

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики и физики»

прикладные вопросы математики

Что такое флексагон?

Черникова Екатерина Александровна

6 кл., МБОУ «СОШ №5»

г. Чернушка, Пермского края

Ельшина Ирина Владимировна

учитель математики МБОУ «СОШ №5»

Пермь. 2017.

Оглавление

Введение	3
1. История возникновения флексагонов	5
2. Названия флексагонов и их классификация	7
3. Конструирование флексагонов.....	9
3.1. Тригексафлексагон.....	9
3.2. Гексагексафлексагон.....	10
3.3. Тритетрафлексагон	11
3.4. Тетратетрафлексагон	12
3.5. Гексатетрафлексагон	15
4. Разворачивание флексагонов.....	18
5. Применения флексагонов	20
6. Наше творчество	21
Заключение	22
Библиографический список:.....	23

Введение

В школе мы знакомимся с основами различных математических теорий (геометрия, теория чисел, теория вероятностей, и т.п.), с различными математическими объектами, с применениями математики в различных сферах деятельности человека. Я решила посветить свой проект флексагону. Это решение у меня возникло когда я услышала неизвестное слово. (я узнала что флексагон связан с оригами а я увлекаюсь этой техникой сложения бумаги)

Занимательная математика всегда привлекала внимание всех людей. Решая ее нестандартные своеобразные задачи, люди испытывают радость приобщения к творческому мышлению, сознают всю нелепость широко распространенного, но тем не менее глубоко ошибочного представления о ней как о чем-то унылом и застывшем, начинают понимать, почему математики, говоря о своей науке, нередко прибегают к эстетическим категориям. Занимательная математика – это прежде всего математика, причем математика в лучших своих образцах – математика прекрасная.

Элемент игры, который делает занимательную математику занимательной, может иметь форму головоломки, состязания, фокуса, парадокса, ошибочного рассуждения или обычной математической задачи с «секретом» - каким – либо неожиданным или забавным поворотом мысли. С одной стороны занимательную математику следует считать чистой математикой без малейшей примеси утилитарности. С другой стороны, она, несомненно, относится к прикладной математике, ибо отвечает извечной человеческой потребности в игре.

Никто не станет отрицать, что флексагоны – игрушки весьма занимательные, тем не менее анализ их структуры очень скоро упирается в необходимость использования высших разделов теории групп, и статьи о флексагонах можно встретить на страницах многих сугубо специальных математических журналов.

Актуальность: флексагоны способствуют развитию пространственного воображения и имеют практические приложения.

Цель: познакомиться с флексагонами и их применениями, предложить свои применения флексагонов.

Задачи:

- изучить историю возникновения флексагонов;
- получить представление о математической теории флексагонов;
- изучить алгоритмы конструирования флексагонов и, при необходимости, сформулировать эти алгоритмы более доступным языком;
- познакомиться с применениями флексагонов и разработать свои приложения флексагонов;
- систематизировать изученный материал и подготовить презентацию;
- познакомить с флексагонами одноклассников (с целью расширения их математического кругозора) и провести мастер-класс по их конструированию.

Таким образом, **объектом** нашего исследования являются *флексагоны*, а **предметом** – *история возникновения, математическая теория, способы конструирования, применения*.

1. История возникновения флексагонов.

Флексагоны были открыты случайно в конце 1939 года.

Аспирант-математик из Принстонского университета (США) англичанин Артур Стоун обрезал листы американского блокнота под привычный формат (формат американского блокнота шире на 18,4 мм). Желая немного развлечься, он принялся складывать из отрезанных полосок бумаги различные фигуры.



Рис.1. Принстонский университет, штат Нью Джерси

Сложив полоску бумаги в трех местах под углом 60 градусов (рис. 2), он получил равносторонний шестиугольник. Склеив концы полоски, Стоун получил фигуру с весьма любопытными свойствами: подгибая один из углов шестиугольника к центру, можно было раскрыть его, подобно бутону цветка (рис. 3).

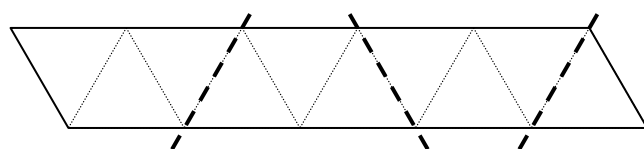


Рис.2. Места сгиба полоски бумаги

для получения равностороннего шестиугольника

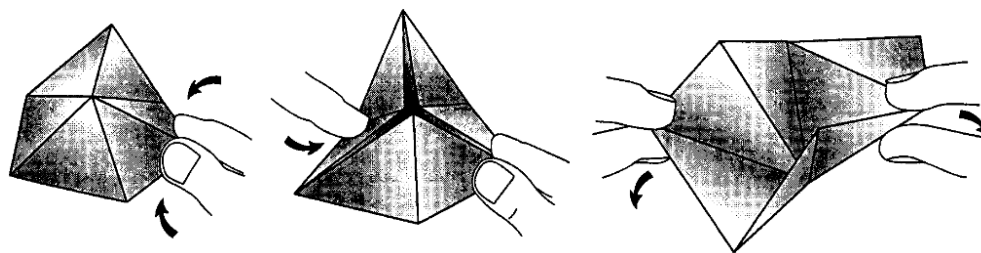


Рис.3. Раскрытие шестиугольника

Почувствовав, что за загадочной фигурой скрывается интересная математическая теория, Стоун продемонстрировал свою поделку друзьям. Среди них были физик Ричард Фейнман, математик Брайан Таккерман и Джон Тьюки. Друзья назвали изобретенную Стоуном фигуру флексагоном (от английского *to flex* – складываться, сгибаться, гнуться). В шутку они назвали себя «Флексагонным комитетом» и взялись за изучение математических основ «флексологии».

Под флексагонами стали понимать многоугольники, сложенные из полосок бумаги прямоугольной или более сложной, изогнутой формы, которые обладают удивительным свойством: при перегибании флексагонов их наружные поверхности прячутся внутрь, а ранее скрытые неожиданно выходят наружу.

К 1940 году Фейнманом и Тьюки была разработана всеобъемлющая теория флексагонов, которая позволяла построить флексагон с любым числом сторон и поверхностей всеми возможными способами. Полностью этот труд так и не был опубликован, хотя отдельные его положения впоследствии были открыты другими учеными.



Рис.4. Слева направо: Артур Стоун, Ричард Фейнман, Джон Тьюки, Брайан Таккерман, фотографии найдены на Интернет-ресурсе [5]

2. Названия флексагонов и их классификация

Человек незнакомый с флексагонами будет удивлен, увидев следующие названия: дотриаконтагектагексафлексагон, дотриаконтагектатетрафлексагон.

Разобраться в этих названиях на самом деле не сложно, если, что каждое название состоит из трех частей: двух приставок и слова «флексагон». Первая приставка показывает порядок флексагона (число чередующихся поверхностей), вторая определяет форму флексагона.

Приставки образуются из корней греческих и латинских числительных, применяемых для обозначений соединений по правилам номенклатуры органических соединений. Примеры таких приставок приведены ниже.

Число	приставка
2	ди- или би-
3	три-
4	тетра-
5	пента-
6	гекса-
7	гепта-
8	окта-
9	эннеа- или нона
10	дека-
11	ундека- (ген- дека-)
12	додека-
13	тридека
14	тетрадека-

Число	приставка
15	пентадека-
16	гексадека-
17	гептадека-
18	октадека-
19	нонадека-
20	эйкоси- (эй- коса-)
21	генэйкоса
22	докоса
23	трикоса
24	тетракоса-
25	пентакоса
26	гексакоса
27	гептакоса
28	октакоса

Число	приставка
29	нонакоса
30	триаконта-
31	гентриаконта
40	тетраконта-
41	генттетракон- та-
50	пентаконта
60	гексаконта
70	гептаконта-
80	октаконта-
90	эннеаконта
100	гекта
132	дотриаконта- гекта

Установим, о каких двух флексагонах идет речь в нашем случае.

По таблице определяем, что в слове дотриаконтагектагексафлексагон первая приставка «дотриаконтагекта», вторая – «гекса»:

дотриаконтагектагексафлексагон

Значит, мы имеем дело с флексагоном, состоящим из 132 поверхностей, в форме шестиугольника (рис. 5).



Рис.5. Дотриаконтагектагексафлексагон

Аналогично разбираемся со вторым названием: дотриаконтагектатетрафлексагон:

дотриаконтагектатетрафлексагон

Первая приставка та же, т.е. поверхностей 132, вторая приставка говорит о том, что флексагон имеет форму четырехугольника (Рис. 6).

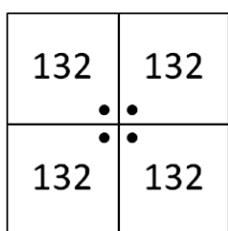
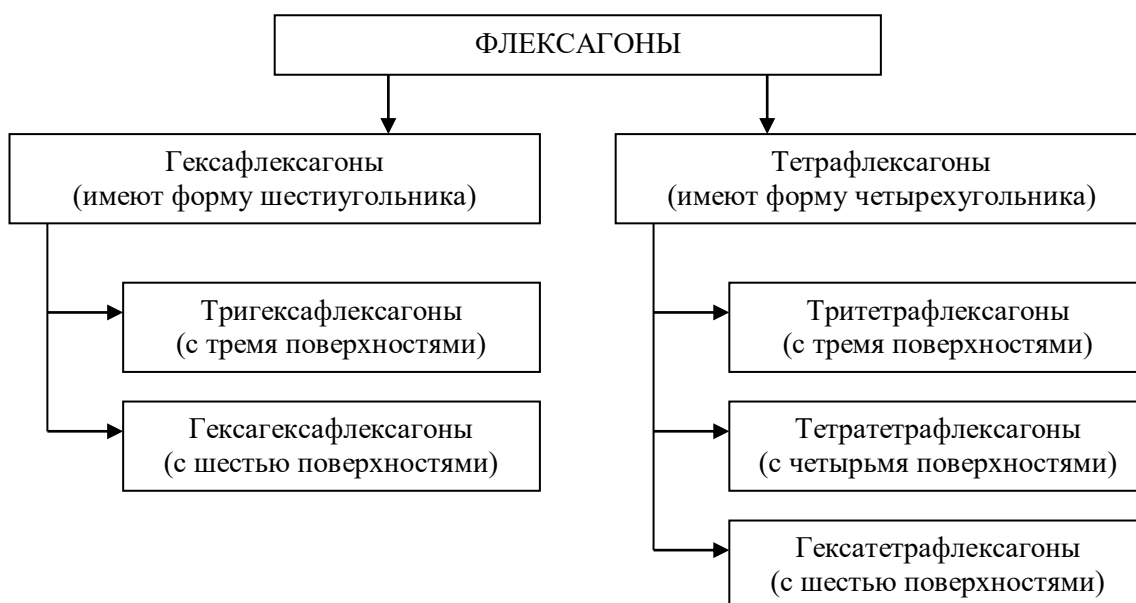


Рис.6. Дотриаконтагектатетрафлексагон

Первая созданная Артуром Стоуном фигура – тригексафлексагон, т.е. она состояла из трех поверхностей и имела форму шестиугольника.

Ниже приведена классификация, рассматриваемых в нашей работе флексагонов.



3. Конструирование флексагонов

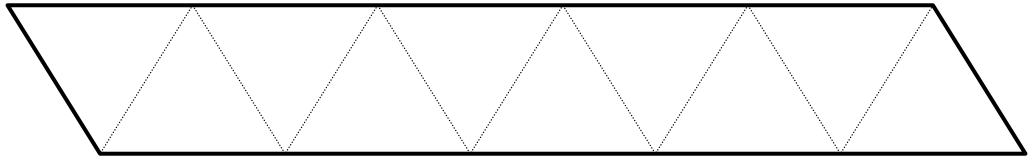
Описания технологии изготовления флексагонов, приведенные в изученной нами литературе и Интернет-ресурсах вызывали много вопросов. Поэтому уже в ходе работы над проектом перед нами встала новая задача - разработать подробные памятки по изготовлению рассматриваемых в работе флексагонов, поясняя каждый шаг иллюстрациями (см. приложение 1). В дополнение к памяткам созданы и выложены на [youtube.com](https://www.youtube.com) видеоролики (ссылки приведены в п. 8).

3.1. Тригексафлексагон

Тригексафлексагон можно сконструировать за 4 шага.

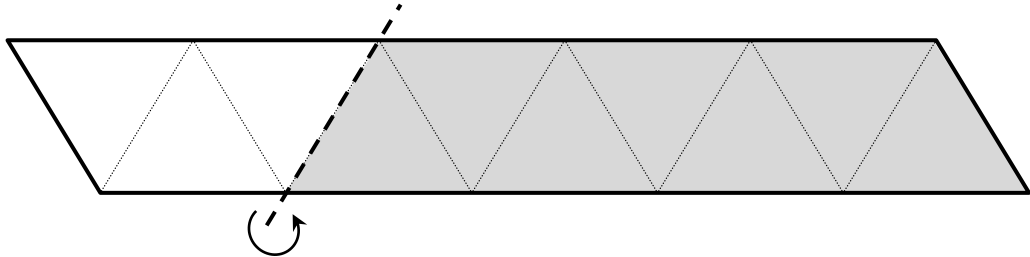
ШАГ 1

Подготовить изображенную ниже полоску бумаги (можно изобразить на компьютере и распечатать). Прогнуть каждую линию, разделяющую полоску на треугольники, в обе стороны, чтобы будущий флексагон легко разворачивался.



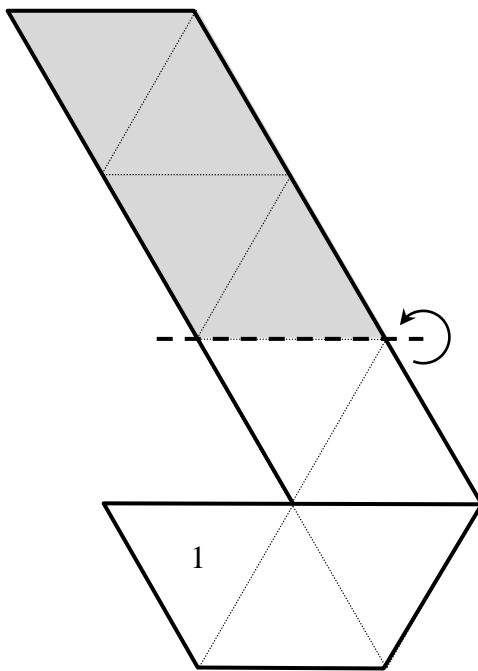
ШАГ 2

Правую часть согнуть назад



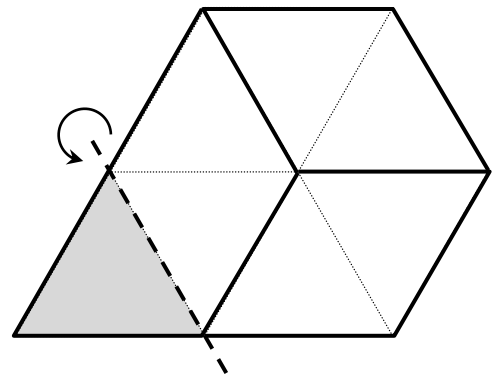
ШАГ 3

Верхнюю часть согнуть назад
и положить на треугольник 1



ШАГ 4

Левую часть согнуть назад
и наклеить на треугольник 1
с обратной стороны

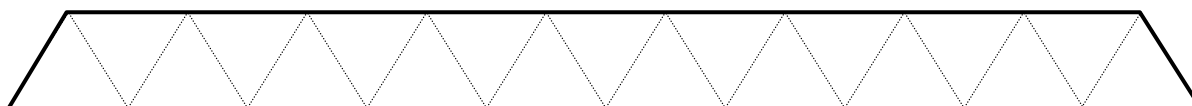


3.2. Гексагексафлексагон

Конструирование гексагексафлексагона можно разбить на 4 шага.

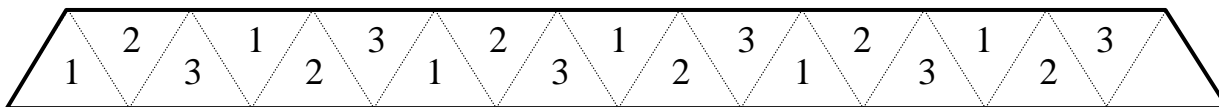
ШАГ 1

Подготовить изображенную ниже полоску бумаги так, как это описано выше

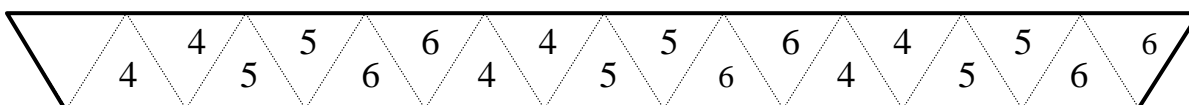


ШАГ 2

Пронумеровать треугольники с одной стороны:

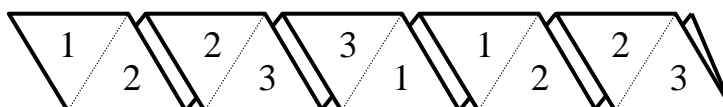


Перевернуть эту полоску сверху вниз и пронумеровать треугольники с другой стороны:



ШАГ 3

Сложить полоску так, чтобы треугольники с обратной стороны, имеющие одинаковые номера, оказались наложенными друг на друга. В результате получится следующая полоска.



ШАГ 4

Далее с этой полоской работаем по схеме сборки тригексафлексагона. Склеенными окажутся непронумерованные стороны двух треугольников.

3.3. Тритетрафлексагон

Тритетрафлексагон можно собрать за 6 шагов.

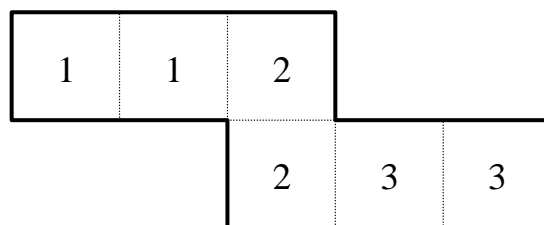
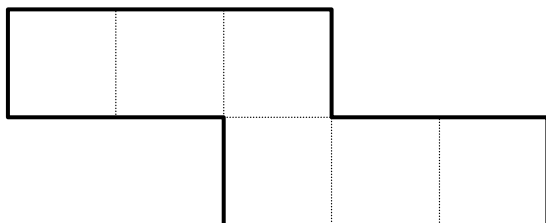
ШАГ 1

Подготовить изображенную ниже фигуру из бумаги (можно изобразить

ШАГ 2

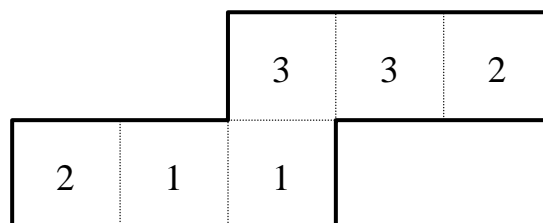
Пронумеровать с одной стороны:

на компьютере и распечатать). Прогнуть каждую линию, разделяющую полоску на квадраты, в обе стороны, чтобы будущий флексагон легко разворачивался.



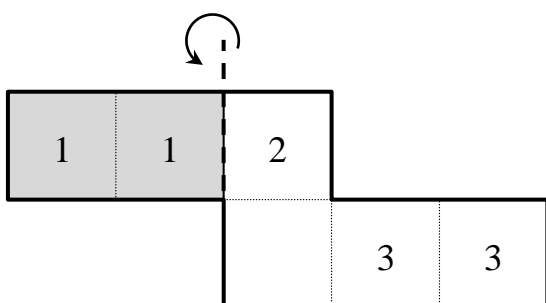
ШАГ 3

Перевернуть заготовку слева направо и пронумеровать с другой стороны:



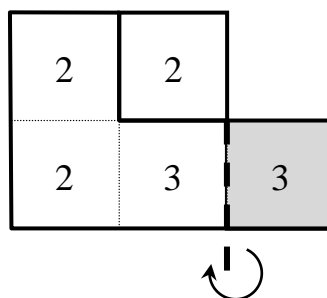
ШАГ 4

Левую часть согнуть назад



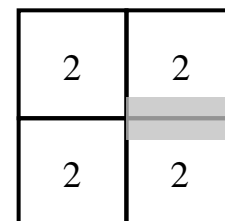
ШАГ 5

Правую часть согнуть вперед (тройку наложить на тройку)



ШАГ 6

Наклеить прозрачную ленту

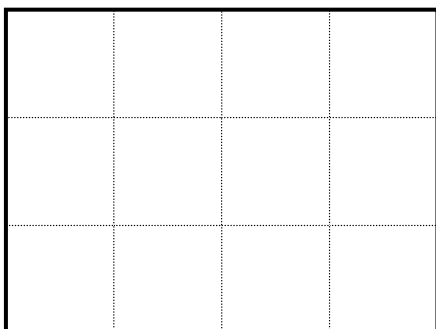


3.4. Тетратетрафлексагон

Тритетрафлексагон можно собрать за 9 шагов.

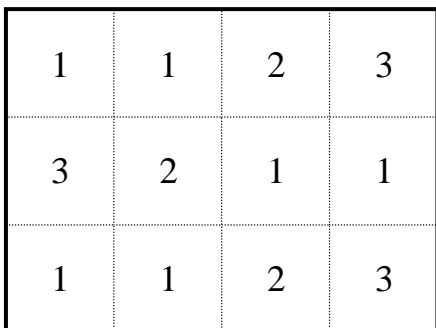
ШАГ 1

Подготовить изображенную ниже фигуру из бумаги (можно изобразить на компьютере и распечатать). Прогнуть каждую линию, разделяющую полосу на квадраты, в обе стороны, чтобы будущий флексагон легко разворачивался:



ШАГ 2

Пронумеровать с одной стороны:

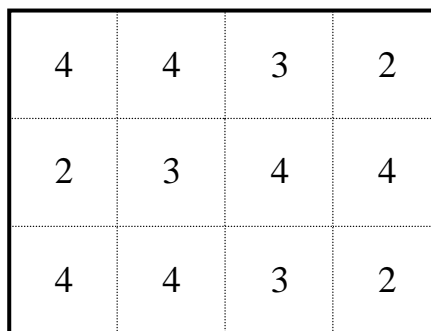


ШАГ 5

Вырезанную часть согнуть по пунктирной линии и отвернуть назад влево:

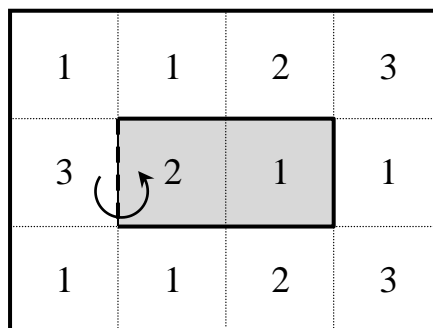
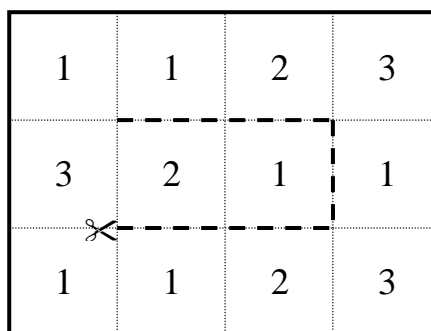
ШАГ 3

Перевернуть заготовку слева направо и пронумеровать с другой стороны:



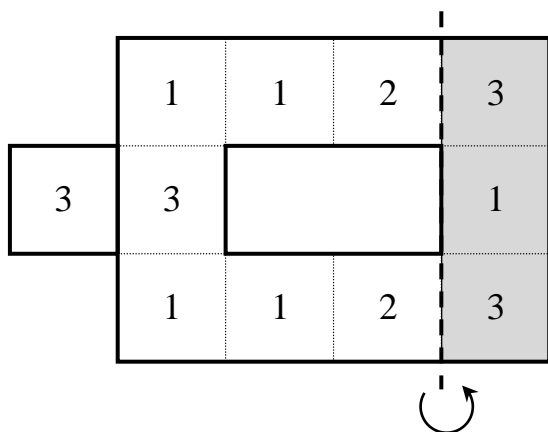
ШАГ 4

Снова перевернуть заготовку слева направо и сделать такой разрез:



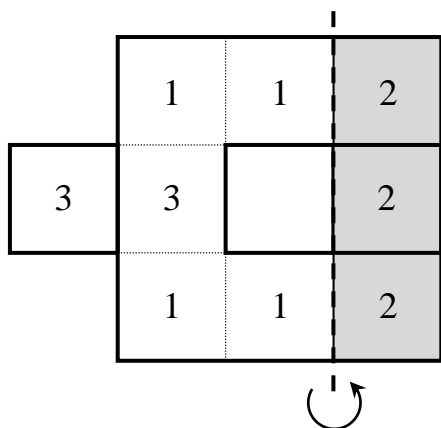
ШАГ 6

Правую часть согнуть назад:



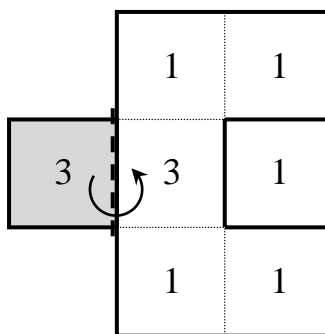
ШАГ 7

Правую часть согнуть назад:



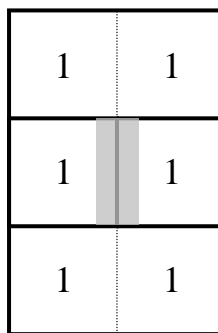
ШАГ 8

Левую часть согнуть вперед (тройку наложить на тройку):



ШАГ 9

Наклеить прозрачную ленту:

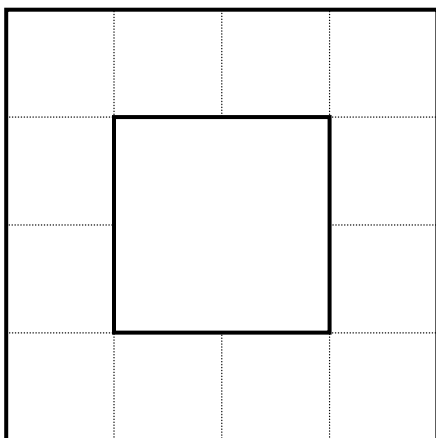


3.5. Гексатетрафлексгон

Процесс сборки гексатетрафлексгона можно разбить на 13 шагов.

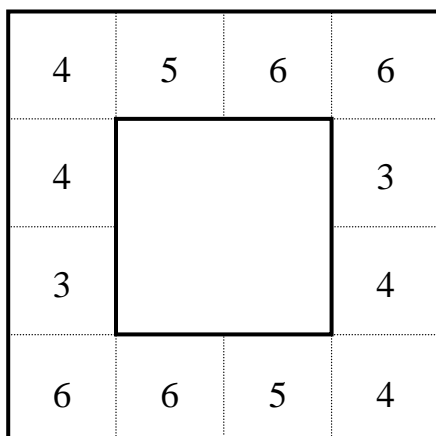
ШАГ 1

Подготовить изображенную ниже фигуру из бумаги (можно изобразить на компьютере и распечатать). Прогнуть каждую линию, разделяющую полоску на квадраты, в обе стороны, чтобы будущий флексгон легко разворачивался:



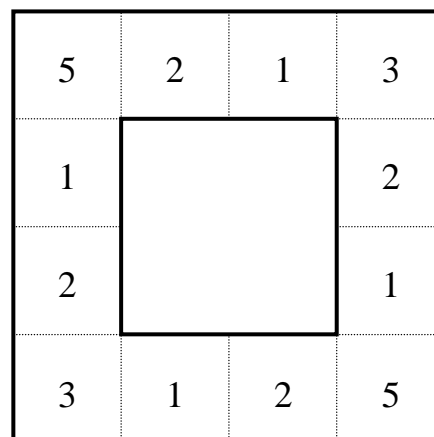
ШАГ 2

Пронумеровать с одной стороны:



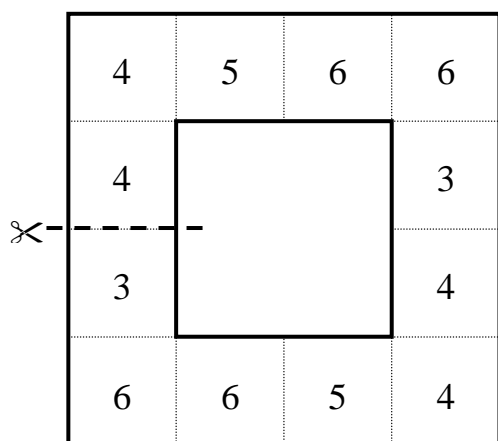
ШАГ 3

Перевернуть заготовку слева направо и пронумеровать с другой стороны:



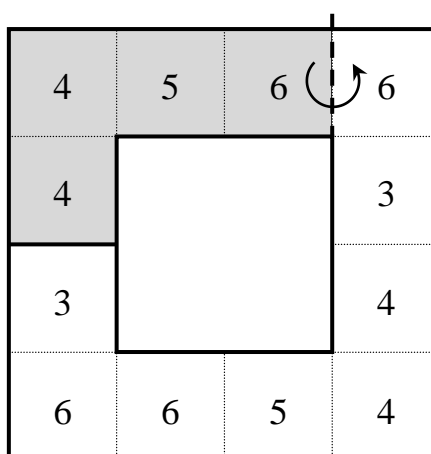
ШАГ 4

Снова перевернуть заготовку слева направо и сделать такой разрез:



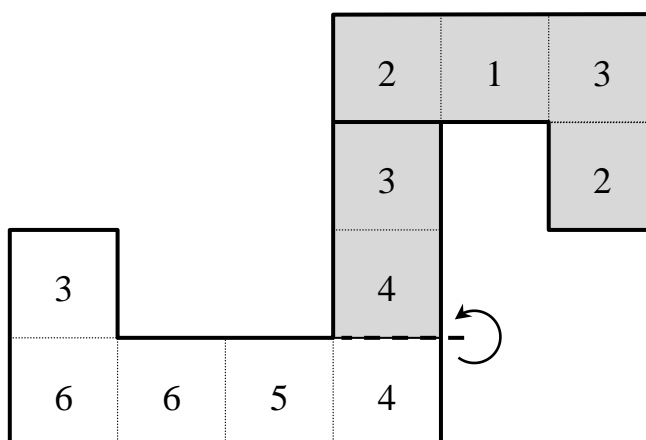
ШАГ 5

Левую часть согнуть вперед (шесть наложить на шесть):



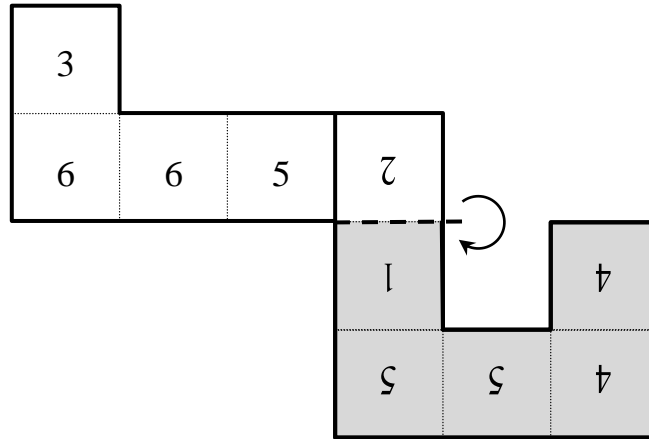
ШАГ 6

Верхнюю часть согнуть вперед (четверку совместить с четверкой):



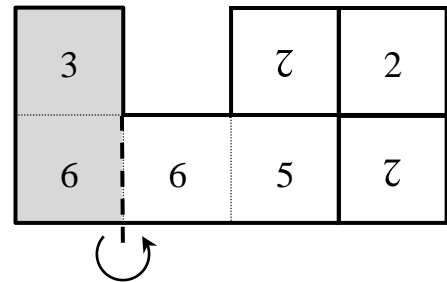
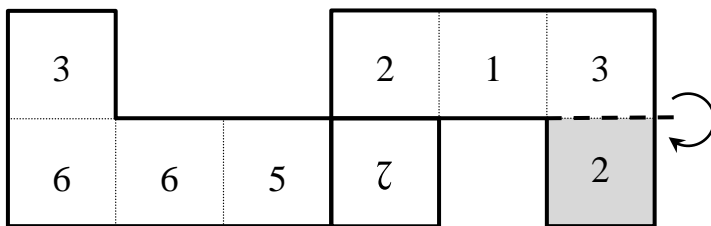
ШАГ 7

Нижнюю часть согнуть назад:



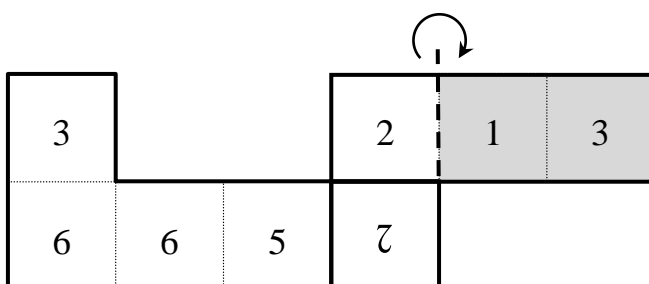
ШАГ 8

Закрашенную часть согнуть назад:



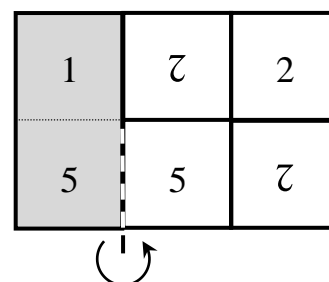
ШАГ 9

Закрашенную часть согнуть назад:



ШАГ 11

Закрашенную часть согнуть вперед (наложить пятерку на пятерку):

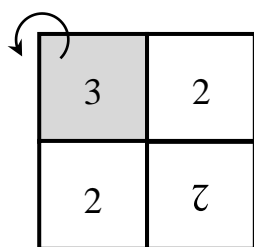


ШАГ 10

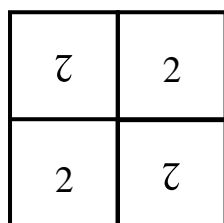
Закрашенную часть согнуть вперед (наложить шестерку на шестерку):

ШАГ 12

Закрашенный квадрат завернуть под расположенный за ним квадрат:

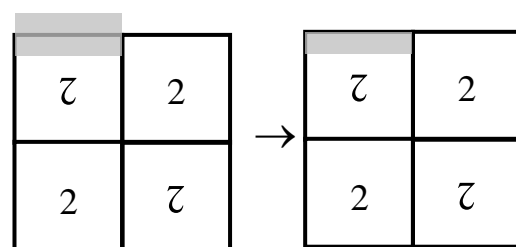


В итоге тройки окажутся наложенными друг на друга, и расположенная за закрашенным квадратом двойка окажется наверху:



ШАГ 13

Наклеить прозрачную ленту на левый верхний квадрат, как показано на рисунке, завернуть ее и наклеить на обратную сторону:



4. Разворачивание флексагонов

Флексагоны разворачиваются по-разному. Чтобы развернуть гексафлексагон, нужно одной рукой взять за два соседних треугольника, примыкающих к какой-нибудь вершине фигуры, а другой рукой потянуть за свободный край двух противоположных треугольников. При открывании такой флексагон выворачивается наизнанку, и наружу выходит поверхность, которая ранее скрывалась внутри (рис. 3).

Чтобы развернуть тетрафлексагон, нужно перегнуть его по вертикальной или горизонтальной оси и вывернуть с места перегиба.



Рис.7. Разворачивание тетрафлексагона

Иногда бывает сложно увидеть какую-то поверхность флексагона, разворачивая флексагон мы постоянно видим одни и те же поверхности, а другие поверхности прячутся где-то внутри. С этой проблемой справился Льюис Таккерман. Оказывается, чтобы выявить все поверхности любого флексагона, держа за какой-нибудь угол, следует открывать фигуру до тех пор, пока это возможно, а затем переходить к следующему углу.

Если пронумеровать поверхности флексагон, то, пользуясь описанным правилом, можно построить схему, демонстрирующую переходы от одной поверхности флексагона к другой. Эта схема представляет собой ориентированный граф, вершинам которого соответствуют номера поверхностей флексагона, а дуги указывают, в каком порядке становятся видимыми поверхности флексагона. Такие графы называются *путями Таккермана*.

На рисунке 7 представлен путь Таккермана для гексагексафлексагона.

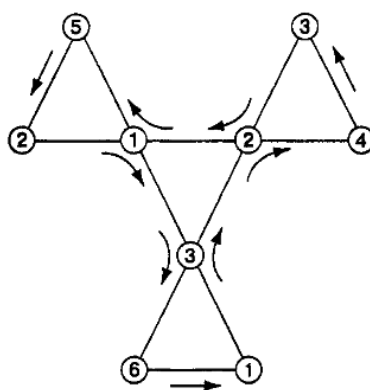


Рис.8. Путь Таккермана для гексагексафлексагона

5. Применения флексагонов

В последнее время модными стали двери, которые открываются в обе стороны. Это достигается за счет шарниров двойного действия. Такие шарниры выполнены по схеме тритетрафлексагона (рис. 9).



Рис.9. Шарниры двойного действия

Тетратетрафлексагон часто используется для трюков [1]: трудность отыскания поверхности с четверками превращает его в занимательную головоломку. Существует много таких складных игрушек. Например, к скрытому развороту флексагона наклеивается «счастливая» монетка, которую нужно найти. Или ставится задача отыскания поверхности флексагона с каким-либо изображением. Известен старинный детский фокус «Волшебная купюра». Шарнирные соединения этой игрушки, выполненные в форме тритетрафлексагона, позволяют показывать фокусы с исчезновением купюры и других плоских предметов.

Флексагоны можно использовать для:

- ✓ ознакомления с геометрическими фигурами;
- ✓ развития пространственного воображения;
- ✓ знакомства с топологией (раздел геометрии);
- ✓ изготовления оригинальных открыток, буклетов, календарей, справочных материалов;
- ✓ изготовления предметов домашнего интерьера: диванных подушек, фоторамок, подставок для фотографий.

Изготовить флексагон может каждый. Нужны только бумага, клей, ножницы.

Работа с флексагонами способствует развитию мелкой моторики, памяти, внимания и терпения.

6. Наше творчество

Мы изготовили:

- 1) расписание уроков в форме гексагексафлексагона (см. слайд **);
- 2) справочник по математике в форме тритетрафлексагона:
- 3) буклет в форме тригексафлексагона о нашей проектной работе (см. слайд **).

Мы разработали:

- 1) подробные памятки по изготовлению рассмотренных в работе флексагонов, поясняя каждый шаг иллюстрациями (см. приложение 1; описание технологии изготовления флексагонов, приведенные в изученной нами литературе и Интернет-ресурсах вызывало много вопросов. Мы создали презентацию о флексагонах, технологии их конструирования и применения (приложение).

Заключение

Цели и задачи проекта полностью выполнены.

Изучен вопрос о происхождении флексагонов; описано правило составления и трактовки названий; разработаны подробные инструкции по конструированию; найдены шутки математиков о флексагонах; описаны применения флексагонов; придуманы и изготовлены собственные изделия в форме флексагонов (описаны в п. 8); подготовлены развертки флексагонов и материалы, пользуясь которыми можно самим изготовить аналогичные изделия.

Работа апробирована в школе (проведен мастер-класс, см. слайды 11-12 презентации) и была представлена на школьной и районной научно-практической конференциях «Первые шаги в науку» в 2012-2013 учебном году, где заняла первое место.

Далее планируется:

- изучить другие виды флексагонов, подготовить соответствующие заготовки, разработать подробные инструкции по их изготовлению, создать видеоуроки по сборке этих флексагонов и разместить их на youtube.com;
- продолжить работу по поиску практических приложений флексагонов.

Библиографический список:

1. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения: 2-е изд., испр. И дополн. / Пер. с англ. – М.: «Мир», 1999.
2. wikipedia.org (общая информация о флексагонах).
3. www.ukrdeti.com/2007/4_18_a8_2007.html (статья Галины Репиной «Флексагоны как средство математического развития дошкольников»).
4. www.medicalantiques.com/civilwar/Articles/L._V._Tuckerman_M.D..htm (информация о Льюисе Таккермане).
5. www.myspace.com/flexagoncommittee (портреты членов флексагонного комитета).
6. www.flexagon.net (американской сайт, посвященный флексагонам).