

Краевая научно-практическая конференция  
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов  
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики и физики»

Прикладные вопросы математики

## **Криптография в математике**

Русских Злата Юрьевна,  
7 кл., Зюкайская СОШ, Верецагинского р-а  
Чудинова Любовь Сергеевна,  
учитель математики

Пермь. 2017.

## Оглавление

Титульный лист		
Оглавление		
Паспорт проекта	.....	3
Введение	.....	4 стр.
Глава I. Что такое криптография	.....	6 стр.
1.1. История возникновения криптографии	.....	6 стр.
1.2. Каким должен быть шифр	.....	7 стр.
1.3. Виды шифрования	.....	8 стр.
1.4 Криптография в других науках	.....	14 стр.
Глава II. Криптография в математике	.....	16 стр.
2.1 Математические основы криптографии	.....	16 стр.
Заключение	.....	18 стр.
Приложение 2	.....	20 стр.
Заключение	.....	25 стр.
Список использованной литературы	.....	27 стр.

## Паспорт проекта

<b>1</b>	<b>Название проекта</b>	«Криптография в математике»
<b>2</b>	<b>Руководитель проекта</b>	Чудинова Любовь Сергеевна
<b>3</b>	<b>Консультанты проекта</b>	Федорова Елена Александровна Русских Юлия Александровна
<b>4</b>	<b>Возраст учащихся, на которых рассчитан проект</b>	11-14 лет
<b>5</b>	<b>Состав проектной группы</b>	
<b>6</b>	<b>Описание основных этапов проекта</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. <u>Подготовительный:</u> определение темы проекта, выбор материала для реализации проекта.</li><li>2. <u>Этап планирования:</u> планирование деятельности по созданию проекта, отбор методов работы</li><li>3. <u>Этап реализации проекта:</u> работа с литературой, применение на практике методов шифрования Создание сборника заданий по применению различных видов шифров для использования при углубленном изучении предмета математики</li></ol>

## Введение

Наверно, каждый из нас в детстве играл в тайные записочки, содержание которых знали и понимали только единицы, так сказать, избранные. Создание своего особенного языка, своего, ни на что не похожего алфавита, чтобы никто-никто на всем белом свете не догадался о содержании нашей переписки. Это увлекательнейшее занятие! Ведь можно было писать о чем угодно, зная тайный шифр. Это было началом моего увлечения криптологией. Проблема защиты информации от прочтения посторонним лицом или противником волновала человеческие умы с незапамятных времен. В дальнейшем меня ждала встреча с таинственными «пляшущими человечками», загадку которых так блистательно разгадал великий сыщик Шерлок Холмс. Это только подогрело интерес. Именно поэтому я выбрал столь сложную, но очень интересную для меня тему.

Данный проект предназначен для знакомства и глубокого понимания криптографии и ее связи с математикой и другими науками.

**Целью проекта** является знакомство с криптографией и изучение применения в ней основ математики.

Итогом работы над проектом является сборник заданий, ориентированный на средний школьный возраст, презентация шифров для обучающихся, изучающих математику углубленно в рамках дополнительных факультативных занятий.

### Задачи:

1. Изучить историю криптографии с помощью специальной литературы.
2. Познакомиться с различными видами и способами шифрования и проанализировать различные шифры с применением элементарных математических навыков и действий.
3. Составить презентацию различных методов и форм шифрования.
4. Осуществить шифровку и дешифровку текста с применением собственного шифра.
5. Создать сборник заданий для обучающихся.

Для реализации поставленных задач были использованы следующие методы исследования: теоретический (поисковый, описательный) и практический (метод анализа и обобщения, анкетирование).

**Гипотеза:** криптография не потеряла своей актуальности и полезности и в наше время, заниматься шифрованием и дешифрованием увлекательно и полезно, знание и использование шифра различной сложности помогает скрыть информацию, не предназначенную для посторонних.

### Этапы работы над проектом

№	Этап проекта	Содержание
1.	Подготовительный	Определение темы проекта, выбор материала для реализации проекта.
2.	Этап планирования	Планирование деятельности по созданию проекта, отбор методов работы.
3.	Этап реализации проекта	Работа с литературой, поиск шрифтов, основанных на математических методах.
		Создание шрифта и сборника заданий

**Объект:** криптография и методы ее практического применения.

**Предмет:** математические и логические способы кодирования и шифрования.

**Новизна:** высокая значимость при недостаточности внимания к криптографии, как науке, в среднем звене общего образования.

## **Глава I. Что такое криптография**

Криптография - наука о математических методах обеспечения конфиденциальности, т.е. невозможности прочтения информации посторонними. С широким распространением письменности криптография стала формироваться как самостоятельная наука. Первые криптосистемы встречаются уже в источниках, датированных временами до нашей эры. Бурное развитие криптографические системы получили в годы первой и второй мировых войн. Начиная с послевоенного времени и по нынешний день, появление вычислительных средств ускорило разработку и совершенствование криптографических методов.

### **1.1. История возникновения**

История криптографии - ровесница истории человеческого языка. Более того, первоначально письменность сама по себе была своеобразной криптографической системой, так как в древних обществах ею владели только избранные. Считается, что основы криптографии заложил Эней Тактик. Попытки зашифровать данные делали ещё в древней Индии и Месопотамии. Но они были не очень удачными. Первая надёжная система защиты была разработана в Древнем Китае. Широкое распространение криптография приобрела и в странах Античности. Тогда она использовалась в военных целях. Методы криптографии нашли своё применение и в Средние века, но их уже взяли на вооружение купцы и дипломаты. Золотым веком данной науки называют эпоху Возрождения. Тогда же был предложен двоичный способ шифрования, аналогичный которому используется в компьютерной технике в наши дни. Во время Первой мировой войны она была признана полноценным боевым инструментом. Стоило только разгадать сообщения противника – и можно было получить ошеломляющий результат. В качестве примера можно привести перехват телеграммы, посланной немецким послом Артуром Циммерманом американскими спецслужбами. Конечным результатом этого стало то, что США вступило в боевые действия на стороне Антанты.

Искусство шифрования и тайной передачи информации было присуще практически всем государствам. Криптография в прошлом использовалась, прежде всего, в военных целях. Однако сейчас, по мере образования информационного общества, криптография становится одним из основных инструментов, обеспечивающих конфиденциальность, доверие, авторизацию, корпоративную безопасность.

Условно историю криптографии можно разделить на несколько периодов:

- первый период (приблизительно с 3-го тысячелетия до н.э.) характеризуется господством моноалфавитных шифров (основной принцип – замена алфавита исходного текста другим алфавитом через замену букв другими буквами или символами).
- второй период (хронологические рамки – с IX века на Ближнем Востоке и с XV века в Европе – до начала XX века) ознаменовался введением в обиход полиалфавитных шифров.
- третий период (с начала и до середины XX века) характеризуется внедрением электромеханических устройств в работу шифровальщиков, при этом продолжалось использование полиалфавитных шифров.
- четвёртый период – с середины до 70-х годов XX века – период перехода к математической криптографии.
- современный период развития криптографии (с конца 1970-х годов по настоящее время) отличается зарождением и развитием нового направления – криптография с открытым ключом. Её появление знаменует не только новыми техническими возможностями, но и сравнительно широким распространением криптографии для использования частными лицами (в предыдущие эпохи использование криптографии было исключительной прерогативой государства).

## **1.2. Каким должен быть шифр**

Поскольку основной задачей криптографии является защита информации, то необходимо рассмотреть определенные требования к шифрам. Итак, каким же должен быть шифр?

Впервые несколько общих принципов сформулировал голландский лингвист 19 века Август Керкхоффс.

Во-первых, шифр должен обеспечивать достаточную стойкость к взлому. Несмотря на то, что одиночное зашифрованное сообщение может быть в принципе невзламываемым, часто бывает необходимо переслать сотни сообщений, зашифрованных в одной и той же системе.

Во-вторых, шифр должен быть прост в использовании. Опыт показывает, что пользователи избегают пользоваться сложными и громоздкими шифросистемами либо пользуются ими с ошибками.

В-третьих, стойкость шифра к взлому должна полностью зависеть от обеспечения секретности ключа, а не алгоритма. Опять-таки из опыта известно, что алгоритм, которым пользуется много людей, не может долго оставаться в секрете.

«Невзламываемый» шифр – это целый класс систем, широко известных под названием «одноразовые вкладыши». Соответствующий принцип был впервые отчетливо сформулирован американским ученым Гилбертом Вернамом примерно в 1917. Вернам занимался разработкой криптографических методов для использования в телетайпных машинах. В этой связи он предложил комбинировать открытый текст, представленный в виде отверстий в бумажной перфоленте, с данными, нанесенными на другую перфоленту и являющимися ключом к шифру. Ключ должен был состоять из отверстий, перфорированных в ленте случайным образом. Комбинация этих двух лент и составляла шифротекст. Без знания ключа такое сообщение не поддается анализу.

### 1. 3. Виды шифрования

Сначала немного терминологии, чтобы разобраться с основными понятиями в криптографии.

*Шифр* – какая-либо система преобразования текста с секретом для обеспечения секретности передаваемой информации.

*Открытый текст* – сообщение, подлежащее передаче адресату.

*Шифротекст* – преобразованное с помощью шифра сообщение.

*Шифрование* – процесс преобразования открытого текста.

*Ключ* – параметр, определяющий правило и метод шифрования.

Все многообразие существующих криптографических методов можно свести к следующим классам преобразований.

*Моно- и многоалфавитные подстановки или замена* - наиболее простой вид преобразований, заключающийся в замене символов исходного текста на другие (того же алфавита) по более или менее сложному правилу. Для обеспечения высокой криптостойкости требуется использование больших ключей.

*Перестановки* - также несложный метод криптографического преобразования. Используется, как правило, в сочетании с другими методами.

*Гаммирование* - этот метод заключается в наложении на исходный текст некоторой псевдослучайной последовательности, генерируемой на основе ключа.

*Блочные шифры* - представляют собой последовательность (с возможным повторением и чередованием) основных методов преобразования, применяемую к блоку (части) шифруемого текста. Блочные шифры на практике встречаются чаще, чем “чистые”



преобразования того или иного класса в силу их более высокой криптостойкости. Российский и американский стандарты шифрования основаны именно на этом классе шифров.

Известны случаи, когда криптография считалась даже черной магией. Этот период развития криптографии как искусства длился с незапамятных времен до начала XX века, когда появились первые шифровальные машины. Понимание математического характера решаемых криптографией задач пришло только в середине XX века — после работ выдающегося американского ученого К.Шеннона. В криптографии, всегда использовались всевозможные устройства, как для облегчения кодирования сообщения, так и повышения стойкости шифра. Одним из самых известных устройств являются роторные машины. Самым известным роторным устройством является «Энигма» (Enigma). Энигма использовалась немцами во Второй Мировой Войне. Сама идея пришла в голову Артуру Шербиусу (Arthur Scherbius) и Арвиду Даму (Arvid Gerhard Damm) в Европе. В настоящее время известно множество различных видов шифров. Вот примеры некоторых из них.

### **Книжный шифр**

В таком шифре ключом является некая книга, имеющаяся и у отправителя и у получателя. В шифре обозначается страница книги и строка, первое слово которой и является разгадкой. Дешифровка невозможна, если книги у отправителя и корреспондента разных годов издания и выпуска. Книги обязательно должны быть идентичными.

### **Шифр Цезаря**

Сутью данного шифра является замена одной буквы другой, находящейся на некоторое постоянное число позиций левее или правее от неё в алфавите. Гай Юлий Цезарь использовал этот способ шифрования при переписке со своими генералами для защиты военных сообщений. Этот шифр довольно легко взламывается, поэтому используется редко.

### **Шифр с кодовым словом**

Еще один простой способ как в шифровании, так и в расшифровке. Используется кодовое слово (любое слово без повторяющихся букв). Данное слово вставляется впереди алфавита и остальные буквы по порядку дописываются, исключая те, которые уже есть в кодовом слове.

## Шифр Атбаш

Один из наиболее простых способов шифрования. Первая буква алфавита заменяется на последнюю, вторая – на предпоследнюю и т.д.

## Шифр Фрэнсиса Бэкона

Один из наиболее простых методов шифрования. Для шифрования используется алфавит шифра Бэкона: каждая буква слова заменяется группой из пяти букв «А» или «В» (двоичный код).

a AAAAA g AABBA m ABABV s BAAAB y BABBA

b AAAAB h AABVV n ABVAA t VAABA z BABVV

c AAABA i AVAAA o AVVAB u VAABV

d AAABV j BVVAA p AVVBA v BVVAV

e AABAA k AVAAB q AVVVV w BAVAA

f AAVAB l AVABA r BAAAA x BAVAV

Сложность дешифрования заключается в определении шифра. Как только он определен, сообщение легко раскладывается по алфавиту.

## Поросячья латынь

Чаще используется как детская забава, особой трудности в дешифровке не вызывает. Обязательно употребление английского языка, латынь здесь ни при чем. В словах, начинающихся с согласных букв, эти согласные перемещаются назад и добавляется “суффикс” ау. В русском языке такой метод тоже используется. Называют его по-разному: “синий язык”, “солёный язык”, “белый язык”, “фиолетовый язык”. Таким образом, в Синем языке после слога, содержащего гласную, добавляется слог с этой же гласной, но с добавлением согласной “с” (т.к. язык синий).

## Решетка Кардано

Инструмент кодирования и декодирования, представляющий собой специальную прямоугольную (в частном случае — квадратную) таблицу-карточку, часть ячеек которой вырезана. Решетка не имеет жесткого шаблона, она сделана из листа картона или пергамента, или же из тонкого металла. Чтобы обозначить линии письма, бумагу разлиновывают, и между этими линиями вырезают прямоугольные области через

интервалы произвольной длины. Шифратор помещает решетку на лист бумаги и пишет сообщение в прямоугольных отверстиях, в которых помещается отдельный символ, слог или целое слово. Исходное сообщение оказывается разделенным на большое число маленьких фрагментов. Затем решетка убирается, и пустые места на бумаге заполняются посторонним текстом так, чтобы скрываемый текст стал частью другого текста. Такое заполнение требует известного литературного таланта. Для расшифровки у получателя сообщения должна быть такая же решетка.

### **Цифровое (числовое) кодирование**

Кодирование с помощью чисел. Появилось, наверное, вместе с первым алфавитом. Например, поскольку каждая буква знает свое место, то у нее есть номер, а значит букву можно заменить цифрами: а - 1, к - 12, о - 16 и т.д. Для того, чтобы пользоваться цифровым кодом нужно выучить алфавит, но это как раз очень пригодится, особенно будущему переводчику, ученому и в любой профессии, связанной с информацией.

### **Азбука Морзе**

«Морзянка» или код Морзе — способ знакового кодирования, представление букв алфавита, цифр, знаков препинания и других символов последовательностью сигналов: длинных (тире) и коротких (точка). За единицу времени принимается длительность одной точки. Длительность тире равна трём точкам. Пауза между элементами одного знака — одна точка, между знаками в слове — 3 точки, между словами — 7 точек. Назван в честь американского изобретателя и художника Сэмюэля Морзе.

### **Шрифт Брайля**

Рельефно-точечный тактильный шрифт, или «ночной», предназначенный для письма и чтения незрячими и плохо видящими людьми. Шрифт активно используется слабовидящими и незрячими людьми. Для изображения букв в шрифте Брайля используются шесть точек. Точки расположены в два столбца. При письме точки прокалываются, и поскольку читать можно только по выпуклым точкам, «писать» текст приходится с обратной стороны листа. Текст пишется справа налево, затем страница переворачивается, и текст читается слева направо. Для читающего точки нумеруются по столбцам слева направо и по строкам сверху вниз. Для пишущего на перевёрнутой странице нумерация выглядит по иному: точка 1 находится в верхнем правом углу, под ней — точка 2, в нижнем левом углу — точка 6.

## Шифр «Считала»

Этот шифр известен со времен войны Спарты против Афин в V веке до н.э. Для его реализации использовалась считала — жезл, имеющий форму цилиндра. На считалу виток к витку наматывалась узкая папирусная лента (без просветов и нахлестов), а затем на этой ленте вдоль оси считалы записывался открытый текст. Лента разматывалась и получалось (для непосвященных), что на ленте в беспорядке написаны какие-то буквы (каждая из букв поперек ленты). Затем лента отправлялась адресату. Адресат брал такую же считалу, таким же образом наматывал на нее полученную ленту и читал сообщение вдоль оси считалы.

## Древнерусская тайнопись

Наидревнейший метод тайнописания согласно имеющихся в руках учёных старых рукописей именовался «иными письменами». В них символы кириллицы менялись на символы глаголицы, латиницы, греческой или пермской азбуки. Немного в стороне от всех других азбук как тайнопись стоит пермская. Её придумал епископ Стефан из Перми, используя как базу кириллическую и греческую азбуку, но реально никто не применял. В 15-м веке, как мало кому известный, пермский алфавит стал методом тайнописания, но даже так он не был широко распространён. За «иными письменами» по распространению следует метод тайнописания, который можно найти в древнерусских письменных памятниках, - это метод «изменённых значков», появившаяся в 14-м столетии. Ещё один метод, бывший в ходу у писарей тех времён, именовался методом подстановки. Существовали две его разновидности: «простая литорейя» (от лат. *littera* - буква) и «мудрая литорейя», а также разновидность «мудрой» - «риторские письмена». В «простой литорее» каждая согласная буква из первых 10, написанных в одну строчку в порядке следования алфавита, изменялась на букву, находившуюся под ней в нижней строчке, которая содержала последние 10 согласных букв, записанных в порядке обратного следования:

Б	В	Г	Д	Ж	З	К	Л	М	Н
Щ	Ш	Ч	Ц	Х	Ф	Т	С	Р	П

## Матричный способ

Для того чтобы воспользоваться способом шифровки с помощью матриц, достаточно уметь считать на уровне 6 класса, знать порядок букв в алфавите и помнить всего

8

чисел.

Расшифровать же его специалисты могут только с помощью компьютера. Матрица - это прямоугольная таблица, составленная из элементов, имеющих произвольную природу. Элементы матрицы расположены в строки и столбцы. Матрица, в которой одинаковое количество строк и столбцов, называется квадратной.

## Ребусы

Ребус - это задача, в которой картинками зашифровано слово. Данное определение ребуса уже всем давно известно. Теперь же ребус можно не редко увидеть и в другом контексте, когда говорят о чем-нибудь загадочном и неизведанном. Ребус играл очень важную роль в образовании письменности всех веков и народов, ведь даже пещерные люди писали на древних скалах рисунками, которые понимали только они, позже эти рисунки переходили впервые буквы названий этих рисунков. В России ребусы появились лишь в 1845 году. В современном ребусном письме есть множество знаков и правок, которые называются ребусным кодом, а сами значки можно называть кодовыми знаками. Это загадка, в которой, с помощью картинок, букв, слов, символов зашифровано слово или целая фраза.



Числовым ребусам уже почти тысяча лет. Впервые они появились в Китае, затем в Индии. В европейских странах числовые ребусы поначалу называли криптарифметические задачи. Их появление в Европе впервые было отмечено только в двадцатом веке, несмотря на то, что развитие математики началось много столетий назад.

Встречается упоминание о шифрах: Розовых рыцарей, масонские «Крестикнолики», «Змейка», «Зоопарк», «А сегодня...», Виженера или пятисотлетнем шифре, «Сложенный лист», «Грандиозный алфавит» Мэтью Уайтекера, шифр «Бусинка» десятиклассницы одной из московских школ, флажковая азбука и много-много других невообразимых шифровок.

## 1.4 Криптография в других науках.

Кодирование или шифрование информации применяется не только в математике или информатике, но и в других науках. В географии шифрование используются как координаты местонахождения объекта, в биологии вся информация о человеке зашифрована в генетическом коде, прекрасная музыка зашифрована в нотах, художники скрывают информацию в своих неотразимых полотнах. Некоторые сведения о свойствах шифров и их применении можно найти и в художественной литературе, особенно в приключенческой, детективной и военной. Хорошее подробное объяснение особенностей одного из простейших шифров — шифра замены и методов его вскрытия содержится в известных произведениях: «Золотой жук» Э. По и «Пляшущие человечки» А. Конан Дойла, Ж.Верна «Путешествие к центру Земли», В.Каверин «Исполнение желаний», А.С. Пушкин «Евгений Онегин». Например, в романе Ж. Верна «Путешествие к центру Земли» в руки профессора Лиденброка попадает пергамент с рукописью из знаков рунического письма. Каждое множество  $\alpha$  состоит из одного элемента. Элемент каждого множества выбирается из набора символов. В рассказе А. Конан Дойла «Пляшущие человечки» каждый символ изображает пляшущего человечка в самых различных позах. В романе Ж. Верна «Путешествие к центру Земли» каждый рунический знак был заменен на соответствующую букву немецкого языка, что облегчило восстановление открытого сообщения. В заключение рассказа о шифрах перестановки можно вспомнить историю с зашифрованным автографом А. С. Пушкина, описанную в романе В. Каверина «Исполнение желаний», где главный герой романа нашел в одном из секретных ящиков пушкинского бюро фрагмент недописанной X главы «Евгения Онегина». Льюис Кэрролл, автор знаменитой на весь мир «Алисы в Стране чудес» и «Алисы в Зазеркалье», преподавал математику в Оксфордском университете и выдумывал не только сказки, но и головоломки, математические загадки и игры. Именно ему принадлежит идея сделать «из мухи слона», «волка» превратить в «козу» и т.д. Большим любителем математики был также великий русский поэт М.Ю.Лермонтов. Он является автором любимого салонного развлечения с угадыванием задуманного числа путем преобразования множества арифметических действий.

## Глава II Криптография в математике

### 2.1 Математические основы криптографии.

Методы и результаты различных разделов математики (в частности, алгебры, комбинаторики, теории чисел, теории алгоритмов, теории вероятностей и математической статистики) используются как при разработке шифров, так и при их исследованиях, в частности, при поиске методов вскрытия шифров. Криптография является богатым источником трудных математических задач, а математика — одной из основ криптографии. История показывает, что рано или поздно развитие математических методов и техники приводит к тому, что задачи, казавшиеся неразрешимыми, находят решение. Отставание в творческом соревновании математиков разных стран может привести к поражениям в экономике, дипломатии и военных операциях.

Хотя сами методы криптографии и криптоанализа до недавнего времени были не очень тесно связаны с математикой, во все времена многие известные математики участвовали в расшифровке важных сообщений. И часто именно они добивались заметных успехов, ведь математики в своей работе постоянно имеют дело с разнообразными и сложными задачами, а каждый шифр — это серьезная логическая задача. Постепенно роль математических методов в криптографии стала возрастать, и за последнее столетие они существенно изменили эту древнюю науку.

Понимание математического характера криптографии началось с работ все того же К. Шеннона. Его труд «Математическая теория криптографии» в секретном варианте появился в 1945 году. А рассекречен и опубликован был в США в 1949 году. В 1963 году по инициативе А. Н. Колмогорова сборник работ К. Шеннона был издан и на русском языке. Криптографические методы и средства защиты информации, а также их математические основы являются фундаментальными исследованиями, связывающими воедино области математики, информатики и физики.

Одним из разделов математики, который используется в криптографии, является комбинаторика. Она занимается разного рода наборами, которые можно образовывать из элементов некоего конечного множества. Некоторые элементы комбинаторики были известны в Индии ещё во II в. до н. э. Индийцы умели вычислять числа, которые сейчас называют «сочетаниями». В XII в. Баскара вычислял некоторые виды сочетаний и перестановок. Как научная дисциплина комбинаторика сформировалась в XVII в. Термин «комбинаторика» стал употребляться после опубликования Лейбницем в 1665 г. работы

«Рассуждение о комбинаторном искусстве», в которой впервые дано научное обоснование теории сочетаний и перестановок. Изучением размещений впервые занимался Я. Бернулли во второй части своей книги «Ars coniectandi» («Искусство предугадывания») в 1713 г. Современная символика сочетаний была предложена разными авторами учебных руководств только в XIX в.

Для криптографии важными являются такие алгоритмы комбинаторики как правило умножения, выборки и перестановки. На этих алгоритмах основываются способы формирования секретных ключей для симметричных шифров.

Криптосистемы разделяются на симметричные и с открытым ключом (асимметричные). В симметричных криптосистемах и для шифрования, и для дешифрования используется один и тот же ключ. В системах с открытым ключом используются два ключа - открытый и закрытый, которые математически связаны друг с другом. Информация шифруется с помощью открытого ключа, который доступен всем желающим, а расшифровывается с помощью закрытого ключа, известного только получателю сообщения.



## **Заключение.**

Подводя итоги нашему исследованию, можно сказать, что цель работы достигнута и получены следующие результаты:

- систематизированы знания научных источников по истории криптографии;
- проанализированы математические основы симметричной криптографии;
- расширены знания о существующих способах защиты данных и о преимуществах криптографической защиты информации;

Практической значимостью данной работы является привлечение внимания к изучению проблем защиты информации в общеобразовательной школе. Часть вопросов защиты информации может быть изучена в рамках школьной программы по информатике и математике, ведь наука криптография в наши дни получила новое развитие. Простые криптоалгоритмы можно использовать для составления различных ребусов, головоломок на уроках математики и кружках по информатике в начальной школе и среднем звене.

## Ход работы над проектом

Подготовительным этапом моей работы было определение темы проекта, выбор материала для реализации проекта, проведен опрос обучающихся 5-7 классов.

Анкета состояла из нескольких вопросов:

1. Знаете ли вы, что такое криптография?
2. Знаете ли вы, что такое шифр?
3. Пробовали ли вы что – то зашифровать?
4. Знакомы ли тебе шифры в математике?
5. Встречались ли тебе шифры в повседневной жизни?

Результаты анкеты показали, что 89% одноклассников не знают что такое криптография.

Все учащиеся знают, что такое шифр и пробовали зашифровать какую либо информацию.

11 % учащихся сказали, что им знакомы шифры в математике, и назвали такие: ребусы, перестановки.

Только 15 % одноклассников сказали, что встречали шифры в повседневной жизни, а если и встречали, то не обращали внимания.

Первым этапом было планирование работы: после проведения и обработки данных диагностики спланирована деятельность по реализации проекта, который сможет помочь одноклассникам видеть шифры в математике и повседневной жизни, использовать их для скрытия информации, выполнять задания с шифрами.

Следующим этапом была реализация проекта: на этом этапе состоялось создание собственного шифра, который поможет зашифровать какую - либо личную информацию. Были созданы математические задания, которые заключаются в шифровании и дешифровании информации. На этапе реализации проекта появился собственный шифр и сборник заданий по криптографии.

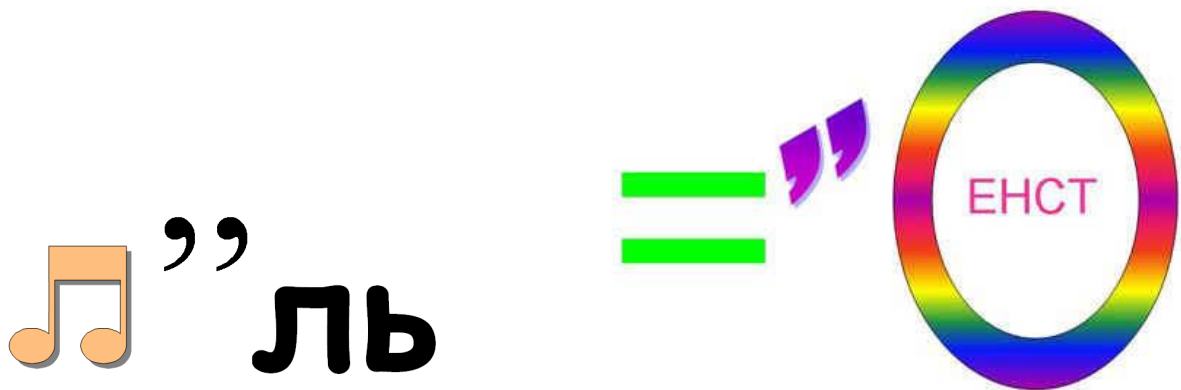
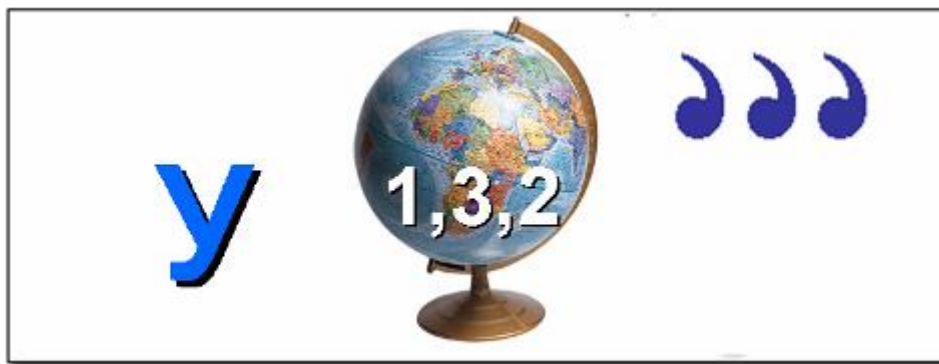
### Сборник заданий с использованием криптографии

#### Числовой ребус (шифр замена)

В буквенных ребусах каждой буквой зашифрована одна определенная цифра: одинаковые цифры шифруются одной и той же буквой, а разным цифрам соответствуют различные буквы. В ребусах зашифрованных, например, звездочками, каждый символ может обозначать любую цифру от 0 до 9. Причём, некоторые цифры могут повторяться несколько раз, а другие не использоваться вовсе. Перед началом решения математического буквенного ребуса (например, крипторифма), убедитесь, что в нём использовано не более 10 различных букв. В противном случае, такой ребус не будет иметь решений. Начните решение ребуса с правила, согласно которому ноль не может быть крайней левой цифрой в числе. Таким образом, все буквы и знаки, с которых начинается число в ребусе, уже не могут обозначать ноль. Круг поиска нужных цифр сузится. В ходе решения отталкивайтесь от основных математических правил. Например, умножение на ноль всегда дает ноль, а при умножении любого числа на единицу, мы получим в результате исходное число.

- 1) КРОСС  $\times$  2 = СПОРТ
- 2) ПОДАЙ – ВОДЫ = ПАША
- 3) ОКУНЬ  $\times$  8 = СУДАК
- 4) ДОМНА + ДОМНА + ДОМНА = ЗАВОД
- 5) (КИТ)<sup>3</sup> = МОНБЛАН
- 6) ПОРТ  $\times$  3 = ТОРГ
- 7) СИНОС  $\times$  2 + КОСИНОС = ТАНГЕНС
- 8) (ЕМ)Д = ДОМ





- Найдите шифр, по которому текст «Красный арбуз» закодирован как «Нугфрюм гудцз» и закодируйте с помощью этого шифра текст «Информация». (*Лрчсунгцлв*)
- Догадайтесь, с помощью какого шифра слово «Остров» было закодировано как «Птуспг» и закодируйте с помощью этого шифра слово «Ключ». (*Лмяш*)
- Декодируйте слово «Еинаворидок». С помощью какого шифра оно было закодировано? (*«Кодирование», слово записано слева направо*)
- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?

ВИПАСИ СВРВОФ ЕМЕЛБР ВИДЯО. ЕРСЮЙ ЦЕТТШ

(«Все вещи в мире представляют собой шифр.»)

М	о	м	з	о	л
б	а	р	ь	у	ф
з	я	о	к	у	к
р	у	ю	и	н	.
и	т		у	с	с
	ю	п	е		а

- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?

(«Моряки используют семафорную азбуку», решетка Кардано)

- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?

ВРЛСНР СОЯЕБЮ ЯДЕКММ ПАТРШ. РЯСЕИ ИВЯТФ

(«Вся природа является секретным шифром»)

Л	а	д	г	е	В
р	е	о	и	а	л
н	н	к	ф	ч	а
р	и	и	р	и	е
д	в	й	п	о	л
!	т	д	а		о

- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?

(«Леонардо да Винчи владел криптографией!», решетка Кардано)

- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?

БУОКЮЧ УСЯОТЕ КСЗДРЛ ВКЫИЕО БЮКРЧВ РГАУБЕ

(«Буквы русского языка кодируют речь человека»)

Б	е	к	т	л	р
а	н	е	н	т	и
а	з	г	о	п	В
у	ш	и	и	Т	и

ж	с	ф	р	е	а
р	а	н	т	а	к

- Расшифруйте послание. Какой шифр использовался для кодирования сообщения?  
(«Блез Виженер написал книгу трактат о шифрах, решетка Кардано)

- Робот придумал шифр для записи слов: заменил некоторые буквы алфавита однозначными или двузначными числами, используя только цифры 1, 2 и 3 (разные буквы он заменял разными числами). Сначала он записал шифром сам себя: РОБОТ = 3112131233. Зашифровав слова КРОКОДИЛ и БЕГЕМОТ, он с удивлением заметил, что числа вышли совершенно одинаковыми! Потом Робот записал слово МАТЕМАТИКА. Напишите число, которое у него получилось.

### Решение

Рассмотрим слово РОБОТ = 3112131233. В нём 5 букв и 10 цифр, так что все коды двузначные и определяются без труда. Напишем все двенадцать возможных кодов и те буквы, которые мы точно знаем:

**1 =      11 =      21 =      31 = Р**  
**2 =      12 = О    22 =      32 =**  
**3 =      13 = Б    23 =      33 = Т**

Теперь подумаем, как запишется слово КРОКОДИЛ = БЕГЕМОТ. Начинается оно с Б = 13, то есть К = 1. Теперь мы можем записать начало слова: КРОКО... = 13112112...

Начинаем его читать как слово БЕГЕМОТ: Б = 13, Е ≠ 1, то есть Е = 11, а тогда Г = 2, иначе второе Е не получается. Ну а М начинается на 2, то есть М = 2\*. Теперь посмотрим на конец слова, там ...ОТ, то есть ...1233. Это значит, что Л = 3 и И = 23, а Д заканчивается на 1, то есть Д = \*1. Звёздочка – единственная оставшаяся неразгаданной цифра.

Разгадать её нетрудно: 31 = Р, 11 = Е, так что Д = \*1 = 21. Тогда М = 22, и мы раскрыли почти весь шифр:

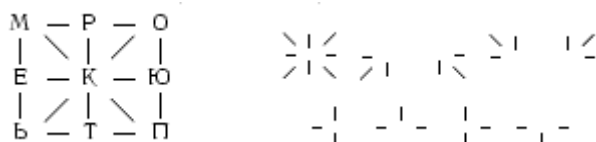
**1 = К    11 = Е    21 = Д    31 = Р**  
**2 = Г    12 = О    22 = М    32 =**  
**3 = Л    13 = Б    23 = И    33 = Т**

Теперь мы знаем всё, что нужно, чтобы записать шифром слово МАТЕМАТИКА, кроме одного – как шифруется буква А. Но раз Робот смог записать это слово, значит, для А должен найтись код. И этот код 32, ибо все остальные использованы.

**Ответ**

2232331122323323132.

- Попробуйте прочесть слово, изображённое на рис. 1, пользуясь ключом (см. рис. 2).



**Подсказка**

Не напоминают ли вам элементы ключа уменьшенные фрагменты основного рисунка?

**Решение**

Ключ показывает, какие именно стрелки отходят из того места, где стоит буква, которую мы должны выбрать. В результате прочитывается слово КОМПЬЮТЕР.

**Ответ**

КОМПЬЮТЕР.

- Найдите ключ к "тарабарской грамоте" — тайнописи, применявшейся ранее в России для дипломатической переписки: "Пайцике тсюг т "камащамлтой чмароке" — кайпонили, нмирепяшвейля мапее ш Моллии цся цинсоракигелтой неменилти".

**Подсказка**

Известный венгерский математик Д.Пойа в таких случаях предлагал смотреть на условие задачи до тех пор, пока решение само не придёт в голову. Найдите ключ к "тарабарской грамоте" - тайнописи, применявшейся ранее в России для дипломатической переписки: Пайцике тсюг т "камащамлтой чмароке" - кайпонили, нмирепяшвейля мапее ш Моллии цся цинсоракигелтой неменилти.

**Решение**

Присмотревшись к напечатанному условию задачи, можно заметить, что в зашифрованной фразе и фразе, предшествовавшей ей, все гласные буквы совпадают, а согласные — распределены по парам и каждая буква из пары заменяет другую из той же пары. Это значит, что здесь зашифрована первая фраза условия задачи.

**Ответ**

Зашифрована первая фраза условия задачи.

- Как-то раз Таня ехала в поезде. Чтобы не скучать, она стала зашифровывать названия разных городов, заменяя буквы их порядковыми номерами в алфавите. Когда Таня зашифровала пункты прибытия и отправления поезда, то с удивлением обнаружила, что они записываются с помощью всего лишь двух цифр: 21221-211221. Откуда и куда шёл поезд?

### **Подсказка**

Обратите внимание: название города, из которого шёл поезд, может состоять только из букв с номерами 1, 2, 11, 12, 21, 22.

### **Решение**

На примере расшифровки названия первого города покажем способ рассуждений:

1. Первая буква либо *Б* (2), либо *У* (21).
2. Варианты для вторых букв: *БА* (21), *БК* (212), *УБ* (212), *УФА* (21221). Итак, возможный ответ — *УФА*, проверим, нет ли других.
3. Варианты для третьих букв: *БАБ* (212), *БАФА* (21221), *БКБА* (21221), *БКУ* (21221), *УБУ* (21221), *УББА* (21221).
4. Следующие варианты: *БАББА*, *БАБУ*.

Таким образом, мы выяснили, что поезд идёт из Уфы, а куда — вы сможете определить сами, рассуждая аналогично. При этом должно получиться название города БАКУ.

### **Ответ**

Уфа — Баку.



## Заключение

По мере развития и усложнения средств, методов и форм автоматизации процессов обработки информации повышается зависимость общества от степени безопасности используемых им информационных технологий, которая определяется степенью защищенности и устойчивости как компьютерных систем в целом, так и отдельных программ. Для обеспечения защиты информации в настоящее время не существует какого-то одного технического приема или средства, однако общим в решении многих проблем безопасности является использование криптографии и криптографических преобразований информации.

Ситуация складывается так, что в недалёком будущем знакомство с криптографией потребуется каждому пользователю электронных средств обмена информацией. Поэтому вскоре криптография станет «третьей грамотностью» - по аналогии со «второй грамотностью», как называют владение компьютером и информационными технологиями. Проблема защиты информации очень актуальна в настоящее время и в России. У нас не хватает специалистов, которые занимались бы этой проблемой. Многие российские пользователи ПК имеют только поверхностное представление о проблемах защиты информации и поэтому относятся к защите информации попустительски, что часто приводит к серьезным проблемам.

Актуальность настоящей работы обуславливается возникшими противоречиями между возрастающими требованиями общества к уровню знаний молодого поколения в области защиты информации и современным состоянием процесса обучения в общеобразовательной школе по данному вопросу. Рассмотрение вопросов, связанных с данной тематикой носит как теоретическую, так и практическую значимость. Высокая значимость и недостаточная практическая разработанность этой проблемы определяют несомненную новизну данного исследования.

Изучив материал по данной теме, я выяснила, что криптография – это наука, занимающаяся методами шифрования и дешифрования, она немыслима без анализа и синтеза, без сравнения и аналогии, а значит, математика больше всего подходит для этой науки. Подводя итоги, можно сказать, что цель работы достигнута и получены следующие результаты:

- получены и систематизированы знания по истории криптографии;
- проанализированы математические основы симметричной криптографии;
- расширены знания о существующих способах защиты данных и о преимуществах криптографической защиты информации;

Практической значимостью данной работы является привлечение внимания к изучению проблем защиты информации в общеобразовательной школе. Часть вопросов защиты информации может быть изучена в рамках школьной программы по информатике и математике, ведь наука криптографии в наши дни получила новое развитие. Алгоритмы шифрования можно использовать при изучении основ криптографии на уроках информатики, элективных курсах по информатике и математике.

В нашей жизни мы часто встречаем шифры. Их можно найти во многих областях: играя на музыкальных инструментах, читая литературные произведения, находя по координатам нужное место, изучая генетический код своего рода, общаясь с помощью азбуки Морзе. Я рассмотрела разнообразные виды шифров и попыталась создать свой, применяя полученные в ходе работы над проектом знания.

И это совсем не скучно, изучать криптографию. Надо только увидеть ее присутствие вокруг нас и понять, что она – наш добрый друг и помощник.

### Список использованной литературы:

1. В. Волина. Веселая математика. М: ООО «Фирма «Издательство АСТ»», 1998г.
2. Я. Перельман. Живая математика. М: Издательство «Наука», 1967г.
3. В. Каверин. Собрание сочинений в 6 т., т. 2. («Исполнение желаний» С. 211–552). М.: Художественная литература, 1964г.
4. Э. По. Стихотворения. Проза («Золотой жук» С. 433–462). М.: Художественная литература, 1976г.
5. А. Конан Дойл. Записки о Шерлоке Холмсе. («Пляшущие человечки» С. 249–275). М.: Правда, 1983г.
6. Ж. Верн. Собрание сочинений в 12 т. («Путешествие к центру Земли» С. 7–225). М.: Художественная литература, 1995г.
7. Введение в криптографию. Под редакцией В. В. Яценко. Издание четвертое, дополненное. М: Издательство МЦНМО, 2007г.
8. Интернет-источники.