Краевая научно-практическая конференция

учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов

«Прикладные и фундаментальные вопросы математики и физики»

Прикладные вопросы математики

Различные способы решения задач на переливание

Хоробрых Даниил Евгеньевич,

7 кл., МАОУ «Лицей №1» г. Кунгур

Пластинина Мария Игнатьевна,

учитель математики высшей категории

Пермь. 2017

Содержание.

I. **Введение**

Прежде чем решать задачу,

подумай, что делать с ее решением!

Д.Пойа

Задачи на переливание - это задачи, в которых с помощью сосудов известных емкостей требуется отмерить некоторое количество жидкости.

Задачи на переливание любил решать великий математик Пуассон. Число учёных трудов Пуассона превосходит 300. Они относятся к разным областям математики, физики, теоретической и небесной механики.Когда Пуассон был ещё очень молод и колебался в выборе жизненного пути, приятель показал ему несколько задач, с которыми не мог справиться сам. Пуассон менее чем за час решил их все до одной. Но особенно ему понравилась задача про два сосуда. «Эта задача определила мою судьбу», - говорил он впоследствии. – Я решил, что непременно буду математиком». Во всем мире известна именная задача Пуассона: «Некто имеет 12 пинт вина и хочет подарить из него половину, но у него нет сосуда в 6 пинт; у него два сосуда: один в 8 пинт, а другой в 5 пинт. Спрашивается, каким образом налить 6 пинт в сосуд восьми пинт?»

Задачи на переливание — один из видов старинных задач. Эти задачивозникли много веков назад, но до сих пор вызывают интерес у любителей математики и их часто можно встретить в олимпиадных заданиях. Суть их сводится к следующему: имея несколько сосудов разного объема, один из которых наполнен жидкостью, требуется разделить ее в каком-либо отношении или отлить какую-либо ее часть при помощи других сосудов за наименьшее число переливаний.

В задачах на переливания требуется указать последовательность действий, при которой осуществляется требуемое переливание и выполнены все условия задачи. Если не сказано ничего другого, считается, что

- все сосуды без делений,
- нельзя переливать жидкости "на глаз",
- невозможно ниоткуда добавлять жидкости и никуда сливать.

Мы можем точно сказать, сколько жидкости в сосуде, только в следующих случаях:

- знаем, что сосуд пуст;
- знаем, что сосуд полон, а в задаче дана его вместимость;
- в задаче дано, сколько жидкости в сосуде, а переливания с использованием этого сосуда не проводились;
- в переливании участвовали два сосуда, в каждом из которых известно, сколько было жидкости, и после переливания вся жидкость поместилась в один из них;
- в переливании участвовали два сосуда, в каждом из которых известно, сколько было жидкости, известна вместимость того сосуда, в который переливали, и известно, что вся жидкость в него не поместилась: мы можем найти, сколько ее осталось в другом сосуде.

Простейший прием решения задач этого класса состоит в переборе возможных вариантов.

II. Основная часть. Способы решения задач на переливание.

2.1. Два типа задач на переливание.

Все задачи на переливания принципиально делятся на 2 типа.

Первый – когда у нас есть много жидкости (озеро, бесконечно большая бочка, водопровод), и мы можем наполнять доверху сосуды сколько угодно большое количество раз, то есть количество жидкости не ограничено. При этом мы можем безбоязненно выливать воду из сосудов.

Второй – это когда жидкости у нас ровно столько, сколько изначально налито в сосудах (в этом случае у нас обычно не простая жидкость, а какая-либо особенная: молоко, сок и т. д.). Чаще всего эту жидкость ещё и нельзя проливать – авторы стараются это отдельно оговаривать. Если же мы можем выливать жидкость, то в условиях задачи обычно присутствует какой-либо персонаж, который может пить данный тип жидкости: Кот Баюн, сосед Гриша и тому подобное.

Для примера решим три задачи.

Задача №1 (первого типа)***: Для приготовления компота маме нужно налить в 5-литровую кастрюли 4 литра воды. Как маме справиться с этой задачей, если у мамы есть кроме этой кастрюли ещё 3-литровая банка, водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду?***

Решение.Нальём в 3-литровую банку воду и перельём её в кастрюлю. Затем еще раз наполним банку и выльем в кастрюлю, сколько поместится. Тогда в кастрюле будет 5 литров и 1 литр в 3-литровой банке. Теперь выльем всю воду из кастрюли в раковину. Затем перельем литр из банки в кастрюлю и добавим ещё три литра, наполнив банку ещё раз. Теперь в кастрюле 1 + 3 = 4 литра, что и требовалось. Задача решена. Наше решение можно проиллюстрировать таблицей:

Кастрюля, литры	Банка, литры
0	3
3	0
5	1
0	1
1	0
1	3
4	0

Итак, мы получили желанные 4 литра. Задача решена! Такой способ решения с помощью таблицы является достаточно наглядным.

Задача №2 (второго типа): ***У Марьи есть 2 кувшина объёмом 8 и 3 литра. В восьмилитровом кувшине налит весь имеющийся у Марьи кисель. Как отмерить 2 литра киселя? Все излишки киселя можно отдать Коту Баюну, который просто обожает это лакомство.***

Решение.Наполним трехлитровый кувшин доверху из восьмилитрового, после этого у нас будет 5 литров в 8-литровом и 3 литра в 3-литровом. Отдадим весь кисель из 3-литрового кувшина Коту Баюну. После этого у нас осталось 5 литров в 8-литровом и 3-литровый кувшин пуст. Снова наполним 3-литровый кувшин из 8-литрового. После этой операции в 8-литровом кувшине у нас останется ровно 2 литра (5 – 3 = 2). Мы отмерили 2 литра. Задача решена!Решение также можно проиллюстрировать таблицей:

3-литровый кувшин	8-литровый кувшин
0	8
3	5
0	5
3	2

Задача №3 (второго типа). ***В кастрюле налито 8 литров супа. Есть также пустые 3-х и 5-тилитровая банки. Требуется отмерить 4 литра супа. Как это сделать, если суп нельзя проливать?***

Решение.1 способ. Нальём суп доверху в меньшую банку, затем перельём полученные три литра в 5-литровую банку, а 3-литровую наполним снова. Теперь будем лить суп из 3-литровой банки в 5-литровую, пока она не наполнится доверху. Тогда в меньшей банке останется 1 литр (5 – 3 = 2 и 3 – 2 = 1). Перельём 5 литров в кастрюлю, а 1 литр – в большую банку. Затем перельём 3 литра из кастрюли в меньшую банку. После этого в кастрюле останется ровно 4 литра. Задача решена!

2 способ. Нальём суп доверху в большую банку, тогда в кастрюле останется ровно 3 литр. Перельём из большой банки в меньшую 3 литра, после чего перельём их в кастрюлю. Перельём 2 литра из большой банки в меньшую, и

наполним большую банку доверху супом из кастрюли. После чего дольём меньшую банку (там было 2 литра, а помещается 3) из большей банки. Получим 4 литра в большой банке. Задача решена!

Проиллюстрируем оба способа таблицами:

1 способ		
Кастрюля, л	Банки, л	
	3	**5**
8	0	0
5	3	0
5	0	3
2	3	3
2	1	5
7	1	0
7	0	1
4	3	1

2 способ		
Кастрюля, л	Банки, л	
	3	**5**
8	0	0
3	0	5
3	3	2
6	0	2
6	2	0
1	2	5
1	3	**4**

Отложим в сторону наши ведра, банки и прочие емкости. Вооружимся более привычными для математиков инструментами: бумагой в клетку, линейкой и карандашом. Попробуем решать задачи на переливание, абстрагируясь, как говорят ученые, от реальной действительности.

2.2 Метод математического бильярда.

Идея метода: нарисовать бильярдный стол и сопоставить действия движениями бильярдного шара, фиксирование состояний в отдельной таблице. Преимущества метода:

- ✓ Наглядность.
- ✓ Привлекательность идеи бильярда.
- ✓ Возможность обобщить метод на широкий класс задач.

Всем известна игра в бильярд за прямоугольным столом с лузами. Появившись до нашей эры в Индии и Китае, бильярд через много веков перекочевал в европейские страны – упоминание о нем имеется в английских летописях VI века. В России бильярд стал известен и распространился при Петре I. Подобно тому, как азартная игра в кости вызвала к жизни "исчисление" вероятностей, игра в бильярд послужила предметом серьезных научных исследований по механике и математике. Представьте себе горизонтальный бильярдный стол произвольной формы, но без луз. По этому столу без трения движется точечный шар, абсолютно упруго отражаясь от бортов стола. Спрашивается, какой может быть траектория этого шарика? Поиски ответа на этот вопрос и послужили появлению теории математического бильярда или теориитраекторий.

В этом разделе приводится одно изящное применение математического бильярда к решению задач на переливание.

Задачи на переливание жидкостей можно очень легко решать, вычерчивая бильярдную траекторию шара, отражающегося от бортов стола, имеющего форму параллелограмма.

Задача №4. ***Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можновыливатьводу.***

Решение. В рассматриваемой задаче стороны параллелограмма должны иметь длины 3 и 5 единиц. По горизонтали будем откладывать количество воды в литрах в 5-литровом сосуде, а по вертикали – в 3-литровом сосуде. На всем параллелограмме нанесена сетка из одинаковых равносторонних треугольников (см.рис.1).

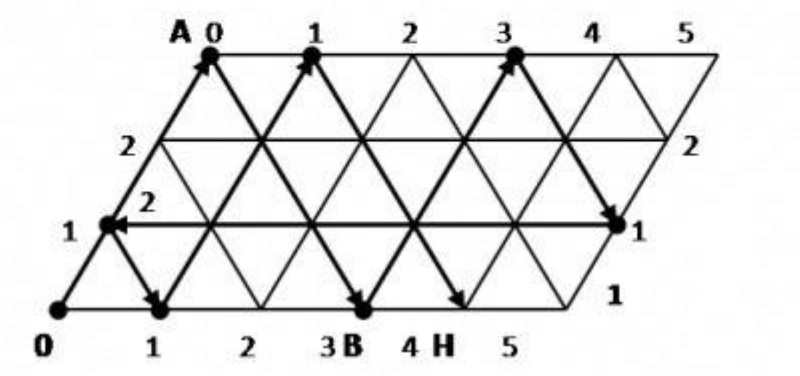


Рисунок 1

Бильярдный шар может перемещаться только вдоль прямых, образующих сетку на параллелограмме. После удара о стороны параллелограмма шар отражается и продолжает движение вдоль выходящего из точки борта, где произошло соударение. При этом каждая точка параллелограмма, в которой происходит соударение, полностью характеризует, сколько воды находится в каждом из сосудов.

Пусть шар находится в левом нижнем углу и после удара начнет перемещаться вверх вдоль левой боковой стороны параллелограмма до тех пор, пока не достигнет верхней стороны в точке А. Это означает, что мы полностью наполнили водой малый сосуд. Отразившись упруго, шар покатится вправо вниз и ударится о нижний борт в точке В, координаты которой 3 по горизонтали и 0 по вертикали. Это означает, что в большом сосуде 3 литра воды, а в малом сосуде воды нет, то есть мы перелили воду из малогососуда вбольшой сосуд.

Прослеживая дальнейший путь шара и записывая все этапы его движения в виде отдельной таблицы, в конце концов, мы попадаем в точку Н, которая соответствует состоянию, когда малый сосуд пуст, а в большом сосуде 4 литра воды. Таким образом, получен ответ и указана последовательность переливаний, позволяющих отмерить 4 литра воды. Все 8 переливаний изображены схематически в таблице.

Является ли это решение самым коротким? Нет, существует второй путь, когда воду сначала наливают в пятилитровый сосуд.Если на диаграмме шар из точки О покатится вправо по нижней стороне параллелограмма и затем, отразившись от правой боковой стороны, в точку 2 на верхней стороне параллелограмма и т.д., то получим более короткое решение задачи. Можно показать, что полученное решение с 6 переливаниями уже является самым коротким.

	О	А	В					Н
М	0	3	0	3	1	1	0	3	0
Б	0	0	3	3	5	0	1	1	4

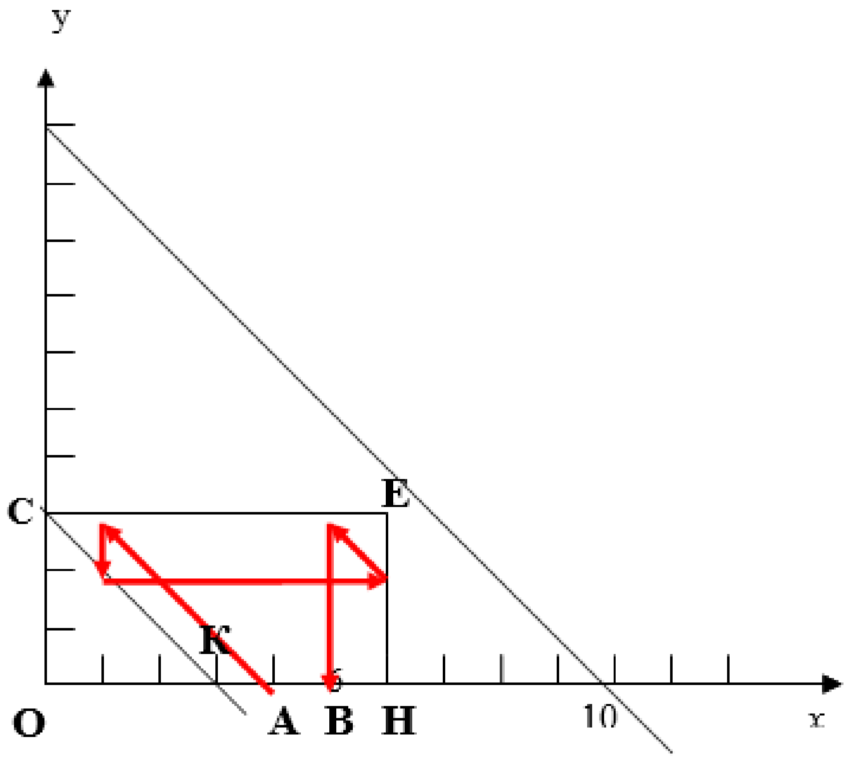
2.3 Метод координатной плоскости.

Преимущества метода:

- ✓ Наглядность.
- ✓ Возможность обобщить метод на широкий класс задач.
- ✓ Доступность

Задача №5. ***Имеются три бочонка вместимостью 6 вёдер, 3 ведра и 7 вёдер. В первом и третьем содержится соответственно 4 и 6 вёдер кваса. Требуется пользуясь только этими тремя бочонками разделить квас между первым и третьим бочонками поровну.***

Обозначим количество кваса, которое может находиться в первом бочонке за *x*, а во втором бочонке – за *y*. При переливании количество кваса не изменится, т.е. будет 4 + 6 = 10. Если мы наполним третий бочонок, то останется всего 10 – 7 = 3 ведра кваса.

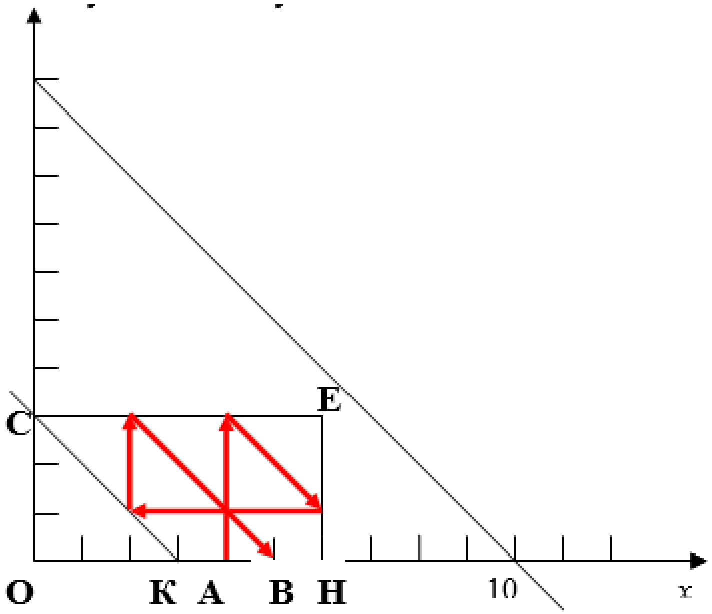


Для дальнейшего решения построим координатную плоскость, где на оси *Ox* будем отмечать количество кваса в первом бочонке, а на оси *Oy* – во втором бочонке. В первом бочонке находится 4 ведра кваса (точка A), а надо получить в первом бочонке – 5 ведер кваса (точка B).

Последовательность переливаний будет представлена в виде некоторой ломаной с началом в точке A (4 ведра) и концом в точке B (5 ведер). Если первый бочонок полон, то точка будет находиться на отрезке EH, т.к. $x = 6$, если полон второй бочонок, то точка находится на отрезке CE ($y = 3$). Третий бочонок пустым быть не может, т.к. все 10 ведер кваса в первые два бочонка не вместятся, а если третий бочонок полон, то в первых двух должно находиться 3 ведра (10 – 7 = 3), т.е. отрезок СК. Теперь начнем переливать квас из первого бочонка во второй.

№		1	2	3	4	5
6 ведер	4	1	1	6	5	**5**
3 ведра	0	3	2	2	3	**0**
7 ведер	6	6	7	2	2	**5**

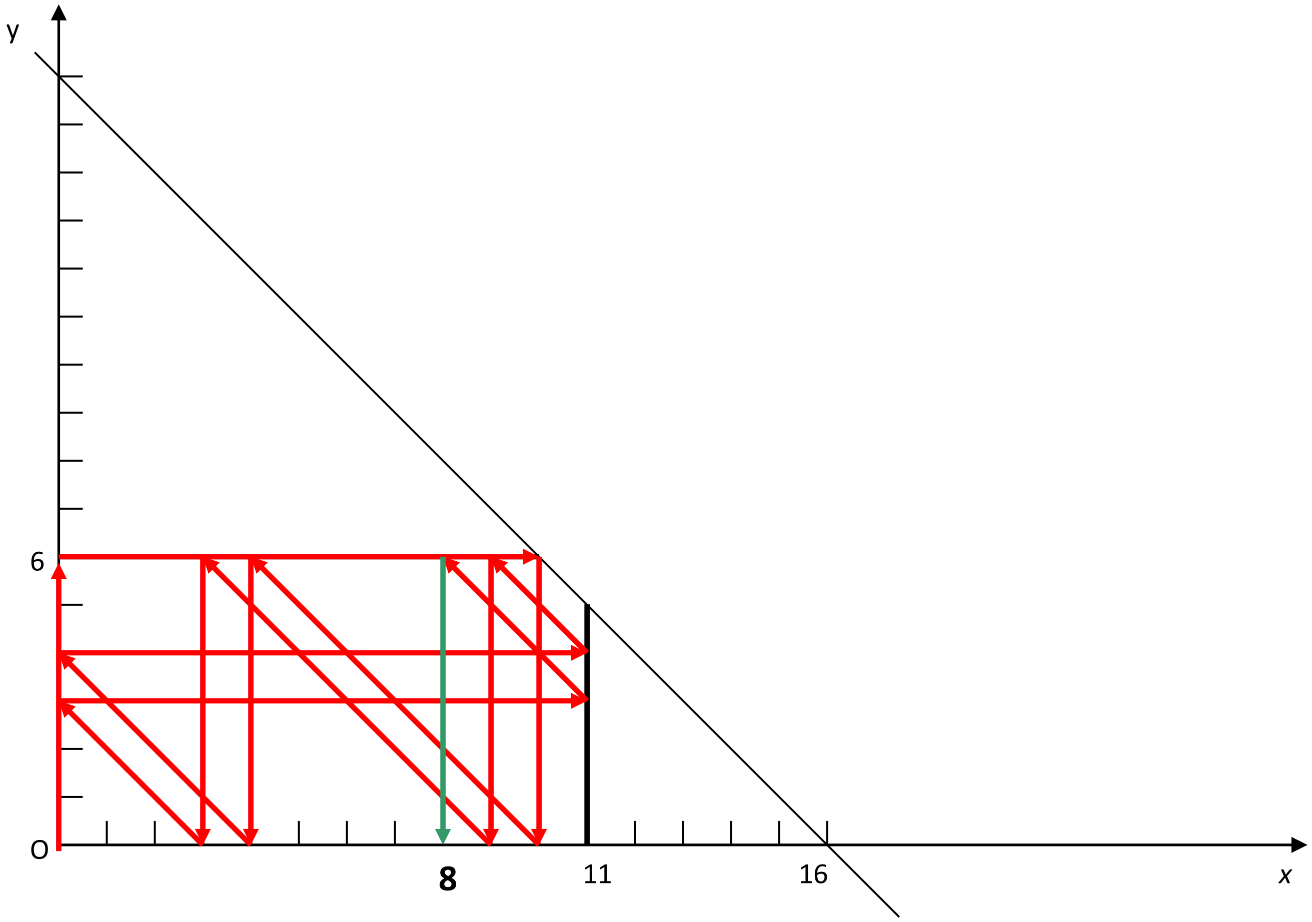
Если же сначала переливать квас из 7-ведерного бочонка в 3-ведерный, то получится следующая ломаная:



№	6 ведер	3 ведра	7 ведер
0	4	0	6
1	4	3	3
2	6	1	3
3	2	1	7
4	2	3	5
5	**5**	**0**	**5**

Задача №6.***Как быть, если полный 16-ведерный бочонок кваса нужно разделить поровну в пустые – 11-ведерный и 6-ведерный бочонки?***

Решение. Для этого построим прямоугольную систему координат. На оси *Ox* будем отмечать количество кваса, находящегося в 11-ведерном бочонке, по оси *Oy* – в 6-ведерном бочонке, по диагонали – количество кваса в 16-ведерном бочонке. Всего кваса – 16 ведер.



№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16в	16	10	0	6	6	12	12	1	1	7	7	13	13	2	2	**8**
11в	0	0	10	10	4	4	0	11	9	9	3	3	0	11	8	**8**
6в	0	6	6	0	6	0	4	4	6	0	6	0	3	3	6	**0**

Мы видим, что разделить поровну 16 ведер кваса возможно в результате 15 переливаний. Если это решать сразу табличным способом, то это достаточно трудно.

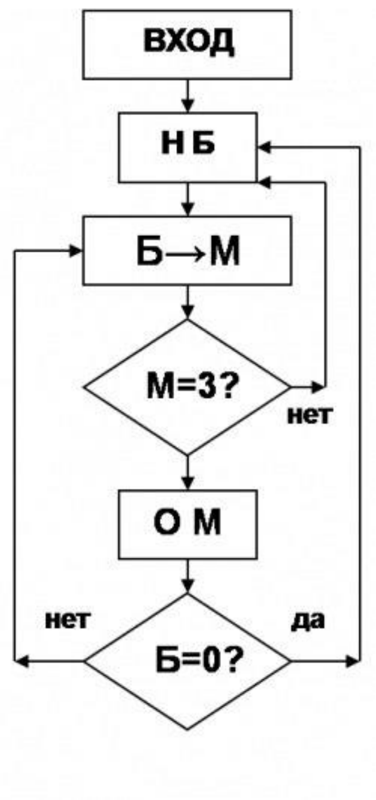
2.4 Метод блок-схем.

Идея метода: описать последовательность выполнения операций, определить порядок их выполнения и фиксировать состояния. Более систематический подход к решению задач "на переливание" заключается в использовании блок-схем. Суть этого метода состоит в следующем. Сначала выделяются операции, которые позволяют нам точно отмерять жидкость. Эти операции называются командами. Затем устанавливается последовательность выполнения выделенных команд. Эта последовательность оформляется в виде схемы. Подобные схемы называются блок-схемами и широко используются в программировании. Составленная блок-схема является программой, выполнение которой может привести нас к решению поставленной задачи. Для этого достаточно отмечать, какие количества жидкости удается получить при работе составленной программы. При этом обычно заполняют отдельную таблицу, в которую заносят количество жидкостив каждом из имеющихся сосудов.

Задача №7. ***Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.***
Решение. Перечислим все возможные операции, которые могут быть использованы нами, и введем для них следующие сокращенные обозначения: НБ — наполнить больший сосуд водой из-под крана; НМ — наполнить меньший сосуд водой из-под крана; ОБ — опорожнить больший сосуд, вылив воду в раковину; ОМ — опорожнить меньший сосуд, вылив воду в раковину; Б→М — перелить из большего в меньший, пока больший сосуд не опустеет или меньший сосуд не наполнится; М→Б — перелить из меньшего в больший, пока меньший сосуд не опустеет или больший сосуд не наполнится. Выделим среди перечисленных команд только три: НБ, Б→М, ОМ. Кроме этих трех команд рассмотрим еще две вспомогательные команды: Б = 0 ? — посмотреть, пуст ли больший сосуд; М = 3 ? — посмотреть, наполнен ли малый сосуд. В зависимости от результатов этого осмотра мы переходим к выполнению следующей команды по одному из двух ключей - "да" или "нет". Такие команды в программировании принято называть командами "условного перехода" и изображать в блок-схемах в виде ромбика с двумя ключами-выходами.

Договоримся теперь о последовательности выполнения выделенных команд. После Б→М будем выполнять ОМ всякий раз, как меньший сосуд оказывается наполненным, и НБ всякий раз, как больший сосуд будет опорожнен. Последовательность команд изобразим в виде блок-схемы (Рис. 1). Начнем выполнение программы. Будем фиксировать, как меняется количество воды в сосудах, если действовать по приведенной схеме. Результаты оформим в виде таблицы.

Б	0	5	2	2	0	5	4	4	1	1	0	5	3	3	0	0
М	0	0	3	0	2	2	3	0	3	0	1	1	3	0	3	0

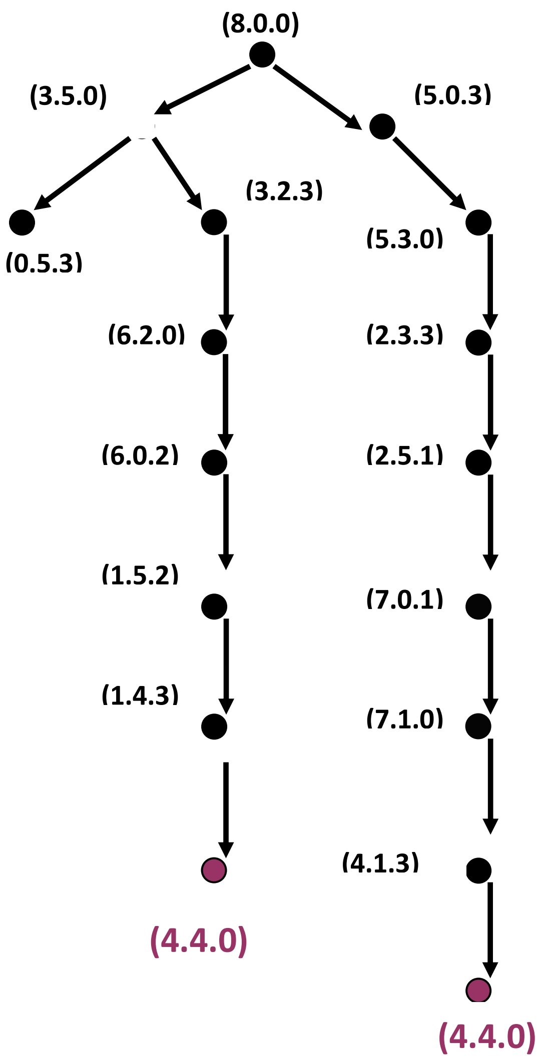


Дальше эта последовательность будет полностью повторяться. Из таблицы видим, что количество воды в обоих сосудах вместе образует следующую последовательность: 0, 5, 2, 7, 4, 1, 6, 3, 0 и т.д. Таким образом, действуя по приведенной схеме, можно отмерить любое количество литров от 1 до 7. Чтобы отмерить еще и 8 литров, надо наполнить оба сосуда.

2.5Метод графов.

В журнале «Квант» № 2 за 1975 год приводится решение задач на переливание с помощью графов, т.е. графических схем, состоящих из точек, соединенных между собой стрелками. Решим выше указанную задачу данным методом. Присвоим каждому бочонку номер: бочонку в 8 ведер - №1, бочонку в 5 ведер - № 2, бочонку в 3 ведра - № 3. Рассмотрим возможные варианты наполнения бочонков, получающиеся в результате одного переливания. Изобразим это состояние точкой (8.0.0). Теперь из кувшина № 1 можно перелить в кувшин № 2 5 ведер кваса или в кувшин № 3 – 3 ведра. В результате получается два новых варианта наполнения кувшинов (3.5.0) и (5.0.3). Их также изобразим точками, а стрелками покажем, что они получаются из исходного варианта (8.0.0). Других вариантов одним переливанием получить нельзя.

Делаем второе переливание. Чтобы не пропустить ни одной возможности, рассмотрим бочонки в порядке номеров. Берем вариант (3.5.0) 1 – 3 ведра, в бочонке № 2 – 5 ведер, бочонок № 3 – пуст). Из бочонка № 1 можно перелить квас только в № 3, в результате получится новый вариант (0.5.3). На графе от точки (3.5.0) ведем стрелку к точке (0.5.3). Из бочонка № 2 можно перелить квас в бочонки № 1 или № 3, но переливание в бочонок № 1 не дает нового варианта (получающийся при этом вариант (8.0.0) уже рассматривался), поэтому переливание нецелесообразно. Переливая квас из бочонка № 2 в бочонок № 3, получаем новый вариант (3.2.3), показываем это на графе точкой (в бочонке №2)



Далее рассматриваем аналогично и строим граф. Процесс решения задачи данным методом сводится к «выращиванию» графа-дерева. На данном рисунке видны две цепи, идущие из точки (8.0.0) и заканчивающиеся исходным вариантом

(4.4.0). Они соответствуют двум различным способам искомого разливания.

1 способ: (8.0.0) – (3.5.0) – (3.2.3) – (6.2.0) – (6.0.2) – (1.5.2) – (1.4.3) – (4.4.0).

2 способ: (8.0.0) – (5.0.3) – (5.3.0) – (2.3.3) – (2.5.1) – (7.0.1) – (7.1.0) – (4.1.3) – (4.4.0).

3. Заключение.

Таким образом, я в своей работе рассмотрел четыре способа решения задач на переливание. Считаю, что способы: метод бильярда игеометрический позволяют более наглядно представить процесс переливания и делают его более осознанным и увлекательным. Мне больше всего понравился способ с использованием координатной плоскости. Если на олимпиадах попадётся задача на переливание, то я попробую её решать этим способом.

Но нельзя сказать однозначно какой способ лучше. Считаю, что владеть всеми способами решения какой-либо задачи лучше, чем одним, т.к. есть выбор. А право выбора остаётся за каждым конкретным человеком.

Рассматриваемые задачи традиционно встречаются на олимпиадах по математике различного уровня, и, несомненно, данная работа будет отличным материалом для желающих научиться решать данный тип задач. Ею могут пользоваться учителя математики при проведении кружковых занятий по занимательной математике, а также ученики при подготовке к участию в математических олимпиадах.

Приложение I. Биография Пуассона.

ПУАССОН (Poisson) Симеон Дени (1781-1840), французский математик, механик и физик, иностранный почетный член Петербургской АН (1826). Труды по математическому анализу, теории вероятностей, математической физике, теоретической и небесной механике, теории упругости, гидродинамике и др.

ПУАССОН (Poisson) Симеон Дени (21 июня 1781, Питивье, близ Орлеана — 25 апреля 1840, Ско, пригород Парижа), выдающийся французский ученый, которого по праву считают одним из создателей современной математической физики. Его имя часто встречается в учебниках по математическому анализу и электромагнетизмау, теории вероятностей и акустики, квантовой механики и теории упругости. В истории науки Пуассон стоит в одном ряду с его выдающимися современниками — Лапласом, Лагранжем, Фурье, Коши, Ампером, Гей-Люссаком, Френелем.

О родителях Пуассона известно немного. Известно, что отец его был поначалу солдатом ганноверских войск, но его военная карьера не удалась. Из-за придирок и притеснений офицеров он бежал из армии и обосновался в маленьком французском городке Питивье. К моменту рождения сына он занимал скромную, но уважаемую должность нотариуса. Мальчик рос совершенно обычным, ничем не примечательным, и никаких особых надежд в раннем детстве не подавал. У родителей даже возникли сомнения по поводу его умственных способностей. Отцу, конечно, очень хотелось, чтобы его сын стал нотариусом, но семейный совет решил, что с этой работой ему не справиться и лучше ему стать врачом. Симеона отправили в городок Фонтенбло к дяде Ланфану для обучения достойному, но, в их понимании, простому ремеслу хирурга. Однако овладеть этой профессией оказалось нелегко. Он наотрез отказался заниматься медициной и вернулся к родителям в Питивье. За время, пока Симеона не было дома, там произошли изменения: отец стал «государственным человеком», возглавив городскую общину. Семья переехала в другой дом, более приличествующий новому положению в обществе. Здесь жизнь стала оживленнее: приходило много людей, из Парижа стали поступать различные журналы и среди них «Журнал Политехнической школы». Читать его оказалось очень занятным для Симеона, еще занятнее было решать предлагавшиеся в журнале математические задачи. Неожиданно решение задач оказалось делом очень легким для мальчика, который нигде никогда этому не учился; он просто «щелкал» их одну за другой. Родители Пуассона быстро переменили мнение об умственных способностях своего сына и отправили его обратно в Фонтенбло, но на этот раз в школу. В школе Пуассон учился блестяще. Его дарование и трудолюбие позволили ему сильно оторваться от своих сверстников. Когда он выходил к доске, учителя уже знали, что сейчас они услышат много нового и интересного для себя, а ученики часто вообще мало что понимали. Два года спустя семнадцатилетний Симеон был принят в Политехническую школу (EcolePolytechnique) в Париже, одно из самых лучших учебных заведений Франции. Среди профессоров школы в первые годы ее существования были известные ученые: Монж, Лаплас, Лагранж, Фурье, Карно. По существу все основные курсы и учебники математического анализа, геометрии и механики, на много лет предопределившие уровень математического образования (и не только во Франции), были созданы профессорами Политехнической школы. Лаплас и Лагранж гордились замечательными способностями Симеона Дени и занимались с ним особенно много. Пуассон в совершенстве знал труды многих своих предшественников, особенно подробно он изучал работы Эйлера и Д'Аламбера. Позднее друг и биограф Пуассона, выдающийся физик и тоже воспитанник Политехнической школы Франсуа Арагописал :«Пуассон никогда не имел надобности тратить время и силы на искание того, что уже было найдено». Не случайно поэтому, что уже в двадцать лет Пуассон сделал свои первые математические работы, сразу принесшие ему известность. Было бы, впрочем, неверно думать, что в студенческие годы, да и позже тоже, Пуассону были чужды нематематические интересы. Он был общительным и жизнерадостным человеком, очень любил и часто посещал театр, знал наизусть сочинения Мольера и Корнеля, трагедии Расина.

Дальнейшая жизнь Пуассона также оказалась во многом связанной с Политехнической школой — здесь он прошел последовательно всю «иерархическую лестницу». По окончании курса обучения он был оставлен при школе репетитором, а в 1802 получил должность помощника профессора. В 1806 ушел из Политехнической школы великий Фурье; его профессорское место занял 25-летний Пуассон. В 1812 Пуассон был избран академиком Парижской Академии наук; с 1820 он — член Совета Парижского университета. Ему поручается наблюдение за преподаванием математики во всех колледжах Франции. В Политехнической школе Пуассона назначают экзаменатором абитуриентов. Должность экзаменатора была в определенном смысле выше обычной профессорской: принимая итоговые экзамены, он подвергал тем самым проверке и то, как усвоены знания воспитанниками Политехнической школы, и то, как и чему их научили профессора. Все сменяющиеся в те бурные годы правительства Франции с большим вниманием относились к научным заслугам Пуассона. Он получил титул барона, был награжден орденом Почетного легиона, стал пэром Франции. Получил Пуассон признание и за рубежом: он был членом всех научных обществ и академий Европы и Америки, в том числе почетным членом Петербургской Академии наук (с 1826). Пуассон, по словам Араго, «обладал еще одним достоинством, которым часто пренебрегают даже не высоко стоящие в науке: точностью исполнения своих обязанностей». Известно, например, что выпускные экзамены в Политехнической школе ежегодно отнимали у Пуассона четыре недели, в течение которых он должен был экзаменовать по девять часов в день.«Только однажды, — пишет Араго,— из приличия Пуассон отказался экзаменовать своего старшего сына, но воспитанники Политехнической школы, узнав об этом, послали к нему депутацию с объявлением, что они вполне верят его беспристрастию и просят не отказываться от экзамена». Педагогическую работу Пуассон любил, об этом говорит и его известное высказывание: «Жизнь украшается двумя вещами —

занятием математикой и ее преподаванием». Лекции Пуассона отличались ясностью и глубиной. В последние годы жизни он поставил перед собой задачу написать фундаментальный курс математической физики.

О научных трудах Пуассона рассказывать очень непросто. Большая часть его работ (а всего их около 350) относится к математической физике. Одно из главных понятий в электростатике — это понятие об электрическом потенциале. Потенциал всегда зависит от величины и расположения зарядов в пространстве. Пуассон в 1811 вывел дифференциальное уравнение, связывающее потенциал с плотностью распределения зарядов. Простейшие задачи в электростатике можно, конечно, решать и не пользуясь уравнением Пуассона. Но для сколько-нибудь сложных задач, когда есть много зарядов и расположены они произвольным образом, рассчитать зависимость потенциала от координат можно только с помощью этого уравнения. Уравнение Пуассона, вместе с результатами Эйлера, Гаусса, Лапласа, Грина и Остроградского, лежит теперь в основе современной теории потенциала — важного раздела математической физики.

Значительны заслуги Пуассона в теоретической механике, в механике сплошных сред, теории теплопроводности, теории упругости. Изучал он вопросы, связанные с адиабатическим изменением состояния газа, с атмосферным электричеством, с измерением горизонтальной составляющей земного магнитного поля, с природой сил поверхностного натяжения, с распространением волн в глубоком бассейне. Были у Пуассона и «артиллерийские» заслуги. Он подробно исследовал задачу об отклонении снарядов от вертикальной плоскости, проведенной через направление ствола орудия. В астрономии он занимался исследованием устойчивости движения планет Солнечной системы, рассматривал задачи о возмущении планетных орбит и о движении Земли вокруг ее центра тяжести.

Ему принадлежит также много результатов в области чистой математики, особенно в дифференциальном и интегральном исчислении (интеграл Пуассона, формула суммирования Пуассона и др.), в теории дифференциальных и разностных уравнений. Нельзя, наконец, не сказать о существенном вкладе Пуассона в теорию вероятностей. Вслед за Лапласом он уделял большое внимание применениям теории вероятностей в...уголовном судопроизводстве. Один из его больших трактатов так и называется «Исследования о вероятности приговоров в уголовных и гражданских делах». Сейчас это может вызвать улыбку, но нельзя забывать, что и в этой работе решались вполне конкретные и строгие математические задачи. В работах Пуассона очень часто видно стремление связать формальные математические рассуждения не только с естественными науками, но и с общественно важными вопросами. Таков и его трактат «О преимуществе банкира при игре в тридцать и сорок». Вряд ли нужно осуждать Пуассона за стремление «помочь обогащению банкиров», лучше вспомнить о том, что теория игр, в том числе и азартных, была очень существенной для становления и развития теории вероятностей, а сейчас и сама стала самостоятельным и жизненно необходимым разделом математической науки.

И, конечно, всем, кто изучает теорию вероятностей или использует для своих целей вероятностные расчеты, знакомо распределение Пуассона. Так называется формула, позволяющая для многих задач вычислять распределение случайных величин. С помощью этой формулы можно, например, подсчитать вероятность того, что в коллективе, состоящем из 1999 человек, ровно k человек родились в тот же день, что и Пуассон (k = 0,1,2,3,4,....). Можно вычислить как распределены опечатки в какой-нибудь книге при условии, что существует постоянная вероятность того, что любая буква будет набрана наборщиком неправильно. Хорошо описывается формулой Пуассона и процесс радиоактивного распада, скажем, радия.(Этот процесс заключается в превращении ядра атома радия в ядро атома радона с испусканием альфа-частицы. Распад каждого отдельного ядра происходит независимо от состояния других ядер, и вероятность такого распада в единицу времени есть величина постоянная).

С самого раннего детства Пуассон был связан с физикой колебаний. Связан, как ни удивительно это звучит, в буквальном смысле слова. Дело в том, что нянька маленького Симеона Дени, по-видимому, не отличалась особым прилежанием. Чтобы иметь с малышом поменьше хлопот, она обвязывала младенца вокруг пояса широким полотенцем и подвешивала его к большой горизонтальной балке. Так, качаясь в виде своеобразного маятника, маленький мальчик проводил много часов. Будучи взрослым, Пуассон шутил, говоря, что сам Бог велел ему заниматься теорией колебаний.

Одна из решенных им в этой области задач касалась вычисления частот колебаний небольших металлических или стеклянных пластин, жестко закрепленных в одной точке. Опыты с такими пластинами проделывались немецким физиком Эрнстом Хладни, и первая информация о них относится к 1787. В 1809 Хладни продемонстрировал эти опыты членам Французского Национального института. Все смотрели на них с изумлением, не сразу понял их смысл даже Лаплас. Сами опыты заключались в следующем. На закрепленную в центре горизонтальную пластинку сверху равномерно насыпается очень мелкий песок. Для простоты можно ограничиться случаем, когда пластинки квадратные или круглые. Если слегка коснуться пластинки в той или иной точке пальцем и одновременно возбудить колебания пластинки, проведя поперек нее смычком, то песок перераспределится, собираясь вдоль «узловых линий». Наблюдаемые песчаные фигуры (их называют хладниевыми) могут иметь сложную, но всегда достаточно симметричную конфигурацию. Заслуга Пуассона при объяснении хладниевых фигур состоит в том, что он установил связь частоты колебаний пластин с числом узловых линий.

Приложение II. Копилка задач на переливание.

1.Для разведения картофельного пюре быстрого приготовления "Зеленый великан" требуется 1 л воды. Как, имея два сосуда емкостью 5 и 9 литров, налить 1 литр воды из водопроводного крана?

Решение:

5 литров	5	0	5	1
9 литров	0	5	5	9

2.Как с помощью 2-литровой и 5-литровой банок отмерить ровно 1 литр?

Решение:

I способ:

2 литра	0	2	0	2
5 литров	5	3	3	1

II способ:

2 литра	2	0	2	0	2	1
5 литров	0	2	2	4	4	5

3.Как, имея пятилитровое ведро и девятилитровую банку, набрать из реки ровно три литра воды?

Решение:

5 литров	0	5	0	4	4	5	0	5
9 литров	9	4	4	0	9	8	8	3

4.Для марш-броска по пустыне путешественнику необходимо иметь 4 литра воды. Больше он взять не может. На базе, где имеется источник воды, выдают только 5-литровые фляги, а также имеются 3-литровые банки. Как с помощью одной фляги и одной банки набрать 4 литра во флягу?

Решение:

3 литра	3	0	3	1	1	0	3	0
5 литров	0	3	3	5	0	1	1	4

5. Есть два кувшина емкостью 5 л и 9 л. Нужно набрать из источника 7 л воды, если можно пользоваться только кувшинами.

Решение:

I способ:

5л	5	0	5	1	1	0	5	0	5	2	2	0	5	0
9л	0	5	5	9	0	1	1	6	6	9	0	2	2	7

II способ:

5л	0	5	0	4	4	5	0	5	0	3	3	5
9л	9	4	4	0	9	8	8	3	3	0	9	7

6. ***Какое наименьшее число переливаний потребуется для того, чтобы в четырехлитровую кастрюлю с помощью крана и пятилитровой банки налить 3 литра воды?***

Решение:
Наливаем кастрюлю.Переливаем воду из кастрюли в банку.Наливаем кастрюлю.Доливаем полную банку, и в кастрюле остается 3 литра.

7.Винни-Пух и пчелы.
Однажды Винни-Пух захотел полакомиться медом и пошел к пчелам в гости. По дороге нарвал букет цветов, чтобы подарить труженицам пчелкам. Пчелки очень обрадовались, увидев мишку с букетом цветов, и сказали: «У нас есть большая бочка с медом. Мы дадим тебе меда, если ты сможешь с

помощью двух сосудов вместимостью 3 л и 5 л налить себе 4 л!» Винни-Пух долго думал, но все-таки смог решить задачку. Как он это сделал?
Решение:
Как в результате можно получить 4 л? Нужно из 5-литрового сосуда отлить 1 л. А как это сделать? Нужно в 3-литровом сосуде иметь ровно 2 л. Как их получить? – Из 5-литрового сосуда отлить 3 л.
Решение лучше и удобнее оформить в виде таблицы:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
5 л	5	2	2	-	5	4
3 л	-	3	-	2	2	3

Наполняем из бочки 5-литровый сосуд медом (1 шаг). Из 5-литрового сосуда отливаем 3 л в 3-литровый сосуд (2 шаг). Теперь в 5-литровом сосуде осталось 2 литра меда. Выливаем из 3-литрового сосуда мед назад в бочку (3 шаг). Теперь из 5-литрового сосуда выливаем те 2 литра меда в 3-литровый сосуд (4 шаг). Наполняем из бочки 5-литровый сосуд медом (5 шаг). И из 5-литрового сосуда дополняем медом 3-литровый сосуд. Получаем 4 литра меда в 5-литровом сосуде (6 шаг). Задача решена.
Поиск решения можно было начать с такого действия: к трем литрам добавить 1 литр. Но тогда решение будет выглядеть следующим образом:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
5 л	-	3	3	5	-	1	1	4
3 л	3	-	3	1	1	-	3	-

8.Бэтмен и Человек-Паук.

Бэтмен и Человек-Паук никак не могли определить, кто из них самый главный супергерой. Что только они не делали: отжимались, бегали 100 метровку, подтягивались – то один победит, то другой. Так и не разрешив свой спор, отправились они к мудрецу. Мудрец подумал и сказал: «Самый главный супергерой – это не тот, кто сильнее, а тот, кто сообразительнее! Вот, кто решит первым задачу, тот и будет самым-самым! Слушайте: имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из источника 7 л живой воды?» Помогите вашему любимому герою решить эту задачу.
Решение:
Ход рассуждений таков:
Как в результате получить 7 литров? – Нужно к 5 литрам долить 2 л. А где их взять? – Из 5-литрового сосуда отлить 3 л. А как их получить? В 8-литровый перелить из 5-литрового 5 литров, потом еще три.
Решение задачи показано в таблице:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

8 л	-	5	5	8	-	2	7
5 л	5	-	5	2	2	5	-

9. Парное молоко.
Бидон емкостью 10 л наполнен парным молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 л молока в семилитровый бидон, используя при этом трехлитровый бидон.
Решение:
Будем "шаги" переливаний записывать в виде строки из трех чисел.
При этом сосуды размещены слева направо по мере убывания их вместимости:

Шаги	**Бидон**		
	10 л	**7 л**	**3 л**
1-й	3	7	0
2-й	3	4	3
3-й	6	4	0
4-й	6	1	3
5-й	9	1	0
6-й	9	0	1
7-й	2	7	1
8-й	2	5	3

10. Деление 10 л поровну, имея сосуды 3, 6 и 7 л. Разделить на 2 равные части воду, находящуюся в 6-литровом сосуде (4 л) и в 7-литровом (6 л), пользуясь этими и 3-литровым сосудами. Какое наименьшее количество переливаний потребуется?

Решение:В скобках – второй вариант решения.

	Сосуд 6 л	**Сосуд 3 л**	**Сосуд 7 л**
До переливания	4	0	6
Первое переливание	1 (4)	3 (3)	6 (3)
Второе переливание	1 (6)	2 (1)	7 (3)

Третье переливание	6 (2)	2 (1)	2 (7)
Четвертое переливание	5 (2)	3 (3)	2 (5)
Пятое переливание	5 (5)	0 (0)	5 (5)

11.*Молоко из Простоквашино.*

Дядя Федор собрался ехать к родителям в гости и попросил у кота Матроскина 4 л простоквашинского молока. А у Матроскина только 2 пустых бидона: трехлитровый и пятилитровый. И восьмилитровое ведро, наполненное молоком. Как Матроскину отлить 4 литра молока с помощью имеющихся сосудов?

Решение:Переливаем из 8-литрового ведра 5 литров молока в 5-литровое.
Переливаем из 5-литрового бидона 3 литра в 3-литровый бидон.
Переливаем их теперь в 8-литровое ведро. Итак, теперь 3-литровое ведро пусто, в 8-литровом 6 литров молока, а в 5-литровом - 2 литра молока.
Переливаем 2 литра молока из 5-литрового бидона в 3-литровый, а потом наливаем 5 литров из 8-литрового ведра в 5-литровый бидон. Теперь в 8-литровом 1 литр молока, в 5-литровом - 5, а в 3-литровом - 2 литра молока.
Доливаем дополна 3-литровый бидон из 5-литрового и переливаем эти 3 литра в 8-литровое ведро. В 8-литровомведре стало 4 литра, так же, как и в 5-литровом бидоне.

	сосуд 8 л	**сосуд 5 л**	**сосуд 3 л**
До переливания	8	0	0
Первое переливание	3	5	0
Второе переливание	3	2	3
Третье переливание	6	2	0
Четвертое переливание	6	0	2
Пятое переливание	1	5	2
Шестое переливание	1	4	3
Седьмое переливание	4	4	0

После переливания, оказалось, по 4 л молока в 8-литровом и 5-литровом сосудах, а это и требовалось.

12. Набрать 7 л воды из речки.
У подножья высокого холма, на берегу тихой речки был небольшой аул. Жили в нем два брата-охотника. Старшего брата звали Каалка, младшего Копчон. Отправляет старший брат младшего за водой и дает ему два бурдюка,

вместимостью 8л и 5л и просит принести ровно 7л воды. Сможет ли Копчон выполнить просьбу старшего брата?

Решение:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
8л	–	5	5	8	–	2	7
5л	5	–	5	2	2	5	–

13.Том Сойер.

Тому Сойеру нужно покрасить забор. Он имеет 12 л краски и хочет отлить из этого количества половину, но у него нет сосуда вместимостью в 6 л. У него 2 сосуда: один – вместимостью в 8 л, а другой – вместимостью в 5 л. Каким образом налить 6 л краски в сосуд на 8 л? Какое наименьшее число переливаний необходимо при этом сделать?

Решение:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
12 л	12	4	4	9	9	1	1	6
8 л	-	8	3	3	-	8	6	6
5 л	-	-	5	-	3	3	5	-

14.Губка Боб.
Губке Бобу срочно нужно налить из водопроводного крана 6 л воды. Но он имеет лишь два сосуда 5-литровый и 7-литровый. Как ему это сделать?
Решение:

Ходы	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
7 л	7	2	2	-	7	4	4	-	7	6
5 л	-	5	-	2	2	5	-	4	4	5