

Краевая научно-практическая конференция  
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики»

Прикладные вопросы математики

**Математические расчеты химических задач**

Звягин Кирилл Владимирович,  
11 класс, МАОУ «Лицей №9», г. Пермь,  
Половникова Галина Евгеньевна,  
учитель математики I категории  
МАОУ «Лицей №9», г. Пермь.

Пермь. 2016.

## Содержание

1. Введение.....	3
2. Глава 1. Математические расчеты задач на проценты.....	4
3. Глава 2. Математические расчеты химических задач.....	10
4. Глава 3. Задачи на смеси и сплавы из ЕГЭ.....	15
5. Заключение.....	18
6. Литература.....	19
7. Приложение.....	20

## Введение

Каждый день в нашей жизни происходят изменения. Некоторые из них остаются незамеченными, и только спустя время мы можем судить о том, что изменилось. Например, по мере роста человека у него изменяется характер, поведение, речь и многие другие факторы. Это происходит каждый день, но заметить мы это можем, если будем охватывать большие периоды нашей жизни. Когда человек болеет, он пьет лекарства. Все лекарства – это растворы неких химических веществ. Когда они поступают в наш организм, они его изменяют, но мы этого не ощущаем. Только после полного выздоровления, мы можем ответить, как лекарства изменили наш организм.

Другие изменения могут резко и сильно изменить нашу жизнь в одно мгновение. Возьмем, к примеру, политические изменения в наше время. В позапрошлом году произошел резкий скачок доллара по отношению к рублю. Это очень сильно отразилось на экономике страны, и как следствие, на повседневной жизни россиян. Людям пришлось больше экономить, в связи с ростом цен на товары, многие досуговые мероприятия поднялись в цене, и людям пришлось отказаться от их посещения.

На уроках математики мы решаем задачи, которые тоже связаны с изменениями. Например, такими задачами являются задачи на смеси и сплавы, задачи на изменение цены товара, то есть задачи на проценты.

Цели:

- Предложить некоторые теоретические выводы по теме: «Задачи на проценты».
- Овладеть методами решения задач на смеси и сплавы.
- Применить различные методы для решения задач из ЕГЭ.

Объект исследования: задачи на смеси и сплавы, на проценты.

Гипотеза: Математические формулы не всегда применимы для решения химических задач.

## Глава I

Работая в профильных естественно-математических классах, нам нередко приходится решать расчетные задачи с химико-математическим содержанием. Это в основном задачи на смеси, сплавы, растворы. Задачи эти включены в кодификаторы ЕГЭ и по химии, и по математике, причем в структуре экзаменационной работы считаются заданиями повышенного уровня сложности. Некоторые старшеклассники, увидев задачу на смеси, сплавы и растворы, сразу отказываются их решать. Их можно понять: темы 10-11 класса далеки от этих задач. В учебниках их мало, а в вариантах экзаменов есть во всех.

При решении задач данного типа очевидны межпредметные связи математики с химией, что позволяет повысить учебную мотивацию учащихся.

Задачи на нахождение процентной концентрации представляют в настоящее время интерес для всех людей. В жизни каждый из нас постоянно встречается с растворами, смесями, сплавами. Немаловажным является тот факт, что такие задачи выразительно демонстрируют практическую ценность математики и химии.

Задачи на смеси и сплавы решаются как на уроках математики, так и на уроках химии. Можно ли найти универсальный метод решения подобных задач, или эти задачи надо решать на разных уроках различными методами? Возможно, ли таким методом решить задачи из реальной жизни?

В школьном курсе математики задачи такого типа изложены не компактно, не четко. Учащиеся при подходе к итоговой аттестации в 9-х и 11-х классах сталкиваются с проблемой решения задач на проценты, а они есть в ЕГЭ.

Задачи на смеси, растворы и сплавы называют еще задачами на процентное содержание или концентрацию. Данный тип задач охватывает большой круг ситуаций – смешение товаров разной цены, жидкостей с

различным содержанием соли, кислот различной концентрации, сплавление металлов с различным содержанием некоторого металла и пр.

В задачах на смеси и сплавы важно уметь определять концентрацию вещества.

Что же такое концентрация?

Концентрация вещества в растворе (смеси, сплаве) – это отношение массы или объема вещества к массе или объему всего раствора (смеси, сплава).

Как правило, концентрация выражается в процентах. Что такое процент? Процент – это сотая доля числа. Она может выражаться либо в виде десятичной дроби (0,01) либо в виде процента (1%).

Рассмотрим некоторые типы задачи на смеси, сплавы и проценты.

### Задача 1

Найти процентное содержание некоторого вещества при смешении двух смесей (растворов). Пусть  $X$  – масса I смеси,  $Y$  – масса II смеси.

$P_1$  – процент содержания вещества в I смеси.

$P_2$  – процент содержания вещества во II смеси.

$P_3$  – процентное содержание вещества при смешивании смесей.

$\frac{P_1}{100} * X$  – масса вещества в I смеси.

$\frac{P_2}{100} * Y$  – масса вещества во II смеси.

Составляем уравнение:  $\frac{P_1}{100} * X + \frac{P_2}{100} * Y = (X+Y) * \frac{P_3}{100}$ .

Найти  $P_3$ .

$$\frac{P_3}{100} = \frac{\frac{P_1}{100} * X + \frac{P_2}{100} * Y}{X+Y};$$

$$P_3 = \frac{\frac{P_1 * X + P_2 * Y}{100}}{X+Y};$$

$$P_3 = \frac{(P_1 * X + P_2 * Y) * 100}{100(X+Y)};$$

$$P_3 = \frac{P_1 * X + P_2 * Y}{X+Y};$$

$$\text{Ответ: } P_3 = \frac{P_1 * X + P_2 * Y}{X + Y}.$$

## Задача 2

Найти массу вещества без примесей, которую добавили к раствору (смеси). Пусть  $X$  – масса I смеси,  $Z$  – масса вещества без примесей.

$P_1$  – процент содержания вещества в I смеси.

$P_2$  – процент содержания вещества при смешивании смесей.

$$\text{Составляем уравнение: } \frac{P_1}{100} * X = (X + Z) * \frac{P_2}{100}.$$

Найти  $Z$ .

$$P_1 * X = (X + Z) * P_2;$$

$$P_1 * X = X * P_2 + Z * P_2;$$

$$Z * P_2 = P_1 * X - X * P_2;$$

$$Z * P_2 = X * (P_1 - P_2);$$

$$Z = \frac{X * (P_1 - P_2)}{P_2};$$

$$\text{Ответ: } Z = \frac{X * (P_1 - P_2)}{P_2}.$$

При смешивании двух смесей с добавлением чистого вещества без примесей не трудно вывести формулу для вычисления этого чистого вещества.

$$Z = \frac{X * (P_1 - P_3) + Y * (P_2 - P_3)}{P_3}.$$

Мы вывели формулы для решения такого типа задач.

Каждый день на каждой кухне мы готовим разнообразные блюда. И даже не задумываемся, что математика с нами. Например, смешивая сметану разной жирности, мы не задумывайся, что смесь будет иметь другой процент жирности. Или, если мы пересолим суп, то добавляем воду на глаз, а могли бы воспользоваться знаниями математики и узнать, какое количество воды понадобится.

## Задача 3

Найти % жирности сметаны, если смешали 100 грамм – 20% жирности сметаны и 500 грамм – 10% жирности?

Решение: I способ.

$$100*0,2 + 500*0,1 = 600*X;$$

$$20 + 50 = 600*X;$$

$$70 = 600*X;$$

$$X = \frac{70}{600};$$

$$X = \frac{7}{60};$$

$$100 * \frac{7}{60} = 11\frac{4}{6} = 11\frac{2}{3}\%;$$

II способ.

Воспользуемся формулой задачи №1.

$$P_3 = \frac{20*100+500*10}{100+500} = \frac{2000+5000}{600} = \frac{7000}{600} = 11\frac{2}{3}\%.$$

Ответ.  $11\frac{2}{3}\%$ .

#### Задача 4

Сколько пресной воды надо добавить к 30 килограмм морской воды, которая содержит 5% соли, чтобы уровень соли снизился до 1,5%?

Решение: I способ.

$$30*0,05 = (30 + Z) * 0,015;$$

$$1,5 = 0,45 + 0,015 * Z;$$

$$1,5 - 0,45 = 0,015 * Z;$$

$$1,05 = 0,015 * Z;$$

$$X = \frac{1,05}{0,015};$$

$$X = 70.$$

II способ.

Воспользуемся формулой задачи №2.

$$Z = \frac{30*(0,05-0,015)}{0,015} = 70.$$

Ответ. 70 килограмм.

Одним из старинных методов решения задач на смеси и сплавы является правило креста или квадрат Пирсона.

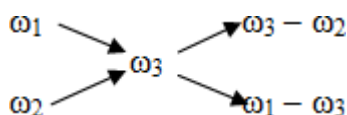
Допустим, нужно приготовить раствор определенной концентрации, имея в распоряжении два раствора с более высокой и менее высокой концентрацией, чем нужно нам. Тогда, если обозначить массу первого раствора через  $m_1$ , а второго – через  $m_2$ , то при смешивании общая масса смеси будет складываться из суммы этих масс. Пусть массовая доля растворённого вещества в первом растворе – 1, во втором – 2, а в их смеси – 3. Тогда общая масса растворённого вещества в смеси будет складываться из масс растворённого вещества в исходных растворах:

$$m_1 * 1 + m_2 * 2 = 3 * (m_1 + m_2).$$

$$\text{Отсюда } m_1 * (1 - 3) = m_2 * (3 - 2).$$

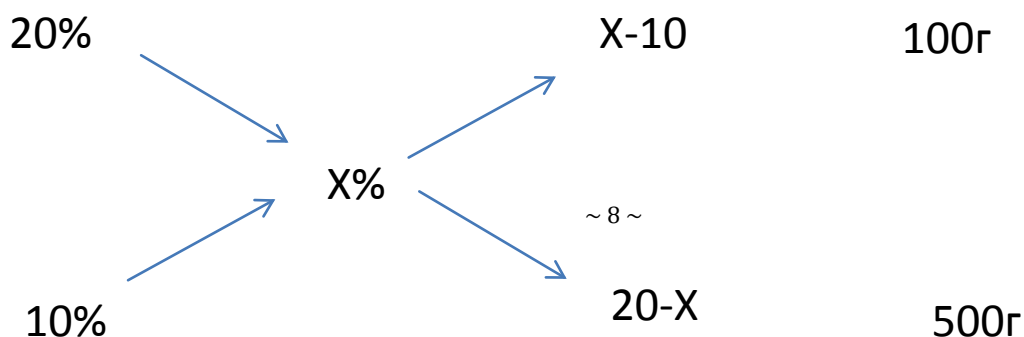
Видно, что отношение массы первого раствора к массе второго раствора есть отношение разности массовых долей растворённого вещества в смеси и во втором растворе к разности соответствующих величин в первом растворе и в смеси.

При решении задач на растворы с разными концентрациями чаще всего применяют диагональную схему правила смешения. При расчётах записывают одну над другой массовые доли растворённого вещества в исходных растворах, справа между ними – его массовую долю в растворе, который нужно приготовить, и вычитают по диагонали из большего меньшее значение. Разности их вычитаний показывают массовые доли для первого и второго растворов, необходимые для приготовления нужного раствора.



Решим задачу 3 методом Пирсона.

Найти % жирности сметаны, если смешали 100 грамм – 20% жирности сметаны и 500 грамм – 10% жирности?





$$\frac{100}{500} = \frac{X-10}{20-X},$$

$$500 * X - 5000 = 2000 - 100 * X;$$

$$7000 = 600 * X;$$

$$X = 11 \frac{2}{3}\%;$$

$$\text{Ответ. } 11 \frac{2}{3}\%.$$

Как мы видим, прикладное значение этой темы очень велико, и затрагивает экономическую, социальную сторону жизни.

## Глава II

Математика связана со многими другими науками и является их базой. Например, такие науки как физика, химия, информатика не могут существовать без знаний математики.

Рассмотрим химические задачи. Они все тесно переплетаются с математическими задачами.

### Задача 1

Смешаны 100 грамм раствора с массовой долей 20% и 50 грамм раствора с массовой долей этого вещества 32%. Вычислите массовую долю растворённого вещества во вновь полученном растворе.

Решим эту задачу, используя правило смешения.

Запишем условие задачи в таблицу:

	1 раствор	2 раствор	3 раствор
Масса раствора	$m_1=100$ г	$m_2=50$ г	$m_1+m_2=m_3$
Массовая доля растворённого вещества %	$W_1=0,2$	$W_2=0,32$	$W_3$
Масса растворённого вещества в растворе	$m_1*W_1$	$m_2*W_2$	$m_3*W_3$

Решим задачу, используя правило смешения:

- $m_1*W_1+m_2*W_2=m_3*W_3$
- $m_1*W_1+m_2*W_2=(m_1+m_2)*W_3$
- $m_1*W_1+m_2*W_2=m_1*W_3+m_2*W_3$
- $m_1*W_1-m_1*W_3=m_2*W_3-m_2*W_2$
- $m_1*(W_1-W_3)=m_2*(W_3-W_2)$
- $\frac{m_1}{m_2} = \frac{W_1-W_3}{W_3-W_2}$

Подставляем все известные величины в конечную пропорцию и вычисляем.

$$\frac{100}{50} = \frac{W_3 - 0,32}{0,2 - W_3}$$

$$100 \cdot (0,2 - W_3) = 50 \cdot (W_3 - 0,32)$$

$$20 - 100 \cdot W_3 = 50 \cdot W_3 - 16$$

$$20 + 16 = 50 \cdot W_3 + 100 \cdot W_3$$

$$36 = 150 \cdot W_3$$

$$W_3 = 0,24$$

Ответ. Массовая доля растворенного вещества во вновь полученном растворе составляет 24%.

Решим задачу, используя алгебраические преобразования.

Решение:

1. Найдём массу растворённого вещества в каждом из растворов:

20% от 100 граммов и 32% от 50 граммов

$$0,2 \cdot 100 = 20 \text{ граммов}$$

$$0,32 \cdot 50 = 16 \text{ граммов}$$

2. Найдём массу растворённого вещества в смеси:

$$20 + 16 = 36 \text{ граммов}$$

3. Найдём массу раствора:

$$100 + 50 = 150 \text{ граммов}$$

4. Пусть концентрация полученного раствора составляет  $x\%$ , тогда масса растворённого вещества в смеси:

$x\%$  от 150 г

$$0,01x \cdot 150 = 1,5x$$

5. Составим уравнение и решим его:

$$1,5x = 36;$$

$$x = 36 : 1,5;$$

$$x = 24.$$

Ответ: концентрация полученного раствора составляет 24%.

Математический способ. Воспользуемся формулой задачи №1 из первой главы.

$$P_3 = \frac{20 \cdot 100 + 32 \cdot 50}{100 + 50} = 24\%.$$

### Задача 2

Смешали 150 г 20%-ного раствора  $KNO_3$  и 100 г 12%-ного раствора того же вещества. Вычислите молярную концентрацию полученного раствора, если его плотность равна 1,18 г/мл.

Дано: Найти:  $C(KNO_3)$ -?

$$m_{p-ра 1}(KNO_3) = 150 \text{ г}$$

$$m_{p-ра 2}(KNO_3) = 100 \text{ г}$$

$$\omega_1(KNO_3) = 20\%$$

$$\omega_2(KNO_3) = 12\%$$

$$\rho_{p-ра}(KNO_3) = 1,18 \text{ г/мл}$$

Решение: 1. Найдем массу полученного раствора:

$$m_{p-ра}(KNO_3) = m_{p-ра 1}(KNO_3) + m_{p-ра 2}(KNO_3) = 150 \text{ г} + 100 \text{ г} = 250 \text{ г}.$$

2. Зная плотность, вычислим объем полученного раствора:

$$V_{p-ра}(KNO_3) = \frac{m_{p-ра}(KNO_3)}{\rho} = \frac{250 \text{ г}}{1,18 \text{ г/мл}} = 212 \text{ мл} = 0,212 \text{ л}.$$

3. Вычислим массы нитрата калия, содержащиеся в исходных растворах, и общую массу соли в новом растворе:

$$m_1(KNO_3) = \frac{m_{p-ра 1}(KNO_3) \cdot \omega_1(KNO_3)}{100\%} = \frac{150 \text{ г} \cdot 20\%}{100\%} = 30 \text{ г}:$$

$$m_2(KNO_3) = \frac{m_{p-ра 2}(KNO_3) \cdot \omega_2(KNO_3)}{100\%} = \frac{100 \text{ г} \cdot 12\%}{100\%} = 12 \text{ г}:$$

$$m(KNO_3) = m_1(KNO_3) + m_2(KNO_3) = 30 \text{ г} + 12 \text{ г} = 42 \text{ г}.$$

4. Найдем количество вещества нитрата калия в новом растворе и его молярную концентрацию:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{X}{106 \text{ г}} = \frac{Y}{22,4 \text{ л}}; \\ \frac{7-X}{138} = \frac{1,344 \text{ л}}{22,4}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = \frac{22,4 X}{106}; \\ 156,8 - 224 * X = 185,472 - 138 * Y; \end{array} \right.$$

Используя метод подстановки, решаем уравнение относительно x:

$$-22,1 * X + 138 * Y = 185,472 - 156,8;$$

$$-22,4 * X + 138 * \left(\frac{22,4 X}{106}\right) = 28,672;$$

$$-2374,4 * X + 3091,2 * X = 3039,323;$$

$$716,8 * X = 3039,232;$$

$$X = 4,24.$$

Масса карбоната натрия – 4,24 г.

$$\omega (Na_2CO_3) = \frac{4,24}{7} * 100\% = 60,57\%.$$

Масса карбоната калия – 2,76 г.

$$\omega (K_2CO_3) = \frac{2,76}{7} * 100\% = 39,43\%.$$

$$\text{Ответ: } \omega (Na_2CO_3) = 60,57\%; \omega (K_2CO_3) = \frac{2,76}{7} * 100\% = 39,43\%.$$

Как мы видим, задачи на уроках химии решаются определенными методами. Эти методы связаны с математическими расчетами и могут быть решены методами, которые применяем на уроках математики, и которые вывели в первой главе.

### Глава III

В ЕГЭ присутствуют задачи на смеси и сплавы. Многие ученики, прочитав эту задачу, даже не пытаются ее решить. И совершенно зря, потому что задачи на смеси и сплавы не сложные. Рассмотрим решение задач, взятых из вариантов ЕГЭ.

#### Задача I

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Составим краткую запись и введем обозначения.

X – масса первого сплава.

(225 – X) – масса второго сплава.

$$1) 0,1 * X + 0,35 * (225 - X) = 0,25 * 225;$$

$$0,1 + 78,75 - 0,35 * X = 56,25;$$

$$0,25 * X = 22,5;$$

$$X = 90.$$

$$2) 225 - 90 = 135(\text{кг}) - \text{масса второго сплава}$$

$$3) 135 - 90 = 45(\text{кг}) - \text{разница}$$

Ответ. На 45 килограммов.

Воспользуемся ранее составленной формулой для решения задачи.

$$1) 25 = \frac{10 * X + (225 - X) * 35}{225};$$

$$25 = \frac{10 * X + 7875 - 35 * X}{225};$$

$$5625 = 10 * X + 7875 - 35 * X;$$

$$25 * X = 2250;$$

$$X = 90.$$

$$2) 225 - 90 = 135(\text{кг}) - \text{масса второго сплава}$$

$$3) 135 - 90 = 45(\text{кг}) - \text{разница}$$

Ответ. 45 килограммов.

## Задача II

Смешав 54-процентный и 61-процентный растворы кислоты и, добавив 10 кг чистой воды, получили 46-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 56-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 54-процентного раствора использовали для получения смеси?

Составим краткую запись и введем обозначения.

X – масса первого раствора.

Y – масса второго раствора.

Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} 0,54 * X + 0,61 * Y = 0,46 * (X+Y+10); \\ 0,54 * X + 0,61 * Y + 5 = 0,56 * (X+Y+10); \end{cases}$$

1)  $0,54 * X + 0,61 * Y = 0,46 * (X+Y+10);$   
 $54 * X + 61 * Y = 46 * X + 46 * Y + 460;$   
 $8 * X + 15 * Y = 460;$   
2)  $0,54 * X + 0,61 * Y + 5 = 0,56 * (X+Y+10)$   
 $54 * X + 61 * Y + 500 = 56 * X + 56 * Y + 560$   
 $5 * Y - 2 * X - 60 = 0;$   
 $5 * Y - 2 * X = 60;$

Из первого уравнения выразим Y и подставим во второе уравнение.

$$Y = \frac{460-8*X}{15};$$

$$5 * \frac{460-8*X}{15} - 2 * X = 60;$$

$$\frac{460-8*X}{3} - 2 * X = 60;$$

$$\frac{460-8*X-6*X}{3} = 60;$$

$$\frac{460-14*X}{3} = 60;$$

$$460 - 14 * X = 180;$$

$$14 * X = 280;$$

$$X = 20.$$



Ответ. 20 килограмм.

Математический способ. Воспользуемся формулами задач из первой главы.

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 = \frac{X*(54-46)+Y*(61-46)}{46} \\ 56 = \frac{54*X+61*Y+10*50}{X+Y+10} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 * 46 = 8 * X + 15 * Y \\ 56 * X + 56 * Y + 560 = 54 * X + 61 * Y + 500 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 56 * X + 56 * Y + 560 = 54 * X + 61 * Y + 500 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 2 * X - 5 * Y = -60 \quad | * (3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 2 * X - 5 * Y = -60 \quad | * (3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 2 * X - 5 * Y = -60 \quad | * (3) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 6 * X - 15 * Y = -180 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 6 * X - 15 * Y = -180 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 * X + 15 * Y = 460 \\ 6 * X - 15 * Y = -180 \\ \hline 14 * X = 280 \end{array} \right.$$

$$X = 20$$

Ответ. 20 килограмм.

Как мы видим, задачи оказались не сложными, хотя были взяты из ЕГЭ. Неважно, каким методом решается задача, важно достигнуть верного результата и получить как можно больше баллов на ЕГЭ.

## **Заключение**

Задачи математики, физики, химии имеют большое практическое применение. В работе были рассмотрены разнообразные способы решения задач. Для решения химических задач на смеси и сплавы применимы математические формулы, но с учетом особенностей химии. Работа может послужит опорным материалом для решения задач на смеси и сплавы. Задачи, приведенные в качестве примеров, помогут всем ученикам научиться решать задачи такого вида, успешно сдать выпускные экзамены и дальше продолжить учебу. Применение различных способов решения задач позволяют учащимся связать воедино представления обо всех видах задач на смеси, сплавы, растворы.

## Литература

1. О.С. Габриелян, П.В. Решетов, И.Г. Остроумов. Задачи по химии и способы их решения. Москва. Дрофа. 2014.
2. В.К. Егерев, В.В. Зайцев, Б.А. Сборник задач по математике для поступающих во втузы (с решениями). Москва. Мир и Образование. 2014.
3. А.П. Вольпер, И.М. Квадрат Пирсона . А. П. Азия А., И. М. Вольпер// Квант. – 1973. - № 3. – С. 61.
4. <http://festival.1september.ru/articles/633864/>
5. <http://festival.1september.ru/articles/311737/>

## Приложение.

Очень часто в нашей жизни происходит повышение цены на товар или в праздничные дни, наоборот, понижение цены, то есть цена на товар изменяется. Такие задачи имеют собственные формулы простых и сложных процентов и способы решения. Ранее мы рассматривали задачи на изменения, но задачи на проценты так же относятся к этой категории. Но нужно помнить, что для решения задач данного типа необходимы особые формулы. Рассмотрим простые и сложные проценты.

$p$  – постоянное количество процентов.

$a$  – процентная ставка;  $a = \frac{p}{100} = 0,01 * p$ .

Пусть некоторая величина  $S_0$  первоначальная величина.

$A_n$  – накопленная сумма за  $n$  раз (к концу  $n$ -го года) - по формуле простых процентов;

$S_n$  – накопленная сумма за  $n$  раз (к концу  $n$ -го года) - по формуле сложных процентов.

Тогда значение  $A_1$  для простых процентов после первого увеличения (к концу первого года) вычисляется по формуле:  $A_1 = A_0 + A_0 * (0,01p) = A_0 (1 + (0,01p)) = A_0 (1 + a)$ .

В конце второго этапа  $A_2 = A_1 + A_0 * (0,01p) = A_0 (1 + a) + A_0 * a = A_0 (1 + 2a)$ .

В конце третьего этапа  $A_3 = A_2 + A_0 * (0,01p) = A_0 (1 + 2a) + A_0 * a = A_0 (1 + 3a)$ .

Тогда для простых процентов сумма по годам равна:

$$A_n = A_0 (1 + 0.01p * n) \text{ или } A_n = A_0 (1 + a * n) \quad (1)$$

Для сложных процентов это выглядит иначе:

Пусть некоторая величина  $S_0$  увеличивается  $n$  раз ( $n$  год) и каждый раз на  $p\%$ .

Тогда ее значение  $S_1$  для сложных процентов после первого увеличения (к концу первого года) вычисляется по формуле:

$$S_1 = S_0 + S_0 (0,01p) = S_0 * (1 + 0,01p)$$

$$S_2 = S_0 * (1 + 0,01p) + S_0 * (1 + 0,01p) * (0,01p) = S_0 * (1 + 0,01p) * (1 + 0,01p) \\ = S_0 (1 + 0,01p)^2 \text{ и так далее.}$$

Тогда для сложных процентов сумма по годам равна:

$$S_n = S_0 (1 + 0,01p)^n \text{ или } S_n = S_0 (1 + a)^n \text{ (2)}$$

### Задача I

В банке открыт срочный депозит на сумму 50 тыс. руб. по 12% на 3 года.

Рассчитать накопленную сумму если проценты:

а) простые; б) сложные.

Решение 1.

По формуле простых процентов (1)

$$S_n = (1 + 3 * 0.12) * 50\,000 = 68\,000 \text{ руб. (отв. 68\,000 руб.)}$$

По формуле сложных процентов (2)

$$S_n = (1 + 0.12)^3 * 50\,000 = 70\,246 \text{ руб.}$$

Ответ. 70246 рублей.

### Задача II

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20700 рублей, через два года был продан за 16767 рублей.

Пусть на  $X$  % цена уменьшалась в год.

$$\text{Первый год: } 20700 - \frac{20700 * X}{100}$$

$$\text{Второй год: } \left(20700 - \frac{20700 * X}{100}\right) - \frac{\left(20700 - \frac{20700 * X}{100}\right) * X}{100} = 16767$$

$$\left(20700 - \frac{20700 * X}{100}\right) - \frac{\left(20700 - \frac{20700 * X}{100}\right) * X}{100} = 16767$$

$$20700 - 207 * X - 207 * X + 2,07 * X^2 = 16767$$

$$2,07 * X^2 - 414 * X + 3933 = 0$$

$$D = 171396 - 32565,24 = 138830,76$$

$$X_1 = \frac{414 - 372,6}{4,14} = 10$$

$$X_2 = \frac{414 + 372,6}{4,14} = 190 - \text{не удовлетворяет условию задачи.}$$

Ответ. 10%