

Краевая научно-практическая конференция  
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

**Динамика «сдувания» мыльного пузыря**

Петренко Анастасия Михайловна  
11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,  
Казанцева Анастасия Андреевна  
11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,  
Коготкова Дария Олеговна  
11 кл., МБОУ «Лицей №1», г. Пермь,  
Имакаев Виктор Раульевич,  
д.ф.н., доцент ПГНИУ.

Пермь. 2016.

## Оглавление

<b>Введение</b> .....	<b>3</b>
Цели и задачи.....	4
<b>Теоретическое описание явлений, происходящих в опыте</b> .....	<b>5</b>
Поверхностное натяжение. Давление под искривленной поверхностью жидкости .....	5
Давление под искривленной поверхностью жидкости .....	7
<b>Эксперимент по изменению диаметра мыльного пузыря и его сжатия с течением времени</b> .....	<b>8</b>
<b>Эксперимент по измерению диаметра мыльного пузыря в трубке, расходящейся в противоположные стороны</b> .....	<b>10</b>
<b>Физическое описание экспериментов. Действие сил на воздух в пузыре и трубочке</b> .....	<b>12</b>
<b>Заключение, перспективы исследования</b> .....	<b>13</b>
<b>Приложения</b> .....	<b>14</b>
Измерение коэффициента поверхностного натяжения в мыльном растворе.....	14
Ошибка параллакса.....	16
<b>Список литературы</b> .....	<b>17</b>

## **Введение:**

Мыльный пузырь – тонкая многослойная пленка мыльной воды, наполненная воздухом. Пузыри можно формировать из любых жидкостей, точнее растворов поверхностно-активных веществ, имеющих достаточную полярность молекул, например, из водных растворов мыла. Сферическая форма пузыря обусловлена действием сил поверхностного натяжения, стягивающих мембрану к форме с наименьшей площадью поверхности.

Для надувания пузыря, необходимо: окунуть трубку в раствор, держать ее отвесно и аккуратно дуть таким образом, чтобы на ее конце образовалась пленка жидкости. Эта пленка состоит из тонкого слоя воды, заключенного между двумя слоями молекул, чаще всего мыла. Эти слои содержат в себе молекулы, одна часть которых является гидрофильной, а другая гидрофобной. Гидрофильная часть привлекается тонким слоем воды, в то время как защищающие воду от быстрого испарения, а гидрофобная, наоборот, выталкивается.

Что же происходит с мыльной пленкой после надувания пузыря? Как изменяется размер мыльного пузыря с течением времени?

*(данные взяты из источников, ссылки которых указаны в списке литературы 2,3)*

## Цели и задачи работы:

Цели: изучить динамику мыльного пузыря

Задачи:

1. Изучить литературу по теме «мыльные пузыри»
2. С помощью экспериментов пронаблюдать основные свойства мыльных пузырей.
3. Изучить свойства мыльной пленки (поверхностное натяжение).
4. Рассчитать среднее время жизни мыльного пузыря.
5. Измерить диаметр мыльного пузыря с учетом ошибки параллакса.
6. Пронаблюдать за изменением диаметра мыльного пузыря с течением времени.
7. Вывести зависимость изменения диаметра мыльного пузыря с течением времени.
8. Пронаблюдать за изменением диаметра мыльного пузыря, надутого с помощью трубочки, расходящейся в две стороны, с течением времени.
9. Физически описать, происходящие с мыльным пузырём явления.
10. Описать перспективы дальнейшего исследования.

## Теоретическое описание явлений, наблюдаемых в опытах

### 1. Поверхностное натяжение.

В окружающем нас мире наряду с тяготением, упругостью и трением действует еще одна сила, на которую мы обычно мало обращаем внимание. Сила эта сравнительно не велика, её действие никогда не вызывает впечатляющих эффектов и представляет собой удельную поверхностную энергию, т.е. энергию, приходящуюся на поверхность единичной площади.

Сила поверхностного натяжения направлена по касательной к свободной поверхности жидкости, перпендикулярно к ее границе. Сила поверхностного натяжения стремится уменьшить поверхность.

$\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения численно равен силе поверхностного натяжения, действующей на единицу длины границы свободной поверхности жидкости:

$$\sigma = \frac{F}{l}, \quad (1)$$

где  $l$  – длина участка контура, на который действует сила  $F$ . (смотри приложение 1)

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от природы жидкости, от температуры и от наличия примесей.

Наблюдая за отрывом капли жидкости от вертикальной узкой трубки, можно определить коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

Рассмотрим, как растет капля жидкости при выходе из узкой трубки. Размер капли постепенно нарастает, но отрывается она только тогда, когда достигает определенного размера (рис. 1 *a*).

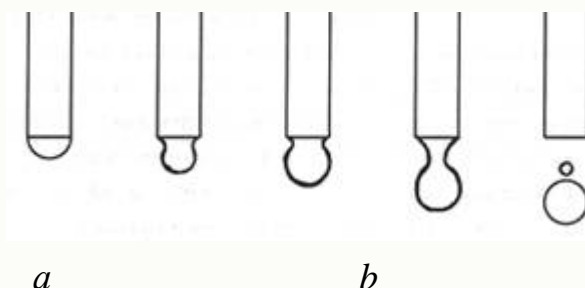


Рис. 1.

Пока капля недостаточно велика, силы поверхностного натяжения достаточны, чтобы противостоять силе тяжести и предотвратить отрыв. Пока капля удерживается на конце капиллярной трубки, на нее будут действовать силы:

1) сила тяжести, направленная вертикально вниз и стремящаяся оторвать каплю (рис. 2);

2) силы поверхностного натяжения, направленные по касательной к свободной поверхности жидкости и перпендикулярны к ее границе  $l$ .

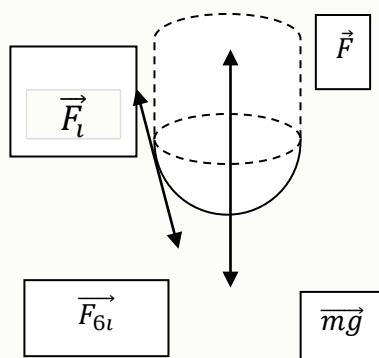


Рис. 2.

Эти силы стремятся удержать каплю. Результирующая сила поверхностного натяжения  $\vec{F}$  направлена вверх и равна

$$F = \sigma l, \quad (2)$$

где  $l$  – длина свободной поверхности капли. Когда сила тяжести станет равна силе поверхностного натяжения, произойдет отрыв капли:

С учетом (2) запишем:

$$mg = \sigma l. \quad (3)$$

Так как длина свободной поверхности капли

$$l = \pi d,$$

где  $d$  – диаметр капли, следовательно

$$mg = \sigma \pi d,$$

откуда

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}. \quad (4)$$

Масса одной капли

$$m_k = \rho V_k,$$

где  $\rho$  плотность жидкости (для воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ),  $V_k$  – объем одной капли.

Если посчитать, сколько капель вытечет из пипетки в мерный стакан, и измерить их объем  $V$ , то можно найти объем одной капли:

$$V_k = \frac{V}{N}.$$

Тогда коэффициент поверхностного натяжения можно рассчитать по формуле:

$$\sigma = \frac{\rho V g}{\pi d N} \quad (5)$$

## 2. Давление под искривленной поверхностью жидкости.

В каплях жидкости и внутри мыльных пузырей из-за сил поверхностного натяжения возникает избыточное давление. Если мысленно разрезать сферическую каплю радиуса  $R$  на две половинки, то каждая из них должна находиться в равновесии под действием сил поверхностного натяжения  $2\pi R$  приложенных к границе разреза, и сил избыточного давления  $\pi R^2$  действующих на площадь сечения  $\sigma * 2\pi R = \Delta P * \pi R^2 \rightarrow \Delta P = \frac{2\sigma}{R}$

Условие равновесия для капли жидкости

Условие равновесия для мыльного пузыря:  $\sigma * 4\pi R = \Delta P * \pi R^2 \rightarrow \Delta P = \frac{4\sigma}{R}$

Избыточное давление внутри мыльного пузыря в два раза больше, так как пленка имеет две поверхности.

*(информация взята из источника по ссылке 4)*

## Эксперимент по изменению диаметра мыльного пузыря и его сжатия с течением времени

Один из важных экспериментов, поставленных нашей группой, был эксперимент по измерению времени сжатия пузыря. Данное исследование проводилось следующим образом:

Первым делом наша группа сделала неподвижную конструкцию для закрепления трубочки, чтобы получить максимально точный результат при работе. Данный механизм состоял из деревянной доски, закрепленной на столе, листа бумаги в клетку длиной 40 см и соответственно самой трубочки, зафиксированной перед клетчатым фоном на расстоянии 4,5 см с помощью пластилина. Окунаем трубочку в мыльный раствор, приготовленный из 100 мл дистиллированной воды и 2 мл средства для мытья посуды «AOS» (раствор, указанный в приложении 1) и медленно надуваем пузырь. Зажимаем конец трубочки пальцем и наблюдаем процесс сжатия мыльного пузыря, заранее установив напротив трубочки видеокамеру на расстоянии 17,2 см. Обработываем видео на компьютере, расформировывая на отдельные изображения, зафиксированные через равный интервал времени, равный 1 с. Выводим фотографии пузыря на клетчатом фоне с помощью принтера (рис. 1). Линейкой измеряем диаметр пузыря на всех изображениях, прокрученных с промежутком времени в 1 с и в результате получаем следующие данные: время сжатия пузыря составило 11 с, диаметр пузыря на бумаге в течении указанного времени принимал следующие значения:

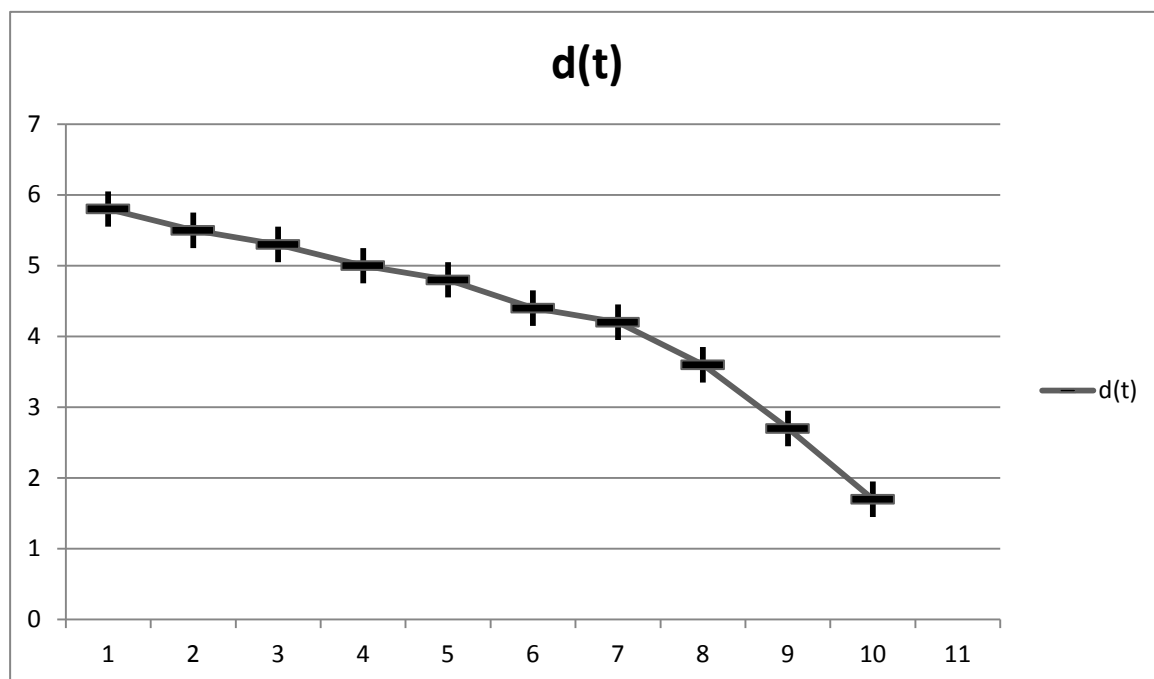
t, с	Диаметра распечатанного изображения пузыря, см
1	13,1
2	12,6
3	12,1
4	11,4
5	11,0
6	10,2
7	9,5
8	8,1
9	6,3
10	4
11	2



Учитывая масштаб изображения 5:9, ошибку параллакса, указанную в приложении 2 и доверительный интервал, находим диаметр реального пузыря в каждый момент времени:

t, с	Диаметр реального пузыря с учетом масштаба и ошибки параллакса, см
1	$5,8 \pm 0,25$
2	$5,5 \pm 0,25$
3	$5,3 \pm 0,25$
4	$5,0 \pm 0,25$
5	$4,8 \pm 0,25$
6	$4,4 \pm 0,25$
7	$4,2 \pm 0,25$
8	$3,6 \pm 0,25$
9	$2,7 \pm 0,25$
10	$1,7 \pm 0,25$
11	$0,8 \pm 0,25$

Исходя из данных значений диаметра реального пузыря, составим график зависимости диаметра пузыря от времени:



В ходе данного эксперимента нам удалось измерить диаметр мыльного пузыря и составить зависимость изменения диаметра от времени.

## Эксперимент по измерению диаметра мыльного пузыря в трубке, расходящейся в противоположные стороны

Наш второй эксперимент заключался в том, чтобы измерить диаметр мыльного пузыря в трубке, расходящейся в противоположные стороны при условии, что один конец будет полностью открыт, а другой конец перекрыт пальцем. Так же мы должны были вывести зависимость изменения радиуса от времени.

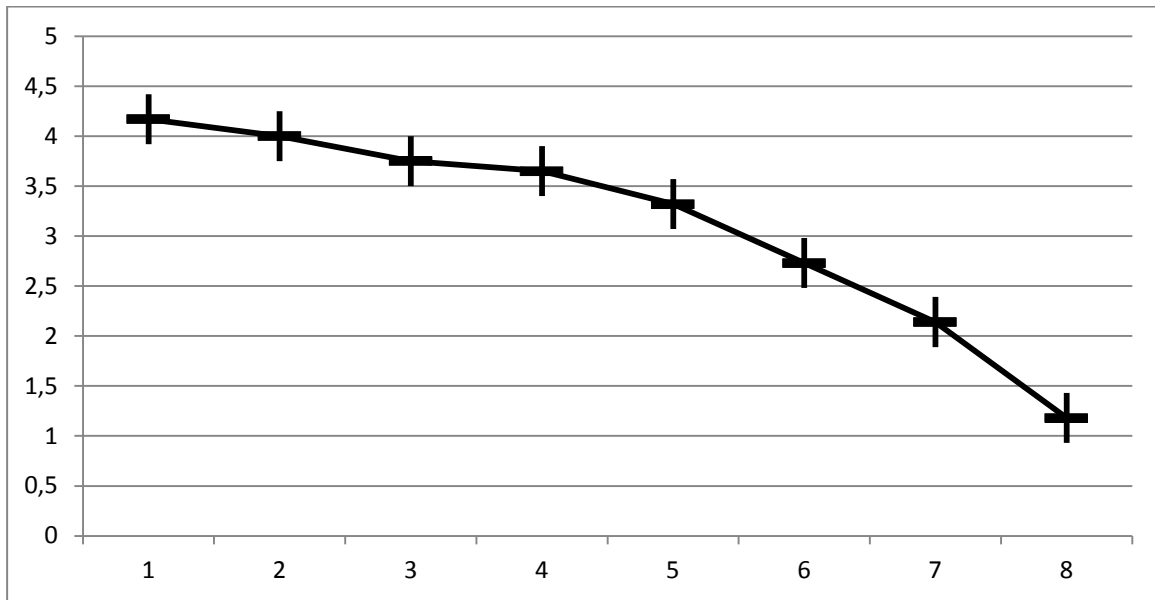
Для проведения этого эксперимента на нужно было следующее оборудование: трубочка, расходящаяся в противоположные стороны, мыльный раствор, линейка, бумага в клетку, видеокамера, компьютер, принтер.

Для начала мы зафиксировали на заднем плане лист бумаги в клетку для измерения диаметра мыльного пузыря. Далее один из концов трубки зажали пальцем, а два других оставили открытыми. Потом мы один из открытых концов трубки обмакнули в мыльный раствор и начали надувать пузырь через чистый конец. Когда пузырь надулся, мы зажали отверстие, через которое надували пузырь, и открыли отверстие, которое было заткнуто пальцем. С помощью видеокамеры мы сняли процесс сжатия мыльного пузыря. Используя компьютер, мы разделили видео на кадры, которые сняты с интервалом в одну секунду. Мы распечатали кадры на принтере и с помощью линейки измерили диаметр мыльного пузыря. Так же мы определили масштаб соотношения фотографии с реальностью (измерили размер клеточек на расчерченном листе). Далее мы измерили диаметр мыльного пузыря с учетом ошибки параллакса (прил. 2). В конце мы составили зависимость диаметра мыльного пузыря от времени.

В таблице ниже представлены все измерения, зафиксированные нами.

t,сек	Диаметр распечатанного пузыря, см	Масштаб	Диаметр реального пузыря, см	Диаметр с учетом ошибки параллакса, см
1	7.8	5:7	5.57	4.17±0,25
2	7.5	5:7	5.36	4.0±0,25
3	7.0	5:7	5.0	3.75±0,25
4	6.8	5:7	4.86	3.65±0,25
5	6.2	5:7	4.43	3.32±0,25
6	5.1	5:7	3.64	2.73±0,25
7	4.0	5:7	2.85	2.14±0,25
8	2.2	5:7	1.57	1.18±0,25

Здесь представлен график зависимости диаметра пузыря( $d$ ) от времени( $t$ ):



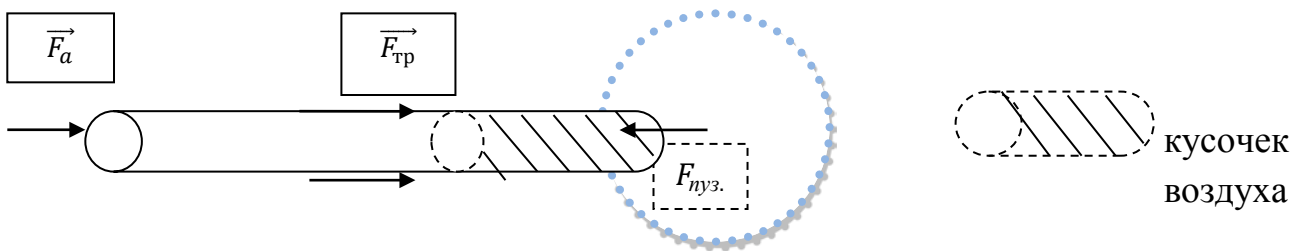
В ходе эксперимента мы выяснили, что диаметр пузыря с течением времени будет уменьшаться.

## Физическое описание экспериментов. Действие сил на воздух в пузыре и трубочке

Диаметр пузыря уменьшается из-за разницы давлений внутри пузыря и снаружи.

$$P_a < P_{\text{пуз}}$$

Перепад давления в пузыре действует на воздух в трубке.



$\vec{F}_{\text{пуз}} > \vec{F}_a$ , следовательно, воздух из мыльного пузыря выходит в открытый конец трубочки, то есть в сторону, где находится меньшая сила, и большая сила придает ускорение кусочку воздуха. Также на воздух действует сила вязкого трения, которая тормозит его. Таким образом, из мыльного пузыря выходит воздух, поэтому он сжимается.

## **Заключение, перспективы исследования**

В результате всех проделанных нами опытов, мы изучили тему поверхностного натяжения, а именно вычисление коэффициента поверхностного натяжения пипеточным методом и явление ошибки параллакса, научились вычислять диаметр мыльного пузыря, выявили зависимость изменения диаметра пузыря от времени, физически описали эксперименты. Таким образом, поставленная цель: исследовать и описать динамику мыльного пузыря, была достигнута.

В дальнейшем мы планируем:

1. Составить теоретическую зависимость изменения диаметра мыльного пузыря от времени.
2. Сравнить экспериментально полученную зависимость с теоретической.

## Приложения:

### 1) Нахождение коэффициента поверхностного натяжения в растворе.

Этот эксперимент мы проводили с целью нахождения коэффициента поверхностного натяжения в растворе, состоящем из воды и моющего средства, который мы в дальнейшем использовали для надувания мыльных пузырей.

Для проведения этого эксперимента нам было необходимо следующее оборудование: пипетка, шприц, мерный стакан, сосуд, штангенциркуль, игла, моющее средство (AOS), вода.

Для начала мы сделали раствор, состоящий из 100 мл дистиллированной воды и 2 мл моющего средства. Далее, используя пипетку, мы из общего раствора отделили 100 капель раствора в отдельный сосуд. С помощью шприца мы измерили объем 100 капель мыльного раствора. Потом мы вычислили объем одной капли и по формуле нашли её массу. Зная массу одной капли раствора, диаметр пипетки, мы нашли коэффициент поверхностного натяжения.

Все необходимые вычисления представлены ниже.

Так же для вычислений нам были необходимы следующие данные:  $V_1=100$  мл= $1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup> (объем воды);  $V_2=2$  мл= $2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup> (объем моющего средства);  $d=0,9$  мм= $0,9 \cdot 10^{-3}$  м (диаметр пипетки);  $N=100$  (количество капель);  $\rho(\text{AOS})=1,1 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> (плотность моющего средства);  $\rho(\text{H}_2\text{O})=10^3$  кг/м<sup>3</sup> (плотность воды).

1) Измерим  $V_3$  ( $V_3=2$  мл= $2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>)

2)  $V=V_3/N=2 \cdot 10^{-6}/100=2 \cdot 10^{-8}$  (м<sup>3</sup>) - объем одной капли

3) Найдем массу AOS:

$$m(\text{AOS})=\rho(\text{AOS}) \cdot V_2=1,1 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}=2,2 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}$$

4) Найдем массу воды:

$$m(\text{H}_2\text{O})=\rho(\text{H}_2\text{O}) \cdot V_1=10^3 \cdot 10^{-4}=0,1 \text{ (кг)}$$

5) Найдем массу раствора:

$$M=m(\text{H}_2\text{O})+m(\text{AOS})$$

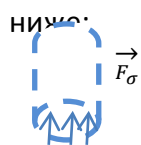
6) Найдем плотность раствора:

$$\rho=M/(V_1+V_2)=(m(\text{H}_2\text{O})+m(\text{AOS}))/(V_1+V_2)=(2,2 \cdot 10^{-3}+0,1)/(10^{-4}+2 \cdot 10^{-6})=1002 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$

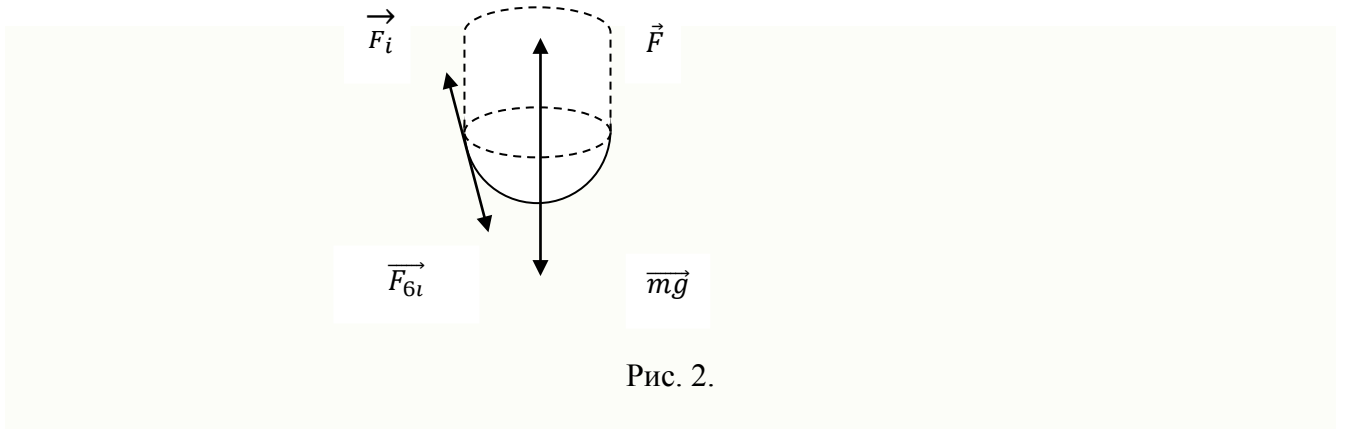
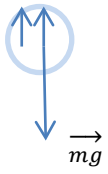
7) Вычислим массу 1 капли:

$$m=V \cdot \rho=2 \cdot 10^{-8} \cdot 1002=2 \cdot 10^{-5} \text{ (кг)}$$

8) Найдем коэффициент поверхностного натяжения исходя из формулы, которую мы вывели



$F_\sigma > F_{mg}$ , поэтому капля не отрывается



По ||| закону Ньютона:  $|F_i| = |F_{\sigma i}|$

$$\sum_i F_i = mg$$

$$\sum_i \sigma l_i = mg$$

$$\sigma \sum_i l_i = mg$$

$$\sigma \pi d = mg$$

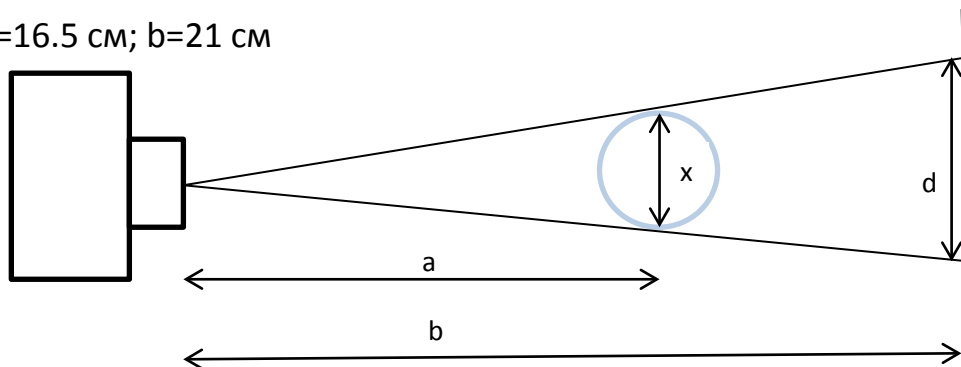
$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}$$

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10}{3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 0,021 \text{ (Н/м)}$$

## 2) Описание ошибки параллакса

Параллакс – изменение видимого положения объекта относительно удаленного фона в зависимости от положения наблюдателя.

$a=16.5$  см;  $b=21$  см



Мы распечатали фотографии мыльных пузырей на принтере. Далее мы измерили размер клетки расчерченной бумаги на фото и на самой бумаге, на которой мы делали фотографии. С помощью этих величин мы вычислили масштаб, он получился равным  $\frac{5}{8}$ . Затем мы измерили диаметр мыльного пузыря на фото ( $D=10,2$  см) и вычислили реальный размер:

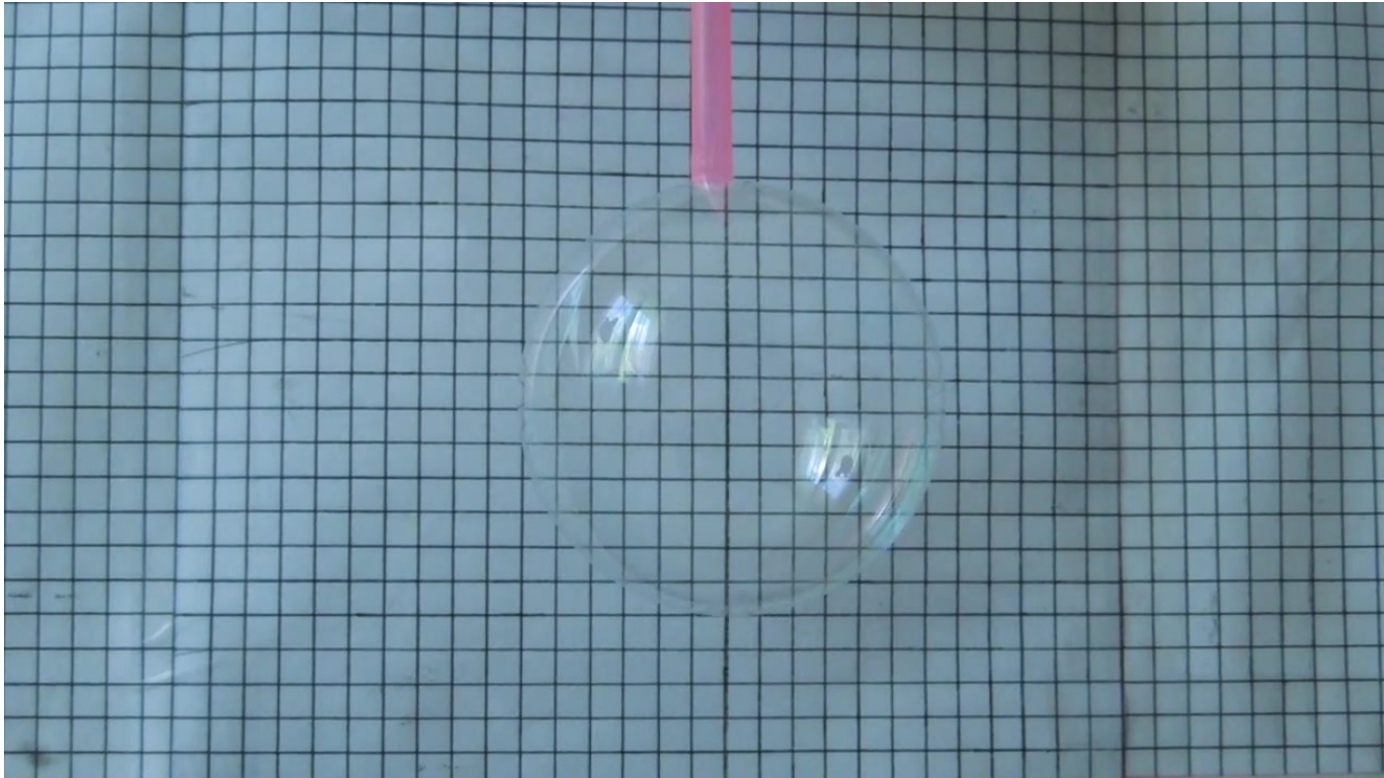
$$\frac{d}{5} = \frac{D}{8} \quad d=6,4 \text{ см}$$

По подобию треугольников:  $\frac{a}{b} = \frac{x}{d} \Rightarrow x = \frac{ad}{b}$

$$x = \frac{16,5 * 6,4}{21} = 5,03 \text{ см}$$

$d-x=6,4-5=1,4$  см – ошибка параллакса





(рис. 1)

## Список литературы

1. Мякишев, Г.Я. Физика : Молекулярная физика. Термодинамика. 10кл. Углублённый уровень: учебник [с.241-244,249-254, 259-262] / Г.Я.Мякишев, А.З.Синяков. — 3-е изд., стереотип. — М. : Дрофа,2015. —350, [2]с.: ил.
2. Википедия. Мыльный пузырь . [ Электронный ресурс] : online-статья. 2010.-.  
URL:[https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D1%8B%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9\\_%D0%BF%D1%83%D0%B7%D1%8B%D1%80%D1%8C](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D1%8B%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D1%83%D0%B7%D1%8B%D1%80%D1%8C) (Дата обращения: 18.06.2016)
3. Занимательная-физика.рф. Мыльные пузыри. [ Электронный ресурс]: online-статья. 2004.-2015. URL: [http://afizika.ru/svoystvazhidkosteigazov/103-milniepuziri\\_3](http://afizika.ru/svoystvazhidkosteigazov/103-milniepuziri_3) (Дата обращения: 18.06.2016)
4. Традиция. Мыльные пузыри. [ Электронный ресурс]: online-статья. 2010.-.  
URL:[https://tradio.wiki/%D0%9C%D1%8B%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9\\_%D0%BF%D1%83%D0%B7%D1%8B%D1%80%D1%8C](https://tradio.wiki/%D0%9C%D1%8B%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D1%83%D0%B7%D1%8B%D1%80%D1%8C)
5. Капли жидкости и поверхностное натяжение. [ Электронный ресурс]: Лабораторная работа. 2014. URL: <http://phys-bsu.narod.ru/lib/mkt/mkt/208.htm>