100

- Почему у всех веществ поверхностное натяжение уменьшается с температурой?
- Что представляют собой поверхностно-активные вещества?

Формулы (1) и (2) являются частным случаем формулы Лапласа, определяющей избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двойкой кривизны:

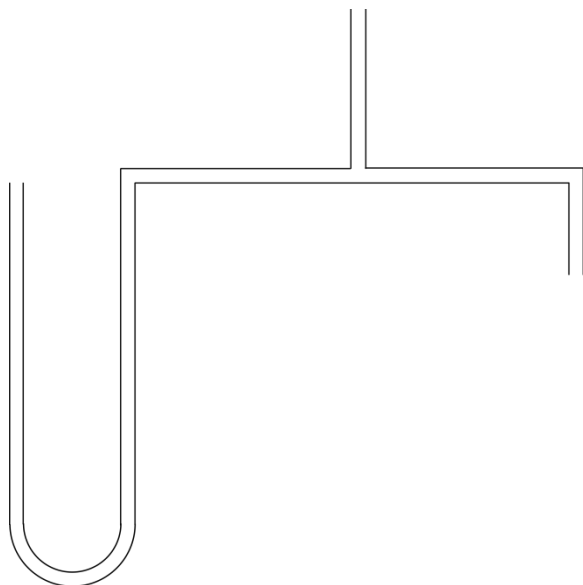
$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости в данной точке. Радиус кривизны положителен, если центр кривизны соответствующего сечения находится внутри жидкости, и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости.

[1, вся информация из источника]

### III. Экспериментальное исследование колебаний в системе «жидкость в U-образной трубке и мыльный пузырь»

Для проведения эксперимента нам необходима была непосредственно сама рабочая установка, с помощью которой мы бы смогли наблюдать колебания. Условно, она состояла из двух трубок: U-образной и T-образной.



T-образная трубка служила для того, чтобы надуть мыльный пузырь. Конструкция её была довольно проста: две пластиковые соломинки соединялись под прямым углом так, что одна из них входила в отверстие, проделанное в середине второй. После этого они скреплялись скотчем.

U-образная трубка получалась путём склеивания между собой верхних (гнущихся) частей пластиковых соломинок.

По одному концу каждой трубки склеивались скотчем между собой. Для обеспечения жёсткости конструкции был построен каркас из LEGO, плотно удерживающий всю установку.

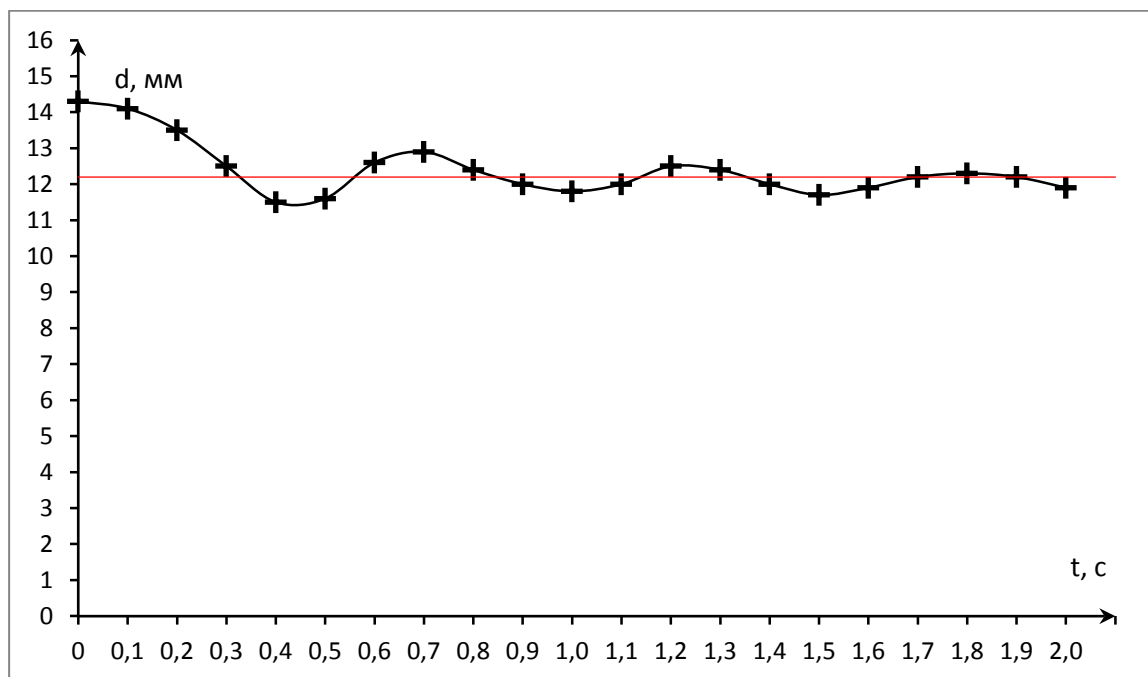
Эксперимент проходил следующим образом. В U-образную трубку наливалось небольшое количество жидкости. На нижний, открытый конец T-образной трубки помещалось небольшое количество мыльного раствора. Затем в верхний конец T-образной трубки нагнетался воздух, за счёт которого надувался мыльный пузырь. После того как пузырь увеличивался до необходимого размера, подача воздуха прекращалась и конец трубки плотно закрывался пластилином. Затем небольшое количество воздуха поступало в открытый конец U-образной трубки, вода на

другом конце трубки отклонялась и, после прекращения воздействия на систему, возникали как колебания столба жидкости, так и мыльного пузыря.

По ходу проведения эксперимента мы столкнулись с несколькими проблемами. Самая первая из них была связана с недостаточной герметичностью: скотч пропускал воздух в местах соединения соломинок. Было решено попробовать обеспечить герметичность путём нанесения пластилина на стыки трубок. Результат превзошёл наши ожидания: система не выпускала воздух настолько, насколько это возможно, используя только подручные средства.

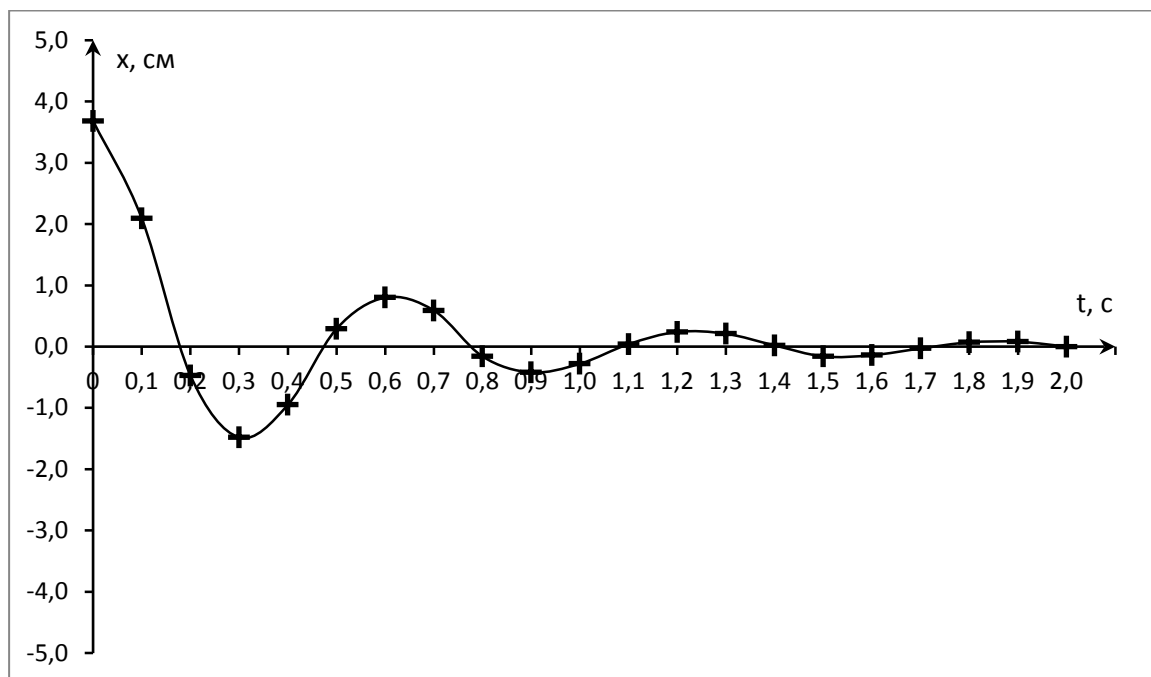
Следующей проблемой оказались недостаточные амплитуда и количество колебаний. Поняв, что данная проблема связана с силой вязкого трения, нами было решено уменьшить площадь соприкосновения воды и трубки. Для этого мы, во-первых, уменьшили количество воды и, во-вторых, уменьшили величину U-образного жёлоба в низу трубки.

После того как мы провели эксперимент, нами было решено зафиксировать колебания системы на камеру и получить зависимости величины колебаний от времени. Начали мы с пузыря. Видеозапись с колебаниями была обработана с помощью Pinnacle Studio и сделаны стоп-кадры с шагом в 0,1 секунды. С помощью штангенциркуля были измерены диаметры пузыря на каждом стоп-кадре, учитывая масштаб и параллакс. График зависимости диаметра пузыря от времени представлен ниже.



Затем мы приступили к съёмке колебаний воды. Для лучшей заметности вода была подкрашена красной краской. Видеозапись была обработана с помощью

Pinnacle Studio, после чего были сделаны стоп-кадры с шагом в 0,1 секунды. По снимкам определялось отклонение столба жидкости с учётом масштаба. По полученным данным был построен график зависимости координаты от времени, считая, что начальная координата совпадает с начальным уровнем воды.





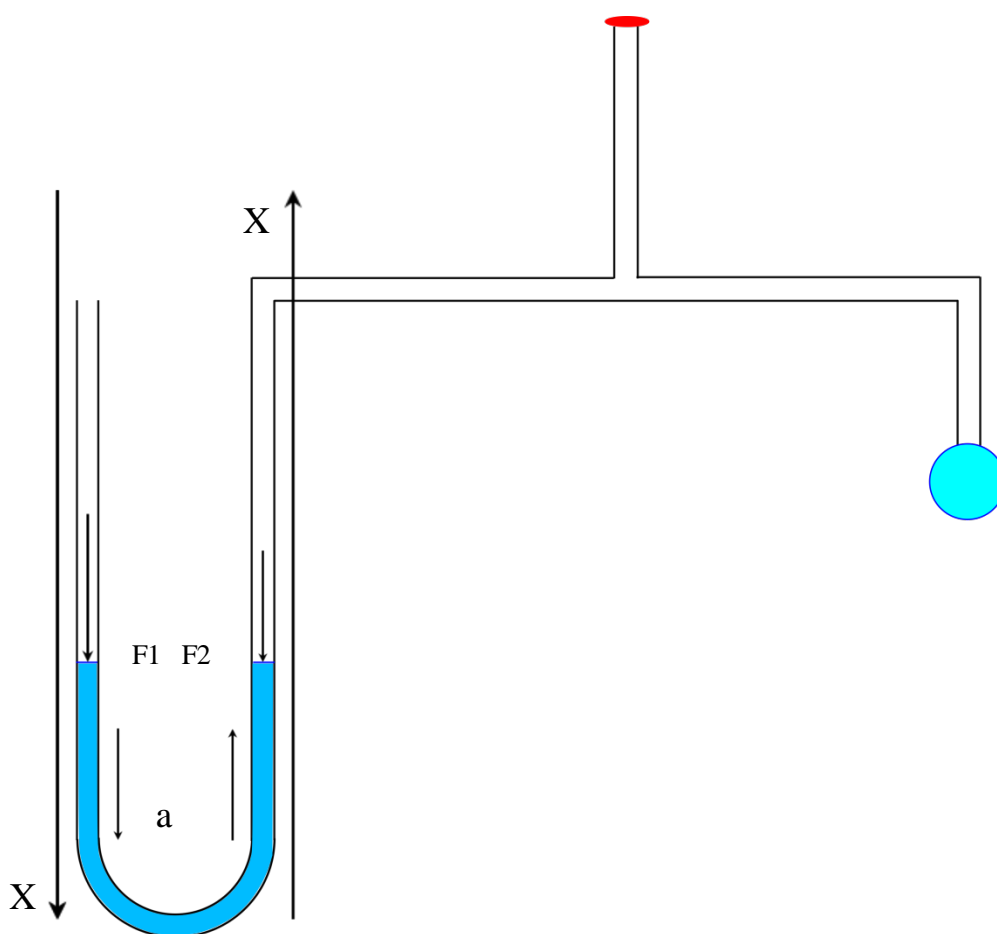
#### IV. Физическое объяснение явления

После того как в один из концов U-образной трубки подаётся струя воздуха, она, сталкиваясь с поверхностью жидкости, начинает оказывать на неё давление. Таким образом, сила давления на столб жидкости в левой, открытой части трубки становится большим, нежели в правой, что приводит к выведению из равновесия системы «столб жидкости в U-образной трубке». Вследствие этого система перейдёт из состояния покоя в состояние ускоренного движения.

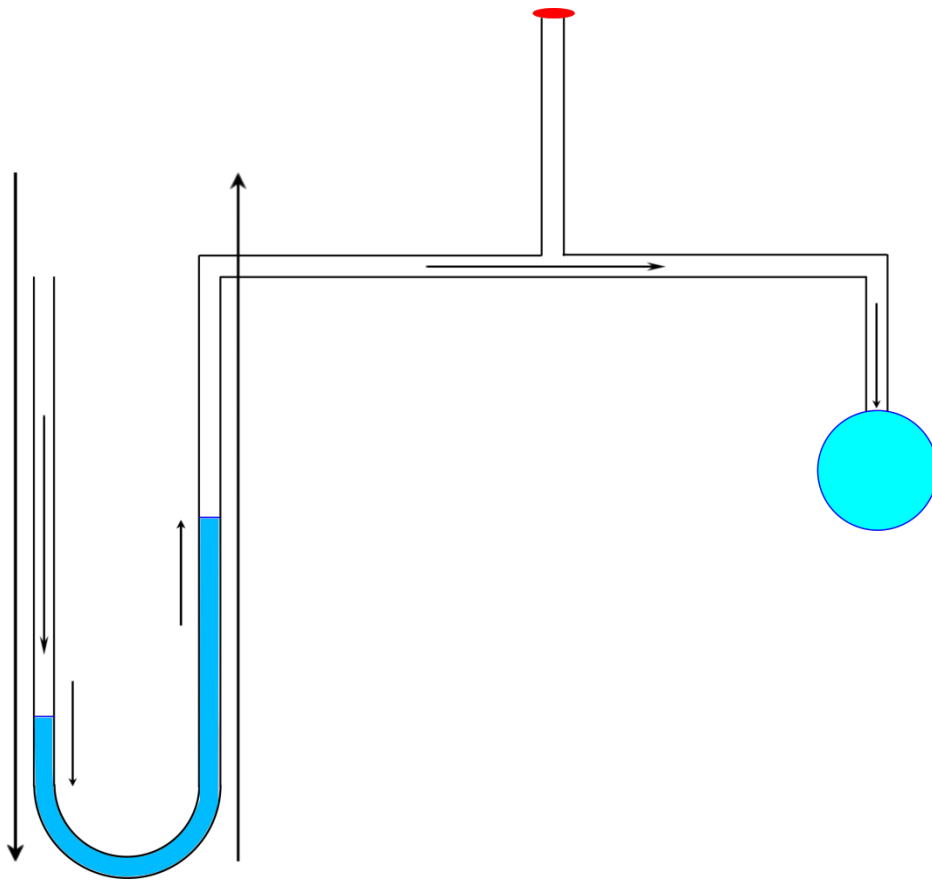
$$F_{\text{давл.лев.}} - F_{\text{давл.прав.}} = ma$$

$$F_{\text{давл.лев.}} > F_{\text{давл.прав.}}$$

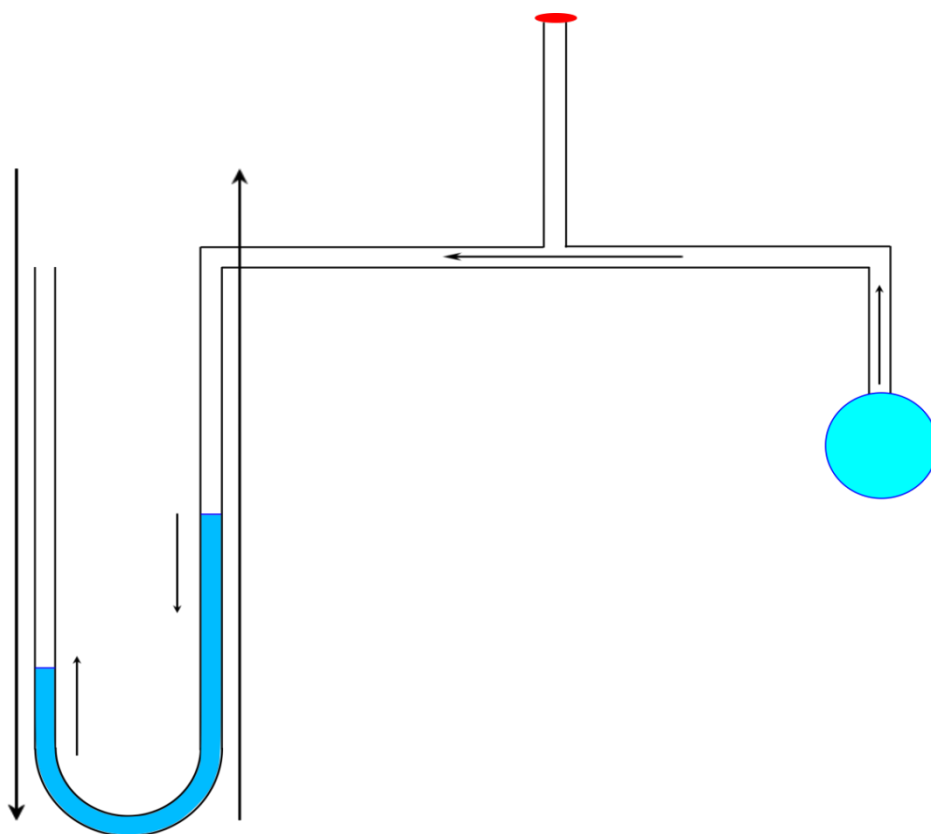
$$a > 0$$



Столб жидкости будет подниматься в правой части трубки и опускаться в левой до тех пор, пока давления не выравняются. Кроме того, движение столба жидкости приведёт также к движению воздуха в Т-образной трубке, что, в свою очередь, к увеличению размера мыльного пузыря.



После того как воздух перестаёт попадать в открытый конец, давление в нём уменьшится и станет равным атмосферному, а столб жидкости, на обе поверхности которого действуют равные силы давления, будет стремиться занять положение с минимальной потенциальной энергией - первоначальное положение равновесия.



По мере того как уровень воды в правом конце трубки будет уменьшаться, потенциальная энергия будет переходить в кинетическую, и потому, когда жидкость будет проходить через точку равновесия, она будет обладать некоторой скоростью, в результате чего продолжит движение вниз. Это движение продолжится до тех пор, пока кинетической энергии станет недостаточно для дальнейшего совершения работы по увеличению высоты столба жидкости в левом конце трубки. Иными словами, пока скорость не станет равна нулю. Кроме того, движение столба жидкости вновь приведёт к движению воздуха в Т-образной трубке, в результате чего мыльный пузырь станет уменьшаться.

После чего описанное повторится для левой части трубки, и на этот раз пузырь увеличится. Система начнёт совершать колебания, которые могли бы продолжаться бесконечно, если бы на воду не действовала сила вязкого трения. Поэтому, по закону изменения полной механической энергии [2, с.350-351], часть энергии будет направлено на работу против этой неконсервативной силы, что, в свою очередь, к небольшому нагреванию трубки. В результате этого энергия системы «столб жидкости в U-образной трубке» будет постепенно уменьшаться, и рано или поздно она вновь перейдёт в положение первоначального равновесия.

## **V. Заключение. Перспективы продолжения работы**

Подведём итоги того, что нами было сделано:

1. Мы изучили тему «Давление под искривлённой поверхностью жидкости»;
2. Мы построили рабочую установку, с помощью которой смогли бы наблюдать колебания в системе «U-образная трубка и мыльный пузырь»;
3. Мы пронаблюдали, как происходят колебания в вышеописанной системе;
4. Мы смогли получить зависимость диаметра от времени для мыльного пузыря;
5. Мы смогли получить зависимость координаты от времени для столба жидкости;
6. Мы смогли физически объяснить колебания в данной системе.

В перспективе перед нами стоит задача создать математическую модель, которая могла бы описывать состояние данной системы в любой момент времени.

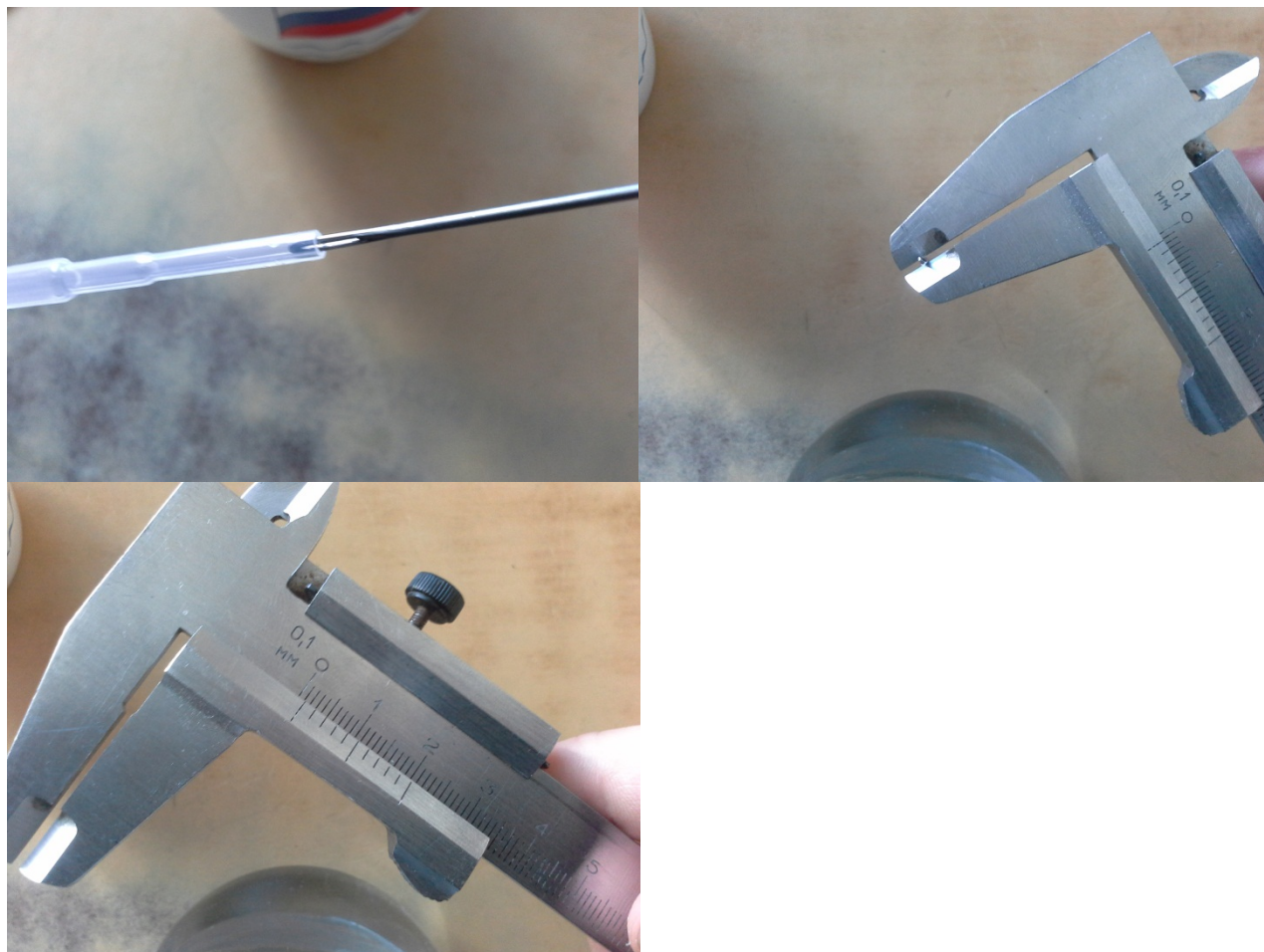
## Приложение

### Определение коэффициента поверхностного натяжения пипеточным методом

Для проведения любого эксперимента, связанного с поверхностным натяжением жидкости, важно знать одну её важную характеристику – коэффициент поверхностного натяжения. Чтобы определить его, зачастую пользуются пипеточным методом. Именно это мы сделали для мыльного раствора.

Для определения коэффициента нам необходимо решить небольшую задачу, но для этого нужно знать ещё две вещи: диаметр отверстия пипетки, из которой мы будем капать, и массу одной капли, выпадающей из пипетки.

Диаметр пипетки измерить достаточно просто. Для этого нужна, собственно, сама пипетка, игла и штангенциркуль. Игла просовывается в отверстие пипетки до тех пор, пока диаметр первой не превысит диаметр отверстия. Затем с помощью штангенциркуля измеряется диаметр иглы в этом месте – он и будет равен диаметру отверстия пипетки. В нашем случае – 1,2 мм.



Затем в мерный стакан наливается мыльный раствор и измеряется его масса. Зная объём и массу раствора, мы можем найти его плотность:

$$\rho = \frac{m_{\text{раст.}}}{V_{\text{раст.}}}$$



Далее в пипетку наливается некоторое количество раствора, причём пипетка, как и мерный стакан, имеет шкалу для определения объёма, так что мы можем определить объём раствора в пипетке и, как следствие, его массу:

$$m_{\text{pip.}} = \rho V_{\text{pip.}} = m_{\text{рас.}} \frac{V_{\text{pip.}}}{V_{\text{рас.}}}$$

Теперь весь раствор выкапывается из пипетки и подсчитывается количество капель. Если учитывать, что объём всех капель был одинаков, то масса одной капли будет равна:

$$m = \frac{m_{\text{pip.}}}{N} = \frac{m_{\text{рас.}}}{N} \frac{V_{\text{pip.}}}{V_{\text{рас.}}}$$

В нашем случае получилось, что масса капли равна 1,6 мг.

Теперь лишь осталось решить простенькую задачу:

Дано:

$$d = 1,2 * 10^{-3} \text{ м}$$

$$m = 1,6 * 10^{-5} \text{ кг}$$

$$\sigma = ?$$

II Закон Ньютона:

$$\sum_i \vec{F}_i + \vec{m}g = \vec{0}$$

x:

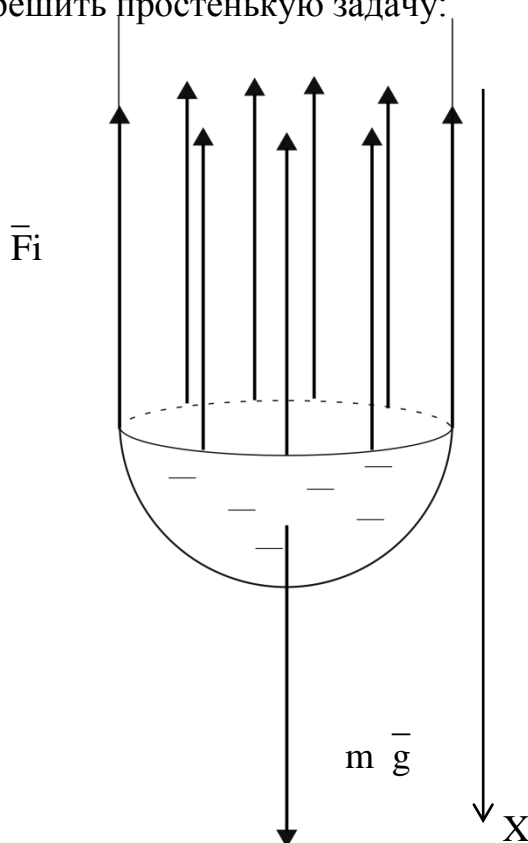
$$\sum_i F_i = mg$$

$$\sum_i \sigma l_i = mg$$

$$\sigma \sum_i l_i = mg$$

$$\sigma \pi d = mg$$

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d} = \frac{1,6 * 10^{-5} * 9,8}{3,14 * 1,2 * 10^{-3}} = 0,041 \left( \frac{H}{M} \right)$$



**Ответ:**  $\sigma = 0,041 \frac{H}{м}$ .

Таким образом, мы без особого труда определили коэффициент поверхностного натяжения для мыльного раствора.



## Список использованной литературы

1. www.pppa.ru – Инженерное дело. [Электронный ресурс]:  
URL: <http://www.pppa.ru/additional/02phy/02/phy31.php> (19.06.2016)
2. Мякишев, Г.Я. Физика : Механика. 10кл. Углублённый уровень : учебник [с.345-348 , 350-351] / Г.Я.Мякишев, А.З.Синяков. — 3-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2015. —510, [2]с. : ил.