

Краевая научно-практическая конференция
учебно-исследовательских работ учащихся 6-11 классов
«Прикладные и фундаментальные вопросы математики и физики»

Методические аспекты изучения математики и физики

Создание электронного ресурса «Вокруг дельтоида»

Садилов Максим,
9 кл., Пермское суворовское военное училище,
пгт Звёздный

Мартюшева Надежда Николаевна,
преподаватель математики,
почётный работник общего образования РФ

Пермь - 2017

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава1. Свойства дельтоида	5
Глава 2. Признаки дельтоида	10
Глава 3. Задачи с дельтоидом.....	13
Глава 4. Тест «Знаешь ли ты дельтоид?».....	18
Заключение.....	21
Библиографический список.....	22

Введение

На уроках геометрии в этом учебном году мы изучали такие четырёхугольники, как параллелограмм, его частные случаи - прямоугольник, ромб и квадрат, кроме них трапецию. На уроках мы доказывали их свойства и признаки, решали задачи по нахождению элементов этих четырёхугольников с помощью свойств и признаков.

Преподаватель математики на уроке ввела понятие ещё одного четырёхугольника – дельтоида. Дельтоид – это четырёхугольник, у которого смежные стороны попарно равны. Мы рассмотрели выпуклые и невыпуклые дельтоиды. Педагог дала нам задание: сформулировать и доказать его свойства и признаки. Меня это очень заинтересовало: попробовать построить свой блок теории вокруг дельтоида, как в учебнике вокруг параллелограммов и трапеций. Начав делать эту работу, я решил, что будет логично составить и решить задачи с дельтоидом, а потом и оформить свою работу в виде сайта. Таким образом, была поставлена цель и соответственно ей спланирована деятельность по созданию электронного образовательного ресурса «Вокруг дельтоида».

Цель данной исследовательской работы – создать сайт «Вокруг дельтоида», содержание которого надо было сформулировать и доказать самостоятельно.

Задачи, которые стояли при реализации этой работы:

- Сформулировать и доказать свойства и признаки дельтоида.
- Составить и решить задача о дельтоиде.
- Продемонстрировать наличие дельтоидов в окружающем нас мире.

- Составить тест проверки знаний о дельтоидах для пользователей данного сайта.
- Создать электронный образовательный ресурс - сайт «Вокруг дельтоида», содержащий весь созданный теоретический и практический блок информации по заданной теме.

Предлагаем вашему вниманию получившийся продукт в виде содержательной части электронного образовательного ресурса.

Глава 1. Свойства дельтоида

Определение:

Дельтоид - четырёхугольник, у которого есть две пары равных смежных сторон. [3]

Главная диагональ дельтоида - это отрезок, соединяющий вершины неравных углов дельтоида.

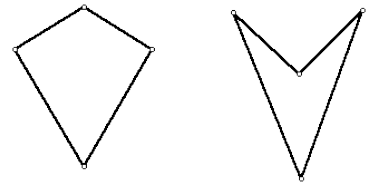
Неглавной диагональю дельтоида назовем вторую диагональ дельтоида.

Средняя линия дельтоида это – отрезок, соединяющий середины смежных сторон дельтоида.

Виды дельтоидов:

Есть два вида дельтоидов: выпуклый и невыпуклый.

Все углы выпуклого дельтоида меньше развёрнутого угла, а один из углов невыпуклого дельтоида больше развёрнутого угла. [2]



Сформулируем и докажем несколько свойств дельтоида.

Свойство 1:

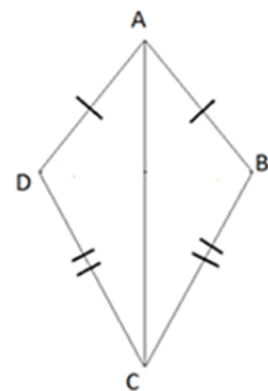
Углы дельтоида между сторонами разной длины имеют равную величину.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники ABC и ADC .

Сторона AC у них общая. Стороны AB и AD равны, стороны BC и CD равны по условию.

Значит, по третьему признаку равенства



треугольников треугольники ABC

и ADC равны.

Из этого следует, что угол ABC равен

углу ADC , что и следовало доказать.

Свойство 2:

Главная диагональ дельтоида является биссектрисой противоположных углов.

Доказательство:

Из доказательства первого свойства

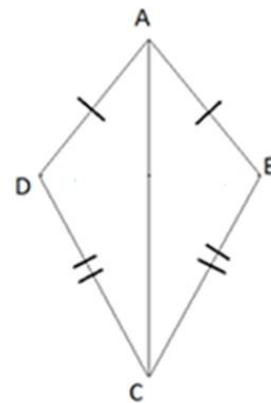
Следует, что треугольники ABC и ADC равны.

Значит, углы BAC и DAC , BCA и DCA

попарно равны. Следовательно,

диагональ AC является биссектрисой, что и

требовалось доказать.



Свойство 3:

Диагонали дельтоида

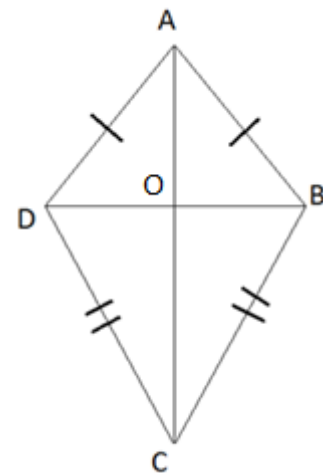
перпендикулярны друг другу, одна

из них делит другую на две равные части.

Доказательство:

Рассмотрим треугольник ABD . Он является

равнобедренным по условию.



Из этого мы можем сделать вывод, что биссектриса угла A , проведённая к основанию треугольника, является ещё и высотой, и медианой.

Следовательно, отрезки OD и BO равны,

а диагонали BD и AC перпендикулярны, то есть

диагонали перпендикулярны, а одна из них делится точкой пересечения пополам, что и требовалось доказать.

Свойство 4:

Во всякий выпуклый дельтоид

можно вписать окружность, и только одну.

Доказательство:

Известно, что если суммы длин

противоположных сторон выпуклого

четырёхугольника равны, то в него

можно вписать окружность. [1]

По определению выпуклого дельтоида он имеет

две пары равных смежных сторон. Значит, сумма сторон AB и DC равна сумме сторон AD и BC .

Следовательно, в дельтоид можно вписать

единственную окружность, что и требовалось доказать.

Свойство 5:

Неглавная диагональ делит дельтоид

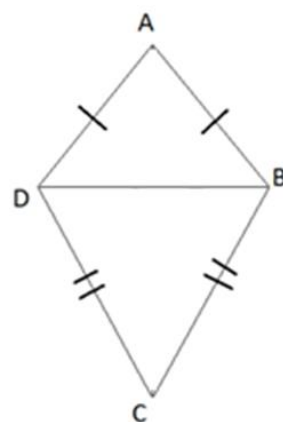
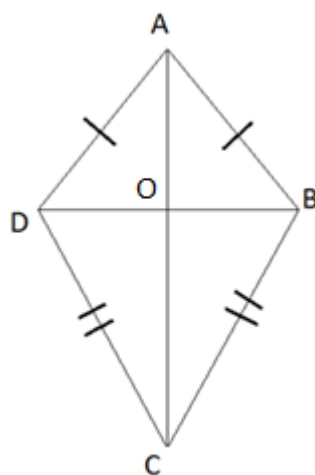
на два равнобедренных треугольника.

Доказательство:

По определению дельтоида очевидно, что

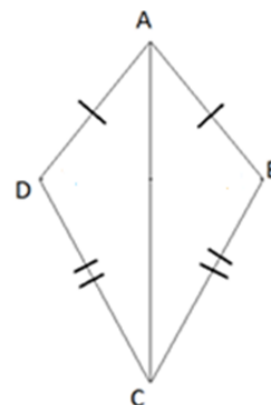
треугольники ABD и BCD

равнобедренные.



Свойство 6:

Главная диагональ делит дельтоид на два равных треугольника.



Доказательство:

Равенство треугольников доказано в 1 свойстве.

Свойство 7:

Средние линии дельтоида образуют прямоугольник, периметр которого равен сумме диагоналей данного дельтоида.

Доказательство:

Дано: $ABCD$ - дельтоид, точки L, E, F, M - середины сторон ($BD=DC$, $CE=ED$, $DF=FA$, $BM=MA$)

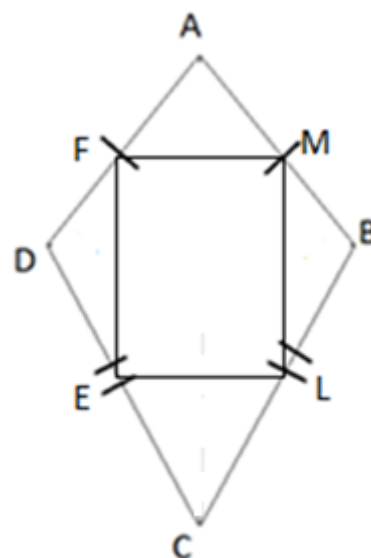
Доказать: $MLEF$ - прямоугольник.

Периметр прямоугольника $MLEF$ равен сумме CA и BD .

Доказательство:

Сторона MF параллельна BD и LE параллельна DB , как средние линии треугольников, т. е. MF параллельна LE .

Аналогично сторона ML параллельна CA и EF параллельна CA , т. е. ML параллельна EF . Значит, $MLEF$ – параллелограмм.



Диагональ CA перпендикулярна BD , значит, и ML , и EF перпендикулярна MF и LE , отсюда следует, что прямоугольник, и сумма ML и EF равна CA и сумма MF и LE равна BD .

Следовательно, $ML + EF + MF + LE = CA + BD$, что и требовалось доказать.

Свойство 8:

Площадь дельтоида равна половине произведения диагоналей.

Доказательство:

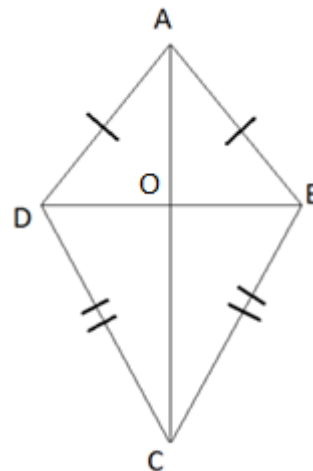
Рассмотрим равнобедренный треугольник DAB ,
 AO – высота в нём.

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту. [1]

Рассмотрим равнобедренный треугольник BDC ,
 CO – высота в нём.

Площадь треугольника равна произведению высоты на половину основания.

Площадь дельтоида $ABCD$ равна сумме площадей треугольников BAD и BDC , а значит, что площадь дельтоида равна половине произведения диагоналей, что и следовало доказать.



Глава 2. Признаки дельтоида

Признак 1:

Если у четырёхугольника только одна ось симметрии, проходящая через диагональ, то это дельтоид.

Доказательство:

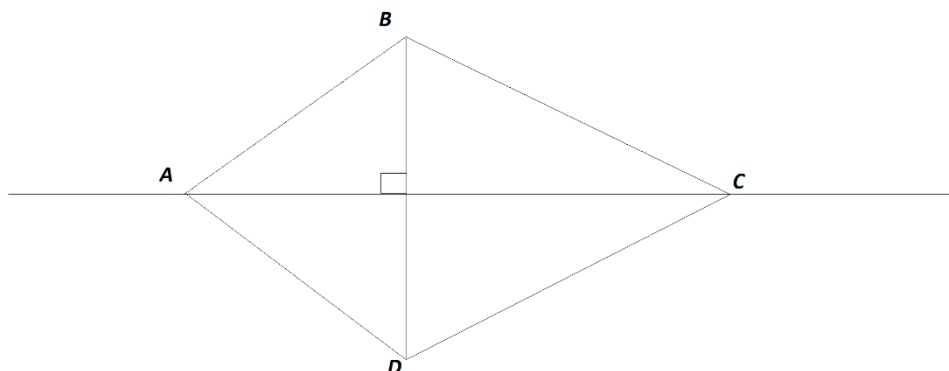
Рассмотрим два треугольника ABC и ADC

В них угол B равен углу D в силу симметрии.

Сторона AC у них – общая.

Значит, треугольники равны по первому признаку равенства треугольников.

Из этого можно сделать вывод, что сторона AD и сторона AB равны.



Аналогично доказываем и равенство AOD и COB .

Из это следует, что стороны DC и BC равны (смежные стороны)

Из всего вышесказанного следует, что это дельтоид,

что и требовалось доказать.

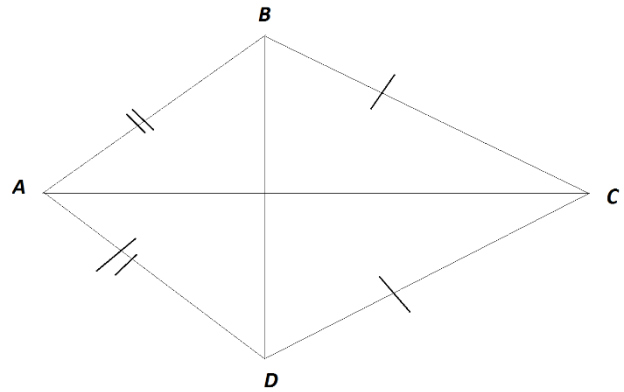
Признак 2:

Если четырёхугольник образован двумя равнобедренными треугольниками с разными боковыми сторонами и общим основанием, то это дельтоид.

Доказательство:

Из определения о дельтоиде мы знаем, что дельтоид имеет только 2 пары смежных.

Сторона DA равна стороне AB , и они смежные, сторона DC равна стороне CB , и они смежные, из этого можно сделать вывод, что это дельтоид, что и требовалось доказать.



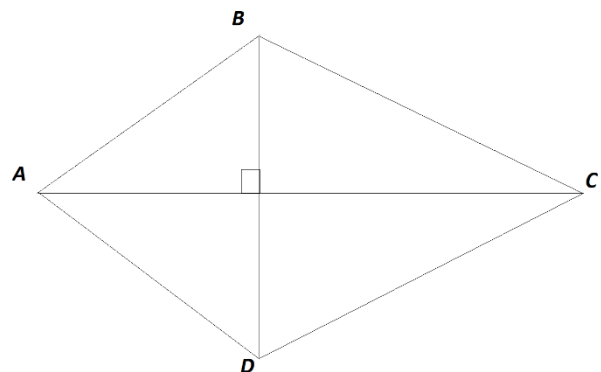
Признак 3:

Если у четырехугольника диагонали взаимно перпендикулярны и одна делит другую пополам, то это дельтоид.

Доказательство:

Треугольники ABD и CBD - равнобедренные, так как их медианы являются высотами по условию [1].

Из всего выше сказанного следует, что это дельтоид, что и требовалось доказать.



Признак 4:

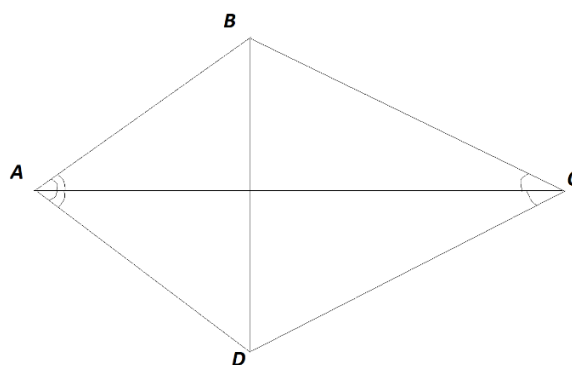
Если в четырёхугольнике только одна диагональ является биссектрисой противоположных углов, то это дельтоид.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники ABC и ADC .

Они равны по общей стороне AC и двум углам, равным по условию теоремы о том, что диагональ - биссектриса.

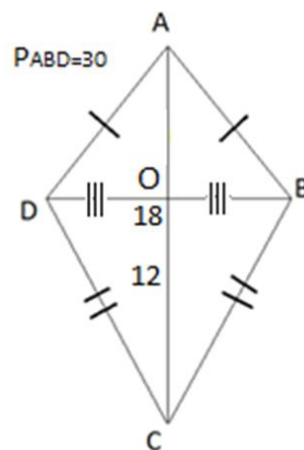
Из этого можно сделать вывод, что это дельтоид, что и требовалось доказать.



Глава 3. Задачи с дельтоидом

Задача 1:

Найдите периметр дельтоида $ABCD$, если известно, что: периметр треугольника ABD , входящего в состав дельтоида, равен 30 сантиметров, а диагональ дельтоида BD равна 18 сантиметров. Отрезок OC равен 12 сантиметрам.



Решение:

Периметр треугольника ABD равна 21 сантиметров

Сумма AB и AD равна $(30-18)$ равна 12 сантиметров

По теореме Пифагора ($a^2 + b^2 = c^2$) сумма квадратов катетов равна квадрату гипотенузы [1], из это следует, что AC равна 15 ($9^2 + 12^2 = 15^2$).

Периметр $ABCD$ (сумме $6+6+15+15$) равен 66 сантиметров.

Ответ: $P_{ABCD} = 66$ см

Задача 2:

Найти площадь дельтоида $ABCD$.

Дано:

$ABCD$ – дельтоид

Стороны AB и AD равны

Сторона BC равна стороне CD

Сторона AB равна 20 см

Сторона BC больше AB в 2 раза.

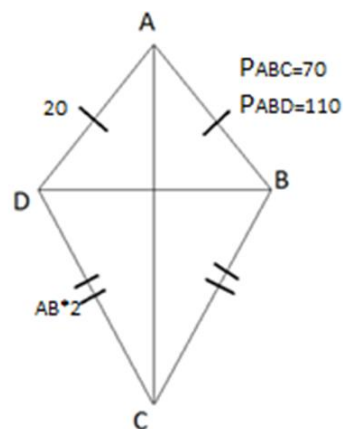
Треугольник ABC

Периметр ABC равен 110 см.

Периметр ABD равен 70 см.

Найти:

Площадь дельтоида $ABCD$



Решение:

$$20 \times 2 = 40$$

$$110 - (40 + 20) = 50 \text{ (см)}$$

$$70 - (20 \times 2) = 30 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = 0,5 \times 50 \times 30 = 750 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $S_{ABCD} = 750 \text{ см}^2$

Задача 3:

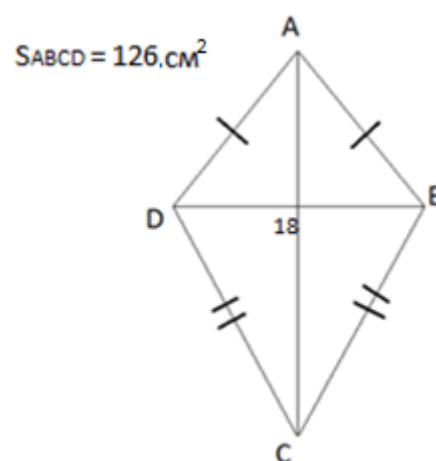
Дан дельтоид $ABCD$. Одна его диагональ равна 18 см,

площадь равна 126 см².

Найдите длину второй диагонали.

Найти:

Диагональ AC .



Решение:

$$S = 0,5 \times BD \times AC; 126 = 0,5 \times 18 \times AC$$

$$AC = 14$$

Ответ: диагональ AC равна 14 см.

Задача 4:

Если одна сторона дельтоида в два раза больше другой.

Периметр дельтоида равен 120 см.

Найдите его стороны.

Решение:

Если одна сторона дельтоида- x , то вторая - $2x$.

Составим уравнение:

$$2 \times (x+2x) = 120$$

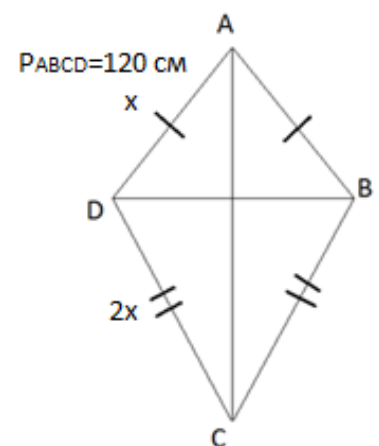
$$6x = 120$$

$$x = 120/6$$

$$x = 20$$

Если x равен 20 см, то вторая сторона равна $x \times 2 = 40$

Ответ: стороны равны 20 см и 40 см.



Задача 5:

Дано:

$BCDA$ -дельтоид

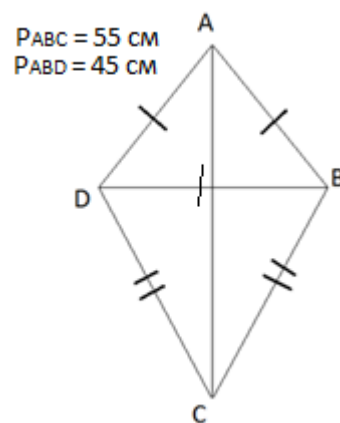
$$S_{ABD} = 45$$

$$S_{BCD} = 55$$

Треугольник ABC равносторонний

Треугольник ADC равнобедренный

Найти: площадь дельтоида $ABCD$.



Решение:

Стороны AB , BC и AC , они равны $45:3=15$.

Если сторона AC равна 15 , то $(55-15) : 2=20$

из этого следует, что $AC=15$, $AD=20$, $CD=20$.

$$S_{ABCD} = 2 \times (15+20) = 60$$

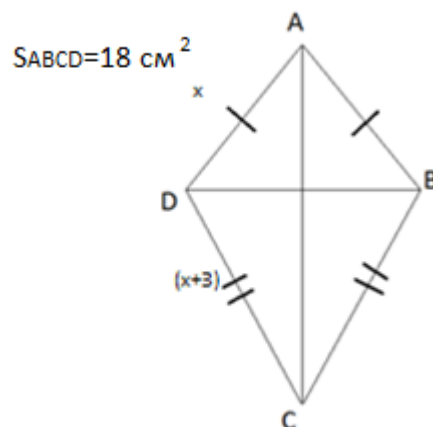
Ответ: площадь дельтоида $ABCD$ равна 60 .

Задача 6:

Одна сторона на 3 см меньше
противоположной.

Площадь $ABCD$ равна 18 см^2 .

Найти все стороны.



Решение:

Пусть x это сторона AB , тогда $(x+3)$ - это
сторона CD , составим уравнение:

$$2 \times (x+(x+3)) = 18; 4x = 12; x = 3 \text{ см};$$

$$AB = 3 \text{ см}; AB = BC$$

$$BC = 3 \text{ см}; AD = x+3; AD = 6 \text{ см}; AD = CD; CD = 6 \text{ см}.$$

Ответ: Сторона AB равна 3 см , сторона BC равна 3 см ,

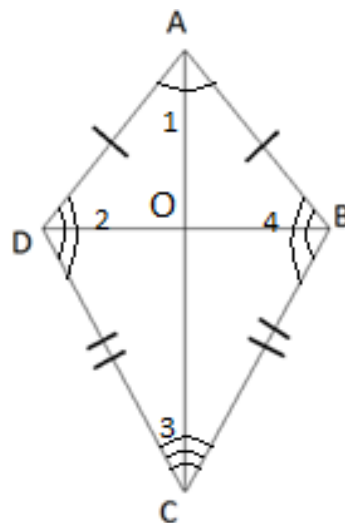
сторона AD равна 6 см, сторона CD равна 6 см.

Задача 7:

Один угол больше соседнего на 40° ,

а противоположный – 10° .

Найти все углы.



Решение:

Пусть x – это угол 1,

тогда $(x+40)$ угол 2 и угол 4,

а угол 3 равен $(360 - (x + 2 \times (x+40)))$,

составим уравнение:

$$x + 2 \times (x + 40) + 10 = 360$$

$$3x + 90 = 360$$

$$3x = 270$$

$$x = 90$$

Если угол 1 равен 90 градусам, то

Угол 2 равен $90 + 40 = 130$ градусам.

Угол 3 равен 10 градусам. (по условию)

Угол 4 равен $90 + 40 = 130$ градусам. (как противоположный)

Ответ: угол 1 - 90° , угол 2 - 130° , угол 3 - 10° , угол 4 - 130° .

Глава 4. Тест «Знаешь ли ты дельтоид?»

Вопрос № 1

Выбери правильное утверждение.

- Если в четырёхугольнике есть пара смежных сторон, то это дельтоид.
- Если в четырёхугольнике главная диагональ - биссектриса противоположных углов, то это дельтоид.
- Если в четырёхугольнике две стороны равны, то это дельтоид.
- Если четырёхугольник образован двумя равнобедренными треугольниками, то это дельтоид.

Вопрос № 2

В дельтоиде смежные стороны относятся как 2:3. Найдите меньшую сторону, если периметр дельтоида равен 30 см.

- 5
- 6
- 8
- 3

Вопрос № 3

$BCDA$ -дельтоид. Площадь ABC равна 45. Площадь ACD равна 55. Треугольник ABC равносторонний. Треугольник ADC равнобедренный. Найти: площадь дельтоида $ABCD$.

- 60
- 50
- 55
- 80

Вопрос № 4

Дан дельтоид $ABCD$. Одна его диагональ равна 16 см, площадь равна 112 кв. см. Найдите длину второй диагонали.

- 7
- 8
- 9
- 6

Вопрос № 5

Выбери неверное утверждение:

- Дельтоид — четырёхугольник, в котором две пары смежных равных сторон.
- Главная диагональ дельтоида - это диагональ, соединяющая вершины неравных углов дельтоида.
- Средняя линия дельтоида это – линия, соединяющая стороны дельтоида.

- Неглавной диагональю дельтоида назовем диагональ, соединяющую две его вершины.

Вопрос № 6

Выбери верное утверждение:

- Существует пять видов дельтоидов.
- В выпуклом дельтоиде все углы меньше развёрнутого.
- В невыпуклом дельтоиде несколько развёрнутых углов.
- Углы дельтоида имеют равные размеры.

Вопрос № 7

Выберите определение дельтоида:

- Дельтоид – это четырёхугольник, у которого стороны попарно равны.
- Дельтоид – это четырёхугольник, у которого смежные стороны попарно равны.
- Дельтоид – это четырёхугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны.
- Дельтоид – это четырёхугольник, у которого две стороны равны.

Вопрос № 8

Выберите четырёхугольник, который может быть невыпуклым:

- Трапеция
- Ромб
- Дельтоид
- Прямоугольник

Вопрос № 9

Как называется четырёхугольник, обладающий следующим свойством - только одна его диагональ является биссектрисой противоположных углов?

- Трапеция
- Дельтоид
- Прямоугольник
- Ромб

Вопрос № 10

Форму какого из перечисленных четырёхугольников имеет монитор компьютера?

- Дельтоид
- Ромб
- Прямоугольник
- Трапеция

Вопрос № 11

Выберите четырёхугольник, который может быть невыпуклым:

- Трапеция
- Дельтоид

- Ромб
- Прямоугольник

Вопрос № 12

Какого из перечисленных элементов нет у дельтоида?

- Угол
- Радиус описанной окружности
- Диагональ
- Радиус вписанной окружности

Заключение

Проделав работу по формулированию и доказательству свойств и признаков дельтоида, составлению задач на вычисление величин, связанных с дельтоидом, созданию теста «Знаешь ли ты дельтоид?», весь разработанный материал мы оформили в виде сайта, размещённого по адресу <http://editor.wix.com/html/editor/web/renderer/edit/c8bf7f48-d9e6-45a5-95f4-54606e565760?metaSiteId=7219fb39-1100-49e8-8275-17aa0d36f890&editorSessionId=9735B0CE-3EF2-4707-A8BF-1617A48B0D38> .

Сайт можно использовать для объяснения материала о дельтоиде, для самостоятельного изучения обучающимися данной темы с последующей проверкой полученных знаний в ходе решения интерактивного теста.

Рассмотрев вопросы, касающиеся дельтоида и применения его свойств и признаков, можно сделать следующие выводы:

- Любой ученик, замотивированный на исследовательскую работу и заинтересованный конкретным вопросом, может внести свою лепту в построение некоторой теории. Это очень полезно в плане приобретения исследовательских навыков и систематизации изученного на уроках материала и его собственных наработок.
- Цели, стоящей перед нами, мы достигли – создано электронное пособие «Вокруг дельтоида», которое можно использовать на уроках геометрии или во внеклассной работе.

Библиографический список

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Позняк Э.Г., Юдина И.И. Геометрия 7-9 классы. Учебник. М: "Просвещение", 2015.
2. Георгиевский О.В. Начертательная геометрия (сборник задач с решением типовых примеров). М: Астрель, 2002.
3. Перельман Я.И. Занимательная алгебра, геометрия. М: Книга, 2005.
4. http://gazpromschool.by.ru/projects/geometry/tr/tr312_1a.htm
5. <http://geometricheskie.narod.ru/3D/Vparallelepiped.html>
6. <http://dic.academic.ru/dic.nsf/business/8852>