Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики и физики»

Прикладные вопросы
математики

Формулы для вычисления площади треугольника

Хузина Алиса Фаатовна,
9 кл., МБОУ «СОШ №5»
г. Чернушка

Макеева Любовь Семеновна
учитель математики

Пермь, 2017.

Оглавление

Введение

В седьмом классе начинается изучение геометрии. Школьный курс предполагает разбор площадей треугольников с 8 класса, хотя с площадями прямоугольника, квадрата и круга мы знакомилисьранее. Особое внимание обращается на вычисление площадей четырёхугольников, треугольников, так как в дальнейшем всем учащимся надо сдавать государственные экзамены по математике (ОГЭ и ЕГЭ), в которых есть задания на нахождение площадей многоугольников. Школьная программа не всегда рассматривает все формулы для решения задач.

В прошлом году я писала работу по нахождению площади многоугольника на клетчатой бумаге «Формула Пика».Когда на уроке геометрии начали изучать площадь треугольника,то познакомились с тремя формулами: $S = \frac{1}{2}ah$; $S= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $S = \frac{1}{2}ab$ – первые две дают возможность вычислить площадь любого треугольника по заданным величинам, а третья – для прямоугольного треугольника, где a иb его катеты. Когда учитель математики сказал, что кроме этих формул есть ещё, то я решила познакомиться с ними и узнать, откуда эти формулы произошли, написать учебно-исследовательскую работу по теме «Формулы для вычисления площади треугольника».

Гипотеза:

Верно ли, что площадь треугольника, найденная по одной формуле, равна площади этого же треугольника,вычисленной по другой формуле?

Цель учебно-исследовательской работы:

Найти формулы, которые не включены в программу школьного курса, показать их применение на задачах.

Задачи:

1) Проанализировать и систематизировать полученную информацию;

2) Познакомиться с формулами и определить рациональность их применения;

3) Использовать различные формулы для нахождения площади одного и того же треугольника;

4) Найти несколько задач на нахождение площади треугольникаиз КИМов прошлых лет и решить их;

5) Создать презентацию работы для представления собранного материала одноклассникам.

Основная часть

1. Формулы площадей треугольников

Понятие площади нам известно из повседневного опыта. Каждый понимает смысл слов: площадь комнаты равна 16 $м^2$, площадь садового участка – восьми соткам и т.д.

Можно сказать, что площадь многоугольника – это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник. Измерение площадей проводится с помощью выбранной единицы измерения аналогично измерению длин отрезков. При выбранной единице измерения площадей площадь каждого многоугольника выражается положительным числом. Это число показывает, сколько раз единица измерения и её части укладываются в данном многоугольнике. Так, если за единицу измерения отрезков принят сантиметр, то за единицу измерения площадей принимают квадрат со стороной 1см. Такой квадрат называется квадратным сантиметром и обозначается $см^2$. Обычно измеряют лишь некоторые связанные с многоугольником отрезки, а затем вычисляют площадь по определённым формулам. [1]

1.1. Основная формула площади треугольника S = ½ah

S = ½ah, где

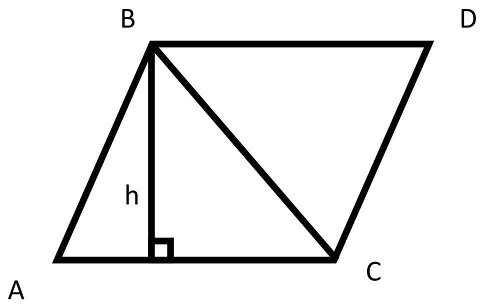
S - площадь треугольника

a - известная сторона треугольника

h - высота проведенная к прямой содержащую сторону a треугольника

Теорема:

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту.



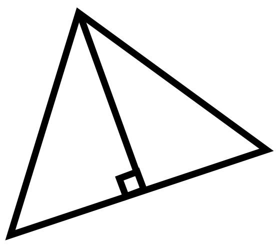
Дано: ▲ABC
AC – основание,
BH – высота,
S – площадь
Доказать, что
$S_{▲ABC} = ½(AC×BH) =$
$=½ah$

Доказательство:

1) Достроим до параллелограмма
2) ▲ABC=▲DBC (по трем сторонам)
   BD = AC, AB = CD, BC– общая для треугольников
3) S_{ABCD} = ah = (AC×BH) = 2 $S_{▲ABC}$, так как ▲ABC =▲DBC, =>
$S_{▲ABC}$ = $S_{▲DBC}$
4) $S_{▲ABC}$ = ½ S_{ABCD}= ½(AC×BH) = ½ ah

#

1.1.1. Нахождения площадей по формуле S = ½ah



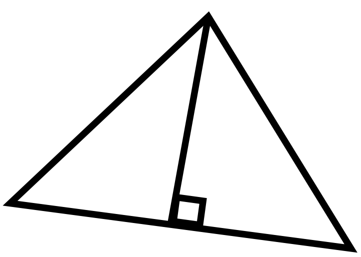
Дано: ▲ABC,
AC= 24 см,
BH= 32см
Найти:
S = ?

Решение:

1) $S = \frac{1}{2}ah$, гдеa = AC = 24см, h = BH = 32см,

$S = \frac{1}{2} * 24 * 32 = 384$ (см^2)

Ответ: S = 384см^2



Дано: ▲ABC,
AC= 7 см,
BH= 12см
Найти:
S = ?

Решение:

2) $S = \frac{1}{2}ah$, гдеa = AC = 7см, h = BH = 12см,

$S = \frac{1}{2} * 7 * 12 = 42$ (см^2)

Ответ: S = 42см^2

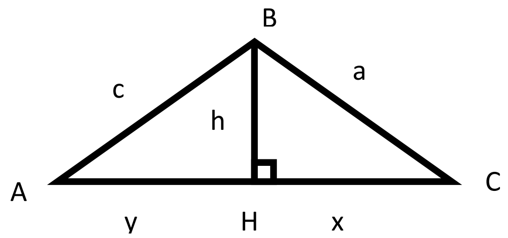
1.2. Формула Герона S = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Формула Герона содержится в «Метрике» Герона Александрийского (I века н. э.) и названа в его честь. Герон интересовался треугольниками с целочисленными сторонами, площади которых тоже являются целыми. Такие треугольники носят название героновых треугольников. Простейшим героновым треугольником является египетский треугольник (прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5).

S=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где
S - площадь треугольника
p - полупериметр треугольника
a,b, c - стороны треугольника

Теорема:

Площадь треугольника со сторонами a,b,c выражается формулой S=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p = ½ (a +b +c) - полупериметр треугольника.



Дано: ▲ABC, AB = c,
BC = a, CA = b,
углы Аи В–острые.
Доказать, что
S$_{\blacktriangle ABC}$ =$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Доказательство:

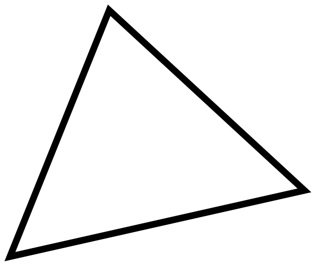
1) CH – высота, лежит на стороне AB, CH = h, AH = y, BH = x
2) По теореме Пифагора
$a^2 - x^2 = h^2 = b^2 - y^2$, откуда$y^2 - x^2 = b^2 - a^2$или $(y - x)(y + x) = b^2 - a^2$. Так как $y + x = c$, то $y - x = \frac{1}{c}(b^2 - a^2)$ =>$y = \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}$. Поэтому $h^2 = b^2 - y^2 = (b + y)(b - y) = (b + \frac{b^2+c^2-a^2}{2c})(b - \frac{b^2+c^2-a^2}{2c}) = \frac{(b+c)^2-a^2}{2c} \times \frac{a^2-(b-c^2)}{2c} =$
$= \frac{(b+c+a)(b+c-a)(a-b+c)(a+b-c)}{4c^2} = \frac{2p(2p-2a)(2p-2b)(2p-2c)}{4c^2} = \frac{4p(p-a)(p-b)(p-c)}{c^2}$,
=>$h = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{c}$. Но $S = ½hc$, поэтому
S=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

#

1.2.1. Нахождения площадей по формуле

S= $\boldsymbol{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$**,**

где p=$\boldsymbol{\frac{a+b+c}{2}}$**, a, b, c - стороны**



Дано: ▲ABC,
AB = 12
BC= 8 см,
CA= 10см
Найти:
S= ?

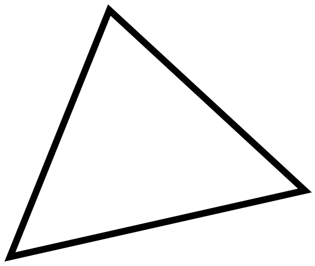
Решение:

1) S = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Найдем p = 12 + 8 + 10 = 15(см)

S = $\sqrt{15(15-12)(15-8)(15-10)}$ = $\sqrt{15*3*7*5}$ = $15\sqrt{7}$ = =$15\sqrt{7}$(см^2)

Ответ: S = $15\sqrt{7}$см^2



Дано: ▲ABC,
AB = 3 см,
BC= 7 см,
CA= 8 см
Найти:
S = ?

Решение:

1) S = $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Найдем p = (3 + 8 + 7) : 2 = 9(см)

S = $\sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$= $\sqrt{6*9*2}$ =$3\sqrt{2*3*2}$ = $6\sqrt{3}$(см^2)

Ответ: S = $6\sqrt{3}$см^2

1.3. Формула$S = ½ab\sin \alpha$

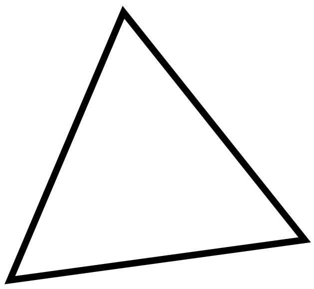
$S = ½ab\sin \alpha$, где

S – площадь треугольника

a, b–стороны треугольника

$\sin\alpha$–синус острого угла в прямоугольном треугольнике - отношение противолежащего катета к гипотенузе[1]

1.3.1. Нахождения площадей по этой формуле

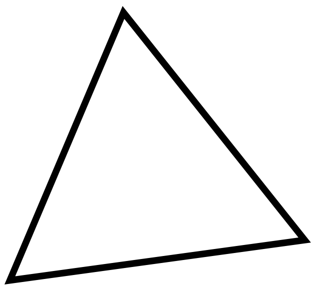


Дано: ΔABC,
AB = 12 см,
BC = 8 см,
$\angle B = 30^0$
Найти:
S = ?

Решение: $S = ½ ab\sin\alpha$

$S = ½ AB*BC* \sin\angle B = ½*12*8* \sin 30^0 = ½*12*8* ½ = 24(см^2)$

Ответ: 24 $см^2$



Дано: ΔABC,
AB = 15 см,
BC = 8 см,
$\angle B = 60^0$
Найти:
S = ?

Решение: $S = ½ ab\sin\alpha$

$S = ½ AB*BC* \sin\angle B = ½*15*8* \sin 60^0 = ½*15*8* \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\frac{\sqrt{3}}{2}(см^2)$

Ответ: $60\frac{\sqrt{3}}{2}см^2$

1.4. Формула S = ½Pr

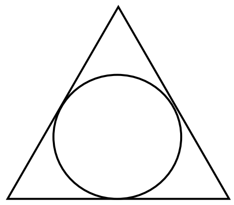
$S = \frac{1}{2}Pr$, где

S – площадь треугольника

P – периметр треугольника

r – радиус вписанной окружности в треугольник

1.4.1. Нахождения площадей по этой формуле



Дано: ▲ABC,

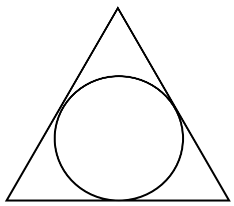
r =1,2 см, P = 8см

Найти:S

Решение:

$S = \frac{1}{2}Pr = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 8 = 4{,}8$ (см^2)

Ответ: S = 4,8 (см^2)



Дано: ▲ABC,

r =2,8см, P = 12см

Найти:S

Решение:

$S = \frac{1}{2}Pr = \frac{1}{2} \cdot 2{,}8 \cdot 12 = 16{,}8$ (см^2)

Ответ: S = 16,8 (см^2)

1.5. Формула S = $\frac{abc}{4R}$

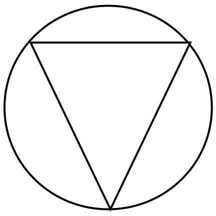
S= $\frac{abc}{4R}$, где

S – площадь треугольника

a, b, c – стороны треугольника

R – радиусокружности, описанной около треугольника

1.5.1. Нахождения площадей по формуле S = $\frac{abc}{4R}$



Дано:▲ABC, AB=3см,

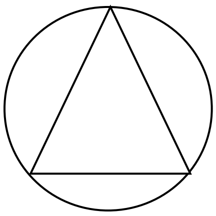
BC =5 см, AC = 6 см,

окружность (O,R=2,5см)- описана

Найти: S

Решение: S= $\frac{abc}{4R}$ = (AB*BC*AC): 4R=3*5*6(4*2.5)=9(см^2)

Ответ: S= 9(см^2).



Дано:▲ABC, AB=6см,

BC = 10 см, AC = 12 см,

окружность (O,R = 5см)- описана

Найти: S

Решение: S= $\frac{abc}{4R}$ = (AB*BC*AC): 4R=6*10*10 : (4*5)= 30(см^2)

Ответ: S= 30 (см^2).

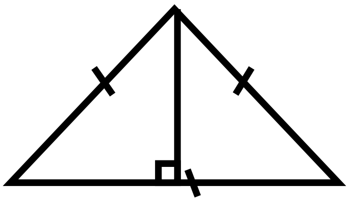
1.6. Формулы для нахождения площади равностороннеготреугольника

1.6.1. Нахождения площадей по формулеS = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

S= $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где

S – площадь треугольника

a – сторона треугольника



Дано: ▲ABC - равносторонний, со стороной – a,

Доказать, что S = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Доказательство:

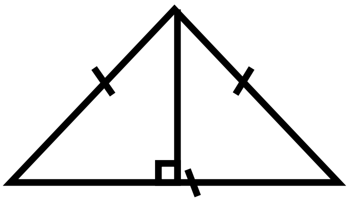
1) $h^2 = a^2 - (\frac{a}{2})^2 = a^2 - \frac{a2}{4} = \frac{3a^2}{4}$ (по теореме Пифагора)

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S = 1/2a * \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (по основной формуле)

Задача

#



Дано: ▲ABC - равносторонний, a = 6,

Найти: S = ?

Решение:

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{6^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ (см^2)

Ответ: $9\sqrt{3}$(см^2)

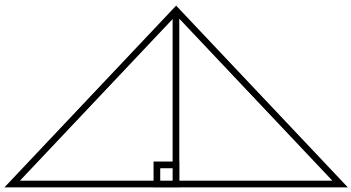
1.6.2. Нахождения площадей по формуле S = $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$

S= $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$, где

S – площадь треугольника

h – высота треугольника

Задача 1



Дано: ▲ABC - равносторонний,
BH = $13\sqrt{3}$см
Найти:
AC = ?

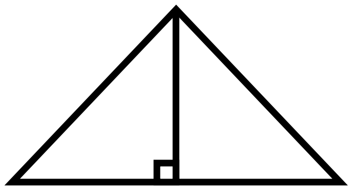
Решение:

1) S = $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$, где h = BH = $13\sqrt{3}$см

S = $\frac{(13\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}}$= $\frac{507}{\sqrt{3}}$ = $\frac{507\sqrt{3}}{3}$ =$169\sqrt{3}$ (см^2).

Ответ: S =$169\sqrt{3}$ (см^2)

Задача 2



Дано: ▲ABC - равносторонний,
BH = $16\sqrt{3}$см
Найти:
AC = ?

Решение:

2) S = $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$, где h = BH = 16см

S = $\frac{(16\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}}$= $\frac{256\sqrt{3*3}}{\sqrt{3}}$ =$256\sqrt{3}$=$256\sqrt{3}$ (см^2).

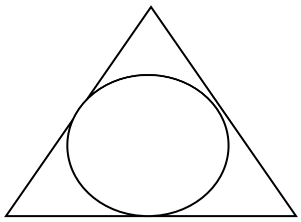
Ответ: S =$256\sqrt{3}$ (см^2)

1.6.3. Нахождения площадей по формулеS =$3\sqrt{3}r^2$

S =$3\sqrt{3}r^2$, где

S – площадь треугольника

r – радиус вписаннойокружности треугольника



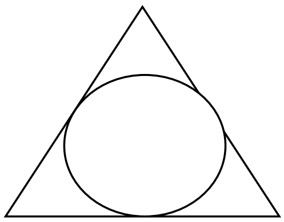
Дано: ▲ABC- равносторонний,

r =2,

Найти S:

Решение: S= $3\sqrt{3}r^2$=$3\sqrt{3} * 4 = 12\sqrt{3}$

Ответ: $12\sqrt{3}$



Дано: ▲ABC- равносторонний,

r = 4,

Найти S:

Решение: S= $3\sqrt{3}r^2$=$3\sqrt{3} * 16 = 48\sqrt{3}$

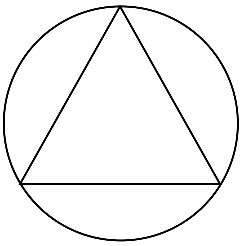
Ответ: $48\sqrt{3}$

1.6.4. Нахождения площадей по формуле $S = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$

$S = \frac{3\sqrt{3}\,R^2}{4}$, где

S – площадь треугольника

R – радиусокружности, описанной около треугольника



Дано: ▲ABC,

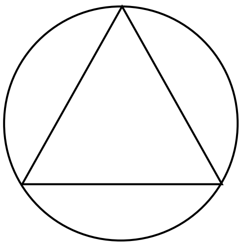
R = 5

Найти: S

Решение:

$S = \frac{3\sqrt{3}\,R^2}{4} = \frac{3\sqrt{3} * 5^2}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$

Ответ: $\frac{75\sqrt{3}}{4}$



Дано: ▲ABC,

R = 1,2

Найти: S

Решение:

$S = \frac{3\sqrt{3}\,R^2}{4} = \frac{3\sqrt{3} * 1{,}2^2}{4} = \frac{4{,}32\sqrt{3}}{4} = 1{,}08\sqrt{3}$

Ответ: $1{,}08\sqrt{3}$

1.7. Формулыдля нахождения площади прямоугольного треугольника

1.7.1. Нахождения площадей по формуле S = ½ ab

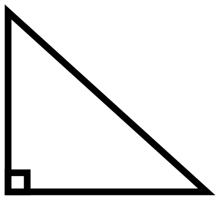
S = ½ ab, где

S – площадь треугольника

a, b– катеты треугольника

S = ½ ah, h=b, т.к. a┴ b =>S = ½ ab

Задача 1



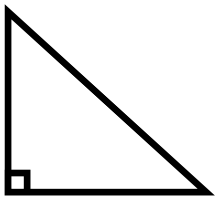
Дано: ▲ABC – прямоугольный,
AC = 11 см,
BC= 8см
Найти:
S = ?

Решение:

1) $S = \frac{1}{2}ab$, где a = AC = 11 см, b = BC = 8 см
   $S = \frac{1}{2} * 11 * 8 = 44$ (см^2)

Ответ: S = 44 см^2

Задача 2



Дано: ▲ABC – прямоугольный,
AC = 11 см,
BC= 6 см
Найти:
S = ?

Решение:

2) $S = \frac{1}{2}ab$, где a = AC = 11 см, b = BC = 6см
   $S = \frac{1}{2} * 11 * 6 = 33$ (см^2)

Ответ: S = 33см^2

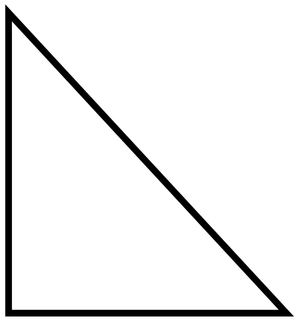
1.7.2. Нахождения площадей по формуле$S = \frac{a^2 tg\alpha}{2}$

S=$\frac{a^2 tg\alpha}{2}$, где

S – площадьтреугольника

a– катет треугольника

$tg\alpha$– тангенс острого угла прямоугольного треугольника –отношение противолежащего катета к прилежащему катету[1]



Дано: ▲ABC – прямоугольный,

<A = 30^0 , a = $2\sqrt{3}$

Найти: S

Решение:

S =$\frac{a^2 tg\alpha}{2}$ = S=$\frac{(2\sqrt{3})^2 tg30°}{2}$ = $\frac{12*\sqrt{3}}{2*3}$ = $2\sqrt{3}$

Ответ: $2\sqrt{3}$

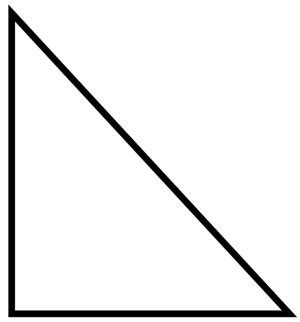
1.7.3. Нахождения площадей по формуле S = $\frac{a^2 ctg\beta}{2}$

S= $\frac{a^2 ctg\beta}{2}$, где

S – площадь треугольника

a– катет треугольника

$ctg\alpha$ – котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике - отношение прилежащего катета к противолежащему катету[1]



Дано: ▲ABC – прямоугольный,

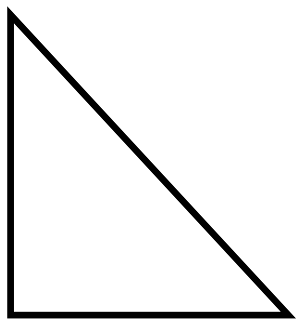
<B = 30^0 , a = $2\sqrt{3}$

Найти: S

Решение:

S =$\frac{a^2 ctg\beta}{2}$ = S=$\frac{(2\sqrt{3})^2 ctg30°}{2}$ = $\frac{12*\sqrt{3}}{2}$ = $6\sqrt{3}$

Ответ: $6\sqrt{3}$



Дано: ▲ABC – прямоугольный,

<A = 30^0 , a = $2\sqrt{3}$

Найти: S

Решение:<B = $90^0 – 30^0 = 60^0$

S =$\frac{a^2 ctg\beta}{2}$ = S=$\frac{(2\sqrt{3})^2 ctg60°}{2}$ = $\frac{12*\sqrt{3}}{2*3}$ = $2\sqrt{3}$

Ответ: $2\sqrt{3}$

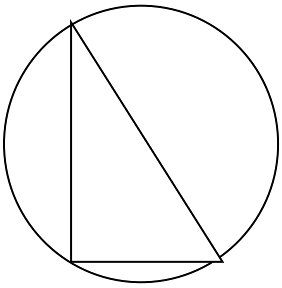
1.7.4. Нахождения площадей по формуле $S = R^2 \sin 2\alpha$

$S = R^2 \sin 2\alpha$, где

S – площадь треугольника

R–радиус описанной окружности треугольника

$sin\alpha$ – синус острого угла прямоугольного треугольного – отношение противолежащего катета к гипотенузе[1]



Дано: ▲ABC – прямоугольный,

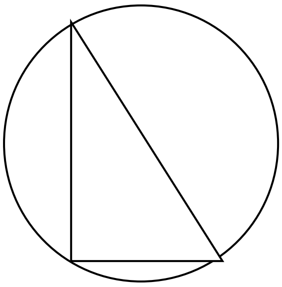
R = 6см, $<A = 45^0$

Найти: S

Решение:

$S = R^2 \sin 2\alpha = 6^2 * \sin(2*45^0) = 36 * \sin 90^0 = 36 * 1 = 36$ (см^2)

Ответ: 36 см^2



Дано: ▲ABC – прямоугольный,

R = 6см, $<A = 30^0$

Найти: S

Решение:

$S = R^2 \sin 2\alpha = 6^2 * \sin(2*30^0) = 36 * \sin 60^0 = 36 * \sqrt{3} : 2 = 18\sqrt{3}$ (см^2)

Ответ: $18\sqrt{3}$ см^2

1.7.5. Нахождения площадей по формуле S = $\frac{c^2 sin2\alpha}{4}$

S= $\frac{c^2 sin2\alpha}{4}$, где

S – площадь треугольника

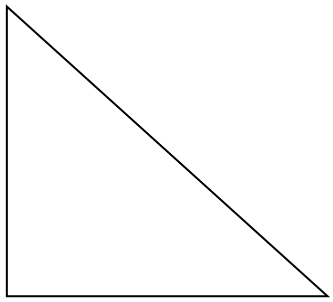
c – гипотенуза треугольника

$sin\alpha$ – синус острого угла в прямоугольном треугольнике - отношение противолежащего катета к гипотенузе[1]

Дано: ▲ABC – прямоугольный,

AB = 6см, <A = 30^0

Найти: S



Решение:

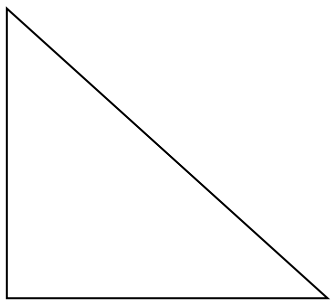
S = $\frac{c^2 sin2\alpha}{4} = \frac{6^2 \sin(2*30°)}{4} = \frac{36 sin60°}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4*2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} = 4{,}5\sqrt{3}$(см^2)

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$ см^2

Дано: ▲ABC – прямоугольный,

AB = 6см, <A = 60^0

Найти: S



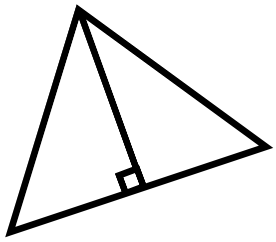
Решение:

S = $\frac{c^2 sin2\alpha}{4} = \frac{6^2 \sin(2*60°)}{4} = \frac{36 sin120°}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4*2} = \frac{9\sqrt{3}}{2} = 4{,}5\sqrt{3}$(см^2)

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$ см^2

2. Задачи на нахождение площади треугольника из контрольно-измерительных материалов прошлых лет ОГЭ

Задача 1.



Дано: ▲ABC,
AC= 14 см,
BH= 31 см
Найти:
S = ?

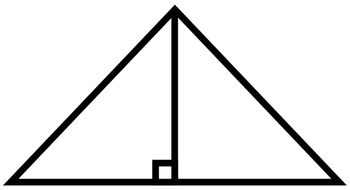
Решение:

3) $S = \frac{1}{2}ah$, гдеa = AC = 14 см, h = BH = 31 см,

$S = \frac{1}{2} * 14 * 31 = 217$ (см^2)

Ответ: S = 217 см^2

Задача 2.



Дано: ▲ABC - равносторонний,
BH = $13\sqrt{3}$см
Найти:
AC = ?

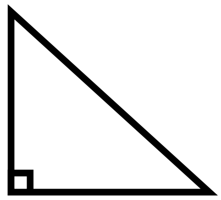
Решение:

3) $S = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$, где h = BH = $13\sqrt{3}$см

$S = \frac{(13\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \frac{507}{\sqrt{3}} = \frac{507\sqrt{3}}{3} = 169\sqrt{3}$ (см^2).

Ответ: S =$169\sqrt{3}$ (см^2)

Задача 3.



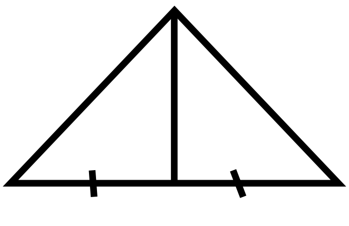
Дано: ▲ABC - прямоугольный,
AC = 11 см,
BC= 8см
Найти:
S = ?

Решение:

3) $S = \frac{1}{2}ab$, где a = AC = 11 см, b = BC = 8 см
   $S = \frac{1}{2} * 11 * 8 = 44$ (см^2)

Ответ: S = 44 см^2

Задача 4.



Дано: ▲ABC - равносторонний,
CB = $14\sqrt{3}$см, AN- медиана
Найти:
AN = ?

Решение:

1) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a = CB = $14\sqrt{3}$см

$S = \frac{(14\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{588\sqrt{3}}{4} = 49\sqrt{3}$ (см^2)

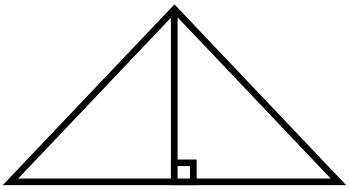
2) ▲ABC – равносторонний, значит, медиана является высотой и биссектрисой, в данном случае нам нужна высота, т.к. в основной формуле имеется высота.Найдём медиану, зная площадь и сторону

$S = \frac{1}{2}ah$, гдеа = CB = $14\sqrt{3}$см, S = $49\sqrt{3}$см^2

$49\sqrt{3} = \frac{1}{2} * 14\sqrt{3}$ *h=>h= $49\sqrt{3}$*2:$14\sqrt{3}$=7(см).

Ответ: 7см

Задача 5.



Дано: ▲ABC,
AC = 16см
BH = 27 см
Найти:
S = ?

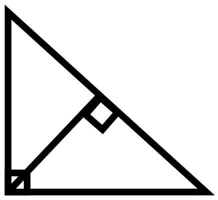
Решение:

1) $S = \frac{1}{2}ah$, где a = AC = 16 см, h = BH = 27 см,

$S = \frac{1}{2} * 16 * 27 = 216$ (см^2)

Ответ: S = 216 см^2

Задача 6.



Дано: ▲ABC - прямоугольный,
AC = 21 см, CH- высота,
BC= 28см
Найти:
CH = ?

Решение:

1) По теореме Пифагора найдем гипотенузу $c^2 = a^2 + b^2$, где

a = AC = 21 см, b = BC = 28 см, $=> c^2=441+784=1225$, $c = \sqrt{1225} = 35$ (см), $S = \frac{1}{2} * 11 * 8 = 44$ (см^2).

$S = \frac{1}{2}AB*CH => CH=2*S : AB=2*44:35 = 2\frac{18}{35}$ (см)

Ответ: $CH=2\frac{18}{35}$ см

Задача 7.

Условия задач представлены в виде рисунков в сборникеЛысенко Ф.Ф. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2015[3]. Решила задачи двумя способами. Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

В+Г/2 – 1(Формула Пика),

где В- количество целочисленных узлов внутри многоугольника,

а Г – количество целочисленных узлов на границе многоугольника

№777 (По формуле Пика)

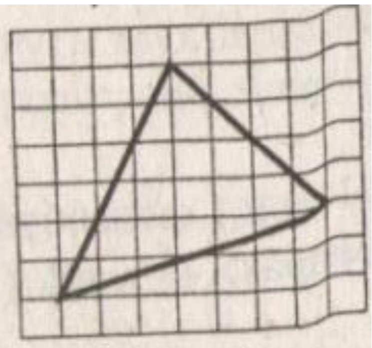


Рис. 251.

В = 15, Г = 8

S = 15 + 8 : 2 – 1= 18(см^2)

Ответ: 18 см^2

№777

S = a * b

$S_{пр}$ = 7 * 6 = 42 (см^2)

S = ½ * a * b

S_1 = 3 * 6 * ½ = 9 (см^2)

S_2 = 4 * 4 * ½ = 8 (см^2)

S_3 = 2 * 7* ½ = 7 (см^2)

$S_ф$ = $S_{пр}$ – (S_1+ S_2 + S_3)

$S_ф$ = 42 – (7 + 8 + 9) = 18 (см^2)

Заключение

Выполняя работу, познакомились с формулами для вычисления площади любого треугольника. Чтобы вычислить площадь треугольника нужно знать не только формулы, но и определения и свойства. Для равнобедренного, равностороннего и прямоугольного треугольников можно пользоваться различными формулами, хотя есть и общая для всех, которая изучается в геометрии 8 класса ($S = \frac{1}{2}ah$).

Проверена справедливость каждой формулы для нахождения площадей треугольников. Найдено и проверено 5 формул для нахождения площади любого треугольника. 4 формулы для равностороннего треугольника, 5 формул для прямоугольного треугольника.

Выведены формулы: $\mathbf{S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$, $\mathbf{S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$, **S = ½ ah.**

Для применения каждой формулы составлено и решено 28 задач. Решено 7 задач из сборников, которые используются при подготовке обучающихся к ОГЭ, поэтому пригодятся в дальнейшем как обучающимся, так и учителю.

Итак, площадь треугольника всегда равна одному и тому же числу, неважно по какой формуле она найдена: по формуле Герона, с формулами, содержащими радиусы вписанной или описанной около треугольника окружности, или с помощью основных формул из геометрии школьного курса. Задачи выполнены, цель достигнута.

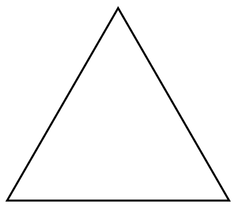
Формулы, которые имеются в исследовательской работе, разобраны и использованы на предпрофильных курсах по математике в 8а классе.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.Геометрия 7-9 классы: учеб.для общеобразоват. организации – 6-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 383с.
2. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. 9-й класс. Подготовка к ГИА-2014: учебно-методическое пособие. Ростов-на-Дону: Легион, 2013. – 304 с.
3. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2015. Книга 1:Ростов-на-Дону: Легион, 2014. – 352с.
4. Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия: учебное пособие для учащихся 5-6 классов. – М.: МИРОС, 1995. – 240с.
5. Ященко И.В. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов - М.: Издательство «Национальное образование», 2016. – 240 с. - (ОГЭ, ФИПИ - школа).

Приложения

Теорема синусов:
Стороны треугольник пропорциональны синусам противолежащих углов.



Дано: ▲ABC, AB = c,

BC = a, CA = b.

Доказать, что

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

Доказательство:

1) Теореме о площади треугольника

S = ½ absinC, S = ½ bcsin A, S = ½ casin B.

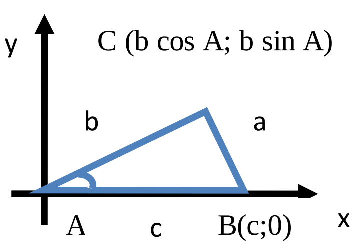
2) Из первых двух равенств получаем: ½ absinC = ½ bcsinA, откуда получаем $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$. Точно так же из второго и третьего равенства следует, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$.

3) Итак, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. Теорема доказана

#

Теоремакосинусов:

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



Дано: ▲ABC, AB = c,
BC = a, CA = b.
Доказать, что
$a^2 = b^2 + c^2 – 2b *c*\cos A$.

Доказательство:

Введем систему координат с началом в точке Атак, как показано на рисунке. Тогда точка B будет иметь координаты (c;0), а точка C – координаты(b cosA; bsinA). По формуле расстояния между двумя точками получаем:

$BC^2 = a^2 = (b \cos A – c)^2 + b^2 \sin^2 A = b^2\cos^2 A + b^2\sin^2 A – 2 b c \cos A + c^2 =$

$= b^2 + c^2 – 2\, b\, c \cos A$ #

Синус (изгиб) встречался в трудах по астрономии великого индийского учёного Ариабхаты и имел название - архаджива, затем слово было сокращено на джива, и лишь в 19 веке слово было заменено арабами на джаб, перевод которого и означал современный термин.

Тангенс и котангенс возникли ещё в 10 веке, благодаря арабскому математику Абу-ль-Вафойно. Но понятие было забыто и заново открыто лишь в XIV веке немецким математиком, астрономом Регимонтаном

Косинус (дополнительный синус) очень молод по сравнению с другими, так как появился совсем недавно.

Формулы для нахождения

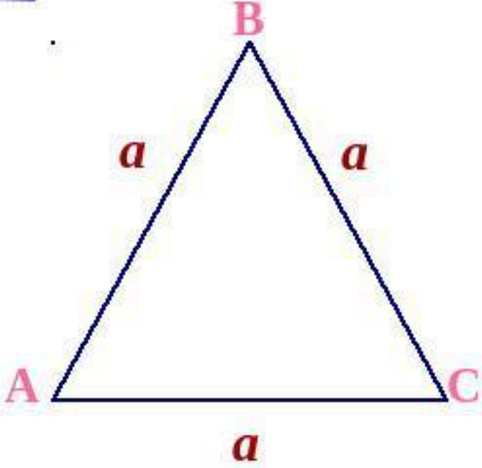
площадей различных треугольников.

$$S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \qquad S = \frac{1}{2} a \cdot ha \qquad S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} ab \qquad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

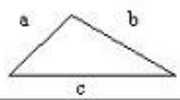
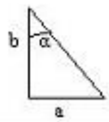
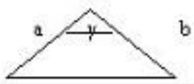
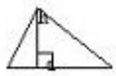
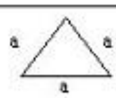
$$S = \frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2} \qquad S = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r$$

Площадь треугольника



Площадь равностороннего треугольника вычисляется по формуле

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Виды	Дано	Формула площади	Другие используемые формулы
Разносторонние		S=√p(p-a)(p-b)(p-c)	Теорема косинусов $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$ R= abc/4s r=2S/a+b+c
Прямоугольные, где катеты не известны		S=ab/2	Sinα=a / c, cosα=b/c, tgα=a/b $C^2=a^2+b^2$- теорема Пифагора R=abc/4S r=2S/a+b+c
Треугольник, у которого известны две стороны и угол между ними		S=ab/2sinγ	Теорема косинусов $C^2=a^2+b^2-2ab\cos\alpha$, R=abc/4S Теорема синусов a/sinα=b/sinβ=c/sinγ=2R r=2S/a+b+c
Треугольник, у которого основание и высота к нему известны		S=ah/2	h=2S/a a=2S/h
Равносторонние или правильные		$S=a^2\sqrt{3}/4$	α=β=γ=60°