Всероссийский конкурс учебно-исследовательских работ старшеклассников по политехническим, естественнонаучным, математическим дисциплинам для учащихся 9-11 классов

Направление: математика

Задачи с экономическим содержанием. Кредиты

Гилёва Анна Ивановна, 11 класс
МБОУ «Ильинская СОШ№1»,
Ильинский район

Самохина Наталья Александровна, учитель математики высшей квалификационной категории МБОУ «Ильинская СОШ№1»

Пермь 2018

Оглавление

Введение 2

Глава 1. Кредитная математика 4

1.1. Что необходимо знать и понимать при решении задач на погашение ...... кредита равными долями 5

1.2.Аннуитетные и дифференцированные платежи 5

Глава 2 .Задачи о кредитах 8

2.1. Нахождение количества лет выплаты кредита 8

2.2. Вычисление процентной ставки по кредиту 13

2.3. Общая сумма выплат 19

2.4.Нахождение суммы кредита 200

2.5. Нахождение выплат 26

2.6. Задачи на сравнение 27

Заключение 30

Список использованных источников и литературы 31

Введение

Работа посвящена задачам с экономическим содержанием. Экономические задачи – это задачи реальной жизни. В них рассматриваются идеализированные жизненные ситуации, которые являются некоторыми текстовыми упрощениями, моделями, реально возникающих. Например, при обращении в банк, операции с ценными бумагами, курсы валют, инфляционные процессы, торгово-денежные отношения, выборы и социальные опросы.

Актуальность: В жизни человек постоянно сталкивается с экономическими процессами. Он должен разбираться в них. Задачи с экономическим содержанием включены в задания ЕГЭ и вызывают повышенный интерес.

Гипотеза: В современном мире необходимы знания об экономике и в этом может помочь математика.

Объект исследовании : Задачи с экономическим содержанием.

Предмет исследования: Задачи о кредитах.

Цель работы: Исследование методов решения задач с экономическим содержанием.

Задачи:

1.Собрать информацию и изучить литературу по данной теме.

2.Рассмотреть основные классы задач с экономическим содержанием.

3.Разобраться в решении экономических задач ЕГЭ, осознать ход решения.

4.Вывести формулы для решения в общем виде.

5.Исследовать приемы решения экономических задач.

6.Решить ряд задач, составляя математические модели.

Задачи с экономическим содержанием ЕГЭ – это задачи на проценты, вклады и кредиты, продажи и покупки ценных бумаг, выпуск производственной продукции и получение максимальной прибыли с минимальными затратами. В данной работе рассматриваются задачи о кредитах.

Существуют различные **методы** решения данного вида задач:

- арифметический метод;
- алгебраический метод;
- функционально - графический

Основные **подходы к решению задач** с экономическим содержанием:

- решение задач по формулам;
- решение задач в общем виде;
- решение задач с помощью производной;
- задачи на сравнение.

Методы исследования: сбор информации, обобщение, обработка материала, расчет и анализ, сравнение.

Структура работы: Работа состоит из двух глав.

Первая глава-кредитная математика. Раскрывается понятие кредита, виды платежей, выводится формула, связывающая кредиты, сроки, проценты и платежи.

Во второй главе рассматриваются особенности решения задач с экономическим содержанием, задачи о кредитах.

Глава 1. Кредитная математика

Наиболее прочно вошла в жизнь современного человека финансовая операция кредитование. Огромный интерес к разному роду кредитам вполне понятен, люди хотят упростить свою жизнь и жить лучше. И в настоящее время кредиты позволяют достичь желанной цели немедленно, когда это необходимо. Благодаря кредитованию любой человек может приобрести машину, бытовую технику, мебель, отдохнуть на море, сделать ремонт в квартире, получить образование и даже приобрести недвижимость, не дожидаясь полного накопления необходимой для этого суммы. Однако при всей выгодности приобретения любой покупки в кредит перед каждым человеком встает проблема ежемесячной выплаты ощутимой суммы из зарплаты и ожидание того момента, когда наконец-то он освободится от финансовой кабалы. Сегодня банки и магазины очень умело пользуются создавшимся положением, деньги в кредит предлагаются на каждом шагу и практически любую вещь в магазине можно приобрести в рассрочку. И здесь для каждого из нас встает вопрос: у кого и каким предложением воспользоваться? А чтобы ответить на него, нужны умения производить хотя бы несложные процентные расчеты для сравнения и выбора более выгодных условий.

Кредиты (деньги берутся в банке под процент) :

- Человек взял кредит в банке.
- Банк начисляет проценты.
- Человек погашает этот кредит равными платежами.

1.1. Что необходимо знать и понимать при решении задач на погашение кредита <u>равными</u> долями

Пусть размер кредита S.

Процент банка равен p%, увеличение в $k = (1 + 0{,}01p)$ раз

Ежегодная выплата по кредиту равна X.

Тогда через год после начисления процентов и выплаты суммы X размер долга равен: $S k – X$

Через два года долг составит: $(Sk – X) k – X$

Через три года: $((Sk – X) k - X)k – X$

Через четыре года: $(((Sk – X) k - X)k – X) k – X$

Через n лет $Sk^n – X (k^{n-1} + \ldots + k^3 + k^2 + k + 1)$

Для подсчета величины в скобках иногда применяется формула суммы n членов геометрической прогрессии. Здесь $b_1 = 1$, $q = k$

Формула для суммы n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1\,(1-q^n)}{1-q}$$

Размер долга через n лет $\boldsymbol{Sk^n - \frac{X\,(1-k^n)}{1-k}}$

1.2.Аннуитетные и дифференцированные платежи

Наиболее распространенными платежами по кредитам являются аннуитетные платежи и дифференцированные.

Аннуитетными называются платежи банку одинаковыми суммами. Они применяются при выдаче кредитов на длительный срок (например, ипотека). Заемщик платит каждый месяц одну и ту же сумму. В первую очередь уплачиваются проценты банку, которые составляют большую сумму платежа, а оставшаяся сумма направляется на гашение кредита

Дифференцированные платежи характерны тем, что задолженность по кредиту погашается, равномерно начиная с самых первых выплат, а проценты начисляются на фактический остаток. При таком способе сумма ежемесячной выплаты будет всегда разная, и она будет постепенно уменьшаться.

Рассмотрим задачу о кредитных платежах в общем виде.

Дифференцированный платеж

Задача 1. Кредит S. Срок – n платежных периодов.

Каждый платежный период долг сначала возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего платежного периода, а затем вносится оплата так, что долг становится на одну и ту же сумму меньше долга на конец предыдущего платёжного периода.

Начисления r%, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

	1-й год	2-й год	3-й год	(n-1)-й год	n-й год
Долг	kS	$\frac{kS\ (n-1)}{n}$	$\frac{kS\ (n-2)}{n}$	$\frac{kS\bullet\ 2}{n}$	$\frac{kS\bullet\ 1}{n}$
Выплата	$kS - \frac{S\ (n-1)}{n}$	$\frac{kS\ (n-1)}{n} - \frac{S(n-2)}{n}$	$\frac{kS\ (n-2)}{n} - \frac{S(n-3))}{n}$	$\frac{kS\bullet 2}{n} - \frac{S\ (n-(n-1))}{n}$	$\frac{kS\bullet\ 1}{n}$
Остаток долга	$\frac{S\ (n-1)}{n}$	$\frac{S(n-2)}{n}$	$\frac{S(n-3))}{n}$	$\frac{S\ (n-(n-1))}{n}$	0

Выплаты $B = kS - \frac{S\ (n-1)}{n} + \frac{kS\bullet(n-1)}{n} - \frac{S(n-2)}{n} + \frac{kS\bullet(n-2)}{n} - \frac{S(n-3))}{n} + \ldots + \frac{kS\bullet 1}{n} - 0 = \frac{kS}{n}(n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 1) - \frac{S}{n}((n-1) + (n-2) + (n-3) + \ldots + 0) = Sk\bullet\frac{1+n}{2} - S\bullet\frac{n-1}{2} = S(\frac{k(1+n)}{2} - \frac{n-1}{2}) =$

$S\ (\frac{(1+0{,}01r)(n+1)}{2} - \frac{n-1}{2}) = S\ \frac{1+n+0{,}01r+0{,}01rn-n+1}{2} = S\ \frac{2+0{,}01r\ (1+n)}{2} = S\ (1 + \frac{r(1+n)}{200})$

$$\boxed{\mathbf{B = S\ (1 + \frac{r(1+n)}{200})}}$$

- формула полной величины выплат

Переплата П = В – S

$$\boxed{\mathbf{П = \frac{r\ (n+1)}{200}\bullet S}}$$

Аннуитетный платеж (платеж равными долями)

Задача 2. Кредит S. Срок – n платежных периодов.

Начисления r%, увеличение в (1 + 0,01r)= k раз

Ежегодные выплаты x рублей

S_n – размер долга через n лет

	1-й год	2-й год	3-й год	n-й год
Долг	kS	$k^2S - kx$	$k^3S - k^2x - kx$	$k^nS - k^{n-1}x - k^{n-2} - \ldots - kx$
Выплата	x	x	x	x
Остаток долга	kS-x	$k^2S - kx - x$	$k^3S - k^2x - kx - x$	$k^nS - k^{n-1}x - k^{n-2} - \ldots - kx - x$

При условии полного погашения кредита размер долга через n платежных периодов $S_n = 0$, тогда

$k^nS - k^{n-1}x - k^{n-2} - \ldots - kx - x = 0$

$k^nS = k^{n-1}x + k^{n-2} + \ldots + kx + x$

$k^nS = x(k^{n-1} + k^{n-2} + \ldots + k + 1)$

$$\boxed{S_n = k^nS - x\frac{1 \bullet (k^n - 1)}{k-1}}$$ **размер долга через n платежных периодов**

$$\boxed{k^nS = x \bullet \frac{k^n - 1}{k-1}}$$ **- формула, связывающая кредиты, проценты и платежи**

Кредит $S \bullet k^n$ = платежи $\bullet \frac{k^n-1}{k-1}$, где $k = 1 + 0{,}01r$

В зависимости от того, какая из этих переменных неизвестна, можно выделить типы экономических задач

Глава 2 .Задачи о кредитах

В зависимости от того, какая из переменных неизвестна в формуле $K^nS = x \cdot \frac{k^n - 1}{k - 1}$, можно выделить типы экономических задач.

2.1. Нахождение количества лет выплаты кредита

Задача 3. Планируется взять в кредит 1,5 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет можно взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тыс. рублей.

Решение: 1 способ (арифметический)

В конце 1-го года долг составит:

1500000 • 1,1 – 350 000 = 1300 000 (рублей)

В конце 2-го года долг составит:

1300 000 • 1,1 – 350 000 = 1 080 000 (рублей)

В конце 3-го года долг составит:

1 080 000 • 1,1 – 350 000 = 838 000 (рублей)

В конце 4-го года долг составит:

838 000 • 1,1 – 350 000 = 571 800 (рублей)

В конце 5-го года долг составит:

571 800 •1,1 – 350 000 = 278 980 (рублей)

В конце 6-го года долг составит:

278 980• 1,1 – 350 000 = 0

Ответ: 6 лет

2 способ (по формуле)

$k^nS = \quad x\,\frac{1-k^n}{1-k}$

$1{,}1^n \cdot 1{,}5 = 0{,}35 \cdot \frac{1-1{,}1^n}{1-1{,}1}$

$1{,}1^n \cdot 30 = 7 \bullet \frac{1-1{,}1^n}{-0{,}1}$

$1,1^n \cdot 3 = 7 \cdot (-1 + 1,1^n)$

$1,1n \cdot 3 = -7 + 7 \cdot 1,1^n$

$4 \cdot 1,1^n = 7$

$1,1^n = \frac{7}{4} = 1,75$

$\lg 1,1^n = \lg 1,75$

$n = \frac{lg\ 1,75}{lg 1,1} = \frac{0,24}{0,04} = 6$ лет

Ответ: 6 лет

При решении задачи не обойтись без калькулятора

3 способ (алгебраический) Кредит S = 1,5 млн.рублей. Срок – n лет

Начисления 10%, увеличение в 1,1 раза , k= 1,1.

Ежегодные выплаты не более 350тыс.рублей – хруб.

	1-й год	2-й год	n-й год
Долг	kS	$k^2S - kx$	$k^nS - k^{n-1}x - \ldots - kx$
Выплата	x	x	x
Остаток долга	kS-x	$k^2S - kx - x$	$k^nS - k^{n-1}x - \ldots - kx - x$

$k^nS - k^{n-1}x - \ldots - kx - x = 0$, $\quad k^nS = k^{n-1}x + \ldots + kx + x$

$k^nS = x (k^{n-1} + \ldots + k + 1)$, $k^nS = x\,\frac{1-k^n}{1-k}$,

$x = \frac{S\bullet k^n(1-k)}{1-k^n} = \frac{1,1^n\ (1-1,1)\bullet 1,5}{1-1,1^n} < 0,35$; $\quad 1,1^n \cdot 0,15 < 0,35\ (1,1^n - 1)$,

$15 \cdot 1,1^n < 35 \cdot 1,1^n - 35$; $20 \cdot 1,1^n > 35$; $1,1^n > \frac{7}{4}$; $n = 6$

Ответ: n= 6

Задача 4. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей на некоторый срок. Условия возврата таковы:

– Каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– С февраля по июль каждого года необходимо выплатить часть долга;
– В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину
– меньше долга на июль предыдущего года.

На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платеж по кредиту не превысил 1,8 млн. рублей.

Решение:

Кредит S = 6 млн.рублей

Срок – n лет

Начисления 20%, увеличение в 1,2 раза , k= 1,2

Уменьшение тела кредита на $\frac{S}{n}$ млн. ежегодно

		1 год
Долг (январь)		kS
Выплата		$kS – (S - \frac{S}{n}) = S (k – 1 + \frac{1}{n})$
Остаток долга	S	$S - \frac{S}{n}$

Самая большая выплата - первая. Остальные можно не считать.

$S (k – 1 +\frac{1}{n}) < 1,8$

$6 (1,2 – 1 + \frac{1}{n}) < 1,8$

$0,2 + \frac{1}{n} < 0,3$

$n > 10$

Ответ: на 10 лет

Задача 5. Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?

Решение:

Кредит S =100 000.рублей

Срок – n лет

Начисления 10%, увеличение в 1,1 раза , k= 1,1

Ежегодные выплаты x рублей

	1-й год	2-й год	3-й год	n-й год
Долг	kS	$k^2S – kx$	$k^3S – k^2x - kx$	$k^nS – k^{n-1}x- k^{n-2} - kx$
Выплата	x	x	x	x
Остаток долга	kS-x	$k^2S – kx - x$	$k^3S- k^2x – kx - x$	$k^nS – k^{n-1}x- k^{n-2} - kx- x$

$k^nS – k^{n-1}x- k^{n-2} - \ldots - kx- x = 0$

$k^nS = k^{n-1}x + k^{n-2} + \ldots + kx + x$

$k^nS = x (k^{n-1} + k^{n-2} + \ldots + k + 1)$

$k^nS = x\,\frac{1 \bullet (k^n - 1)}{k-1}$

$x = \frac{k^n \bullet S\,(k-1)}{k^n - 1} = \frac{1{,}1^n \bullet 10^5 (1{,}1-1)}{1{,}1^n - 1} = \frac{1{,}1^n \bullet 10^4 \bullet 1}{1{,}1^n - 1} \le 24000$

$1{,}1^n \bullet 10^4 \le 24000 \bullet 1{,}1^n – 24000$

$14000 \bullet 1{,}1^n \ge 24000$

$1{,}1^n \ge \frac{12}{7}$ - нет такого натурального n, при котором было равенство верным, поэтому используем метод оценки.

Метод оценки :

Если n= 2 ; $1{,}1^2 \ge \frac{12}{7} \approx 1{,}71$ не верно

Если n= 3; $1{,}1^3 \ge 1{,}71$ не верно

Если n= 4; $1{,}1^4 \ge 1{,}71$ не верно

Если n = 5; $1{,}1^5 \ge 1{,}71$ не верно

Если n= 6; $1{,}1^6 = 1{,}77 > 1{,} 71$ верно

Ответ: n = 6

Задача 6. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 12,5 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы :

– Каждый январь долг возрастает на 12% по сравнению с концом предыдущего года;
– С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат, после его полного погашения составит 26 млн. рублей?

Решение:

Кредит S = 12,5 млн.рублей

Срок – n лет

Начисления 12%, увеличение в 1,12 раза , k= 1,12

Уменьшение тела кредита на $\frac{S}{n}$ млн. ежегодно

Общая сумма выплат составляет 26 млн. рублей

	1-й год	2-й год	3-й год	(n-1)-й год	n-й год
Долг	kS	$\frac{kS\ (n-1)}{n}$	$\frac{kS\ (n-2)}{n}$	$\frac{kS \bullet 2}{n}$	$\frac{kS \bullet 1}{n}$
Выплата	kS - $\frac{S\ (n-1)}{n}$	$\frac{kS\ (n-1)}{n}$ - $\frac{S(n-2)}{n}$	$\frac{kS\ (n-2)}{n} - \frac{S(n-3))}{n}$	$\frac{kS \bullet 2}{n}$ - $\frac{S\ (n-(n-1))}{n}$	$\frac{kS \bullet 1}{n}$
Остаток долга	$\frac{S\ (n-1)}{n}$	$\frac{S(n-2)}{n}$	$\frac{S(n-3))}{n}$	$\frac{S\ (n-(n-1))}{n}$	0

Долг перед банком уменьшается равномерно:

S; $\frac{S\ (n-1)}{n}$; $\frac{S\ (n-2)}{n}$; $\frac{S\ (n-3)}{n}$ ... $\frac{S\ )}{n}$; 0

Каждый январь долг возрастает в k раз

kS	$\frac{kS\ (n-1)}{n}$	$\frac{kS\ (n-2)}{n}$	…	$\frac{kS \bullet 2}{n}$	$\frac{kS \bullet 1}{n}$

Выплаты:

$$kS - \frac{S\ (n-1)}{n} + \frac{kS\ (n-1)}{n} - \frac{S(n-2)}{n} + \frac{kS\ (n-2)}{n} - \frac{S(n-3))}{n} + \ldots + \frac{kS \bullet 2}{n} - \frac{S\ (n-(n-1))}{n} + \frac{kS \bullet 1}{n} = 26$$

$$\frac{kS}{n} \bullet (\ n + (n\text{-}1) + \ldots + 2 + 1) - \frac{S}{n}\ ((n\text{-}1) + (n\text{-}2) + \ldots + 1) = 26$$

(в скобках используется формула суммы арифметической прогрессии)

$\frac{kS}{n} \bullet \frac{1+n}{2} \bullet n - \frac{S}{n} \bullet \frac{(n-1)+1}{2} \bullet$ (n – 1) = 26

kS (1 + n) – S (n – 1) = 52

S (k + kn – n +1)= 52

n (k-1) + k + 1 = $\frac{52}{S}$

n = $\frac{(\frac{52}{S} - k - 1)}{k-1} = \frac{(\frac{52}{12,5} - 1,12 - 1)}{1,12-1}$ = (4,16 – 2,12)\0,12 = 17

Ответ: на 17 лет

2.2. Вычисление процентной ставки по кредиту

Задача 7. Фермер получил кредит в банке под определённый процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк ¾ от всей суммы, которую он был должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Решение: Допустим ферме получил S рублей под p% годовых. Через год долг будет S (1 + $\frac{p}{100}$) рублей. т.к фермер вернул 0,75 долга, то осталось 0,25• S (1 + $\frac{p}{100}$). После 2-го года долг вырос на p% и стал 0,25• S (1 + $\frac{p}{100}$) (1 + $\frac{p}{100}$) = 0,25• S(1 + $\frac{p}{100}$)^2. Теперь, чтобы погасить долг, фермер внес сумму на 21% большую, т.е. S(1 + $\frac{21}{100}$) и погасил кредит, т.е. 0,25•S(1 + $\frac{p}{100}$)^2 - S(1 + $\frac{21}{100}$) = 0. Решив данное уравнение получим p = 120%. => 20% годовых по кредиту в данном банке .

Ответ: 20%

Задание 8. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Найдите число r , если известно ,что если каждый год выплачивать по 777 600 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 1 317 600 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года.

Решение: а) Кредит S рублей. Срок 4 года.

Начисления r %, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

Выплата 777 600 рублей (x руб.)

	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год
Долг	kS	$k^2S – kx$	$k^3S – k^2x - kx$	$k^4S- k^3x – k^2x – kx$
Выплата	x	x	x	x
Остаток долга	kS-x	$k^2S – kx - x$	$k^3S- k^2x – kx - x$	$k^4S- k^3x – k^2x – kx – x$

Кредит полностью погашен за 4 года

$k^4S- k^3x – k^2x – kx – x = 0$

$k^4S= x (k^3 + k^2 + k + 1) = 0$

$k^4S = x \bullet \frac{1 \bullet (k^4-1)}{k-1} = x \bullet \frac{(k^2-1)\ (k^2+1)}{k-1} = x\ (k+1)\ (k^2 + 1)$

б) Кредит S рублей. Срок 2 года.

Начисления r %, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

Выплата 1 317 600 рублей (y руб.)

	1-й год	2-й год
Долг	kS	$k^2S – ky$
Выплата	y	y
Остаток	kS-y	$k^2S – ky - y$

Кредит полностью погашен за 2 года

$k^2S – ky – y = 0$

$k^2S = y(k + 1)$

Система:

$$\begin{cases} k^4S = x\,(k+1)\,(k^2 + 1) \\ k^2S = y(k + 1) \end{cases}$$

$k^2 = x \bullet \frac{(k^2+1)}{y}$

$yk^2 = k^2x + x$

$k^2(y-x) = x$

$k^2 = \frac{x}{y-x}$; $\frac{777600}{1317600-777600} = 1{,}44 \Rightarrow k = 1{,}2$

$1 + 0{,}01r = 1{,}2$

$r = 20$ %

Ответ: 20%

Задача 9. 15 января планируется взять кредит в банке на 1 млн. рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

ДАТА	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг в млн. рублей	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найти наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

Решение: Кредит S = 1 млн. рублей

Срок – 6 месяцев

Начисления r %, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

	1-й месяц	2-й месяц	3-й месяц	4-й месяц	5-й месяц	6-й месяц
Долг	K • 1	0,6k	0,4 k	0,3k	0,2k	0,1k
Выплата со 2 по 14-е число	1k – 0,6	0,6k – 0,4	0,4k – 0,3	0,3k – 0,2	0,2k – 0,1	0,1k - 0
Долг 15 числа каждого месяца	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Общая сумма выплат составляет менее 1,2 млн. рублей

1k – 0,6 + 0,6k – 0,4 + 0,4k – 0,3 + 0,3k – 0,2 + 0,2k – 0,1 + 0,1k – 0 < 1,2

2,6k < 2,8 ; k < $\frac{14}{13}$ => 1+ 0,01r < $\frac{14}{13}$; r < $\frac{100}{13}$ = 7,69… ; r = 7%. *Ответ:* r = 7%

Задача 10. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на 5 лет в размере S тыс. рублей. Условия возврата таковы:

– Каждый январь доля возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года ;

– С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга

В июле 2017,2018, и 2019 годов долг остается равным S тыс. рублей

Выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей ;

К июлю 2021 долг будет выплачен полностью.

Найти общую сумму выплат за 5 лет.

Решение. Кредит S тыс.рублей. Срок – 5 лет.

Начисления 20%, увеличение в 1,2 раза , k= 1,2

	2017 год	2018 год	2019 год	2020 год	2021 год
Долг	kS	kS	kS	kS	(kS – 360) k
Выплата С февраля по июнь	kS - S	kS - S	kS - S	360	360
Остаток на июль	S	S	S	kS - 360	0

К июлю 2021 года долг выплачен полностью.

$(kS – 360)\ k – 360 = 0$

$K^2S – 360k – 360 = 0$

$1{,}2^2S – 360 \cdot 1{,}2 – 360 = 0$

$1{,}44\ S = 792$

S= 550 (тыс) – сумма кредита

$3\ (kS – S) + 720 = 3 \cdot 550 \cdot 0{,}2 + 720 = 1050$ (тыс.руб.)-общая сумма выплат

Ответ: 1050 тыс. рублей

Задача 11. 15 января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
– Со 2-го по 14-е число необходимо выплатить часть долга;
– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30 % больше суммы, взятой в кредит. Найти r.

Решение: Кредит S. Срок – 19 месяцев.

Начисления r %, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

		1-й месяц	2-й месяц	3-й месяц	19-й месяц
Долг		kS	$k \cdot \frac{18S}{19}$	$k \cdot \frac{18S}{19}$	$k \cdot \frac{S}{19}$
Выплата Со 2-го по 14-е число		$kS - \frac{18S}{19}$	$k \cdot \frac{18S}{19} - \frac{17S}{19}$	$k \cdot \frac{17S}{19} - \frac{16S}{19}$	$k \bullet \frac{S}{19}$
Остаток 15-го числа каждого месяца	S	$\frac{18S}{19}$	$\frac{17S}{19}$	$\frac{16S}{19}$	0

Общая сумма выплат :

kS - $\frac{18S}{19}$ + k • $\frac{18S}{19}$ - $\frac{17S}{19}$ + k • $\frac{17S}{19}$ – $\frac{16S}{19}$ + … + k • $\frac{S}{19}$ – 0 = $\frac{kS}{19}$ (19 + 18+ 17+ … + 1) - $\frac{S}{19}$ (18 + 17 + 16 + … + 0) = $\frac{kS}{19}$ •$\frac{1+19}{2}$ •19 – $\frac{S}{19}$ • $\frac{0+18}{2}$ • 19 = kS • 10 – 9S = S (10k – 9)

Общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит.

S (10k – 9)= S (1 + 0,01 • 30)

S (10k – 9) = 1,3 S

10k – 9 = 1,3 ; K = 1,03 ,1 + 0,01r = 1,03 , r = 3 %. *Ответ:* 3%.

Задача 12. В банке взят кредит на срок 12 месяцев. По договору нужно вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется r% этой суммы, и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и туже величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами») Известно, что общая сумма, выплаченная банку за весь срок кредитования, оказалась на 13 % больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r.

Решение: Кредит S рублей .Срок –12 месяцев.

Начисления r %, увеличение в (1 + 0,01r) = k раз

Доля уменьшается на $\frac{S}{12}$ рублей ежемесячно

		1-й мес.	2-й мес.	3-й мес.	11-й мес.	12-й мес.
Долг		kS	k $\frac{11S}{12}$	k $\frac{10S}{12}$	k $\frac{2S}{12}$	k $\frac{S}{12}$
Выплаты		kS - $\frac{11S}{12}$	k $\frac{11S}{12}$ - $\frac{10S}{12}$	k $\frac{10S}{12}$ - $\frac{9S}{12}$	k $\frac{2S}{12}$ - $\frac{S}{12}$	k $\frac{S}{12}$ - 0
Остаток	S	$\frac{11S}{12}$	$\frac{10S}{12}$	$\frac{9S}{12}$	$\frac{S}{12}$	0

Общая сумма, выплаченная банку за весь срок кредитования:

$$kS - \frac{11S}{12} + k\frac{11S}{12} - \frac{10S}{12} + k\frac{10S}{12} - \frac{9S}{12} + \ldots + k\frac{2S}{12} - \frac{S}{12} + k\frac{S}{12} - 0 = \frac{kS}{12}(12+11+10\ldots+2+1) - \frac{S}{12}(11+10+9+\ldots+1) = \frac{kS}{12} \bullet \frac{1+12}{2} 11 = \frac{kS \bullet 13}{2} - \frac{S \bullet 11}{2} = \frac{S}{2}(13k-11)$$

Общая сумма, выплаченная банку за весь срок кредитования, на 13 % больше, чем сумма, взятая в кредит.

$\frac{S}{2}(13k-11) = 1{,}13S$

$13k - 11 = 2{,}26$

$13k = 13{,}26$, $k = 1{,}02 \Rightarrow 1 + 0{,}01r = 1{,}02$; $0{,}01r = 0{,}02$; $r = 2$ % .*Ответ:* 2 %

2.3. Общая сумма выплат

Задача 13. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн. рублей на 5 лет. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Сколько млн. рублей составила общая сумма выплат после погашения кредита?

Решение: Кредит S = 10 млн.рублей

Срок – 5 лет

Начисления 10%, увеличение в 1,1 раза , k= 1,1

Уменьшение тела кредита на $\frac{10}{5}$ = 2 млн. рублей ежегодно

		1-й год	2-й год	3-й год	4-й год	5-й год
Долг		1,1 • 10 = 11	1,1• 8 = 8,8	1,1• 6 = 6,6	1,1• 4 = 4,4	1,1• 2 = 2,2
Выплата		11 – 8 = 3	8,8 – 6 = 2,8	6,6 – 4 = 2,6	4,4 – 2 = 2,4	2,2 – 0 = 2,2
Долг (июль тело	10	10 -2 = 8	8 -2 = 6	6 – 2 = 4	4- 2 = 2	2 – 2= 0

кредита)						

Сумма выплат : 3 + 2,8 + 2,6 + 2,4 + 2,2 = 13 (млн.) рублей

Ответ: 13 млн. рублей

2.4. Нахождение суммы кредита

Задача 14. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить, част долга, равную 1,4641 млн. рублей.

Сколько млн. рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?

Решение: Кредит S млн.рублей . Срок – 4 года

Начисления 10%, увеличение в 1,1 раза , k= 1,1

Выплаты А = 1, 4641 млн. рублей

	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год
Долг (январь)	kS	(kS – A) = k^2S - kA	K^3S – k^2A – kA	k^4S – k^3A – k^2A – kA
Выплаты (с февраля по июнь)	A	A	A	A
Остаток долга	kS - A	K^2S – kA – A	K^3S – k^2A – kA - A	k^4S – k^3A – k^2A – kA –A

Долг был полностью погашен через 4 года:

$k^4S – k^3A – k^2A – kA – A = 0$

$k^4S = A (1 + k + k^2 + k^3)$

$k^4S = A \frac{1 \bullet (1-k^4)}{1-k}$

$k^4S = A \frac{(1-k)(1+k)(1+k^2)}{1-k}$

$k^4S = A (1 + k) (1 + k^2)$;

$1{,}1^4\ S = 1{,}4641\ (1+1{,}1)\ (1+1{,}21)$. $S = \frac{1{,}4641 \bullet 2{,}1 \bullet 2{,}21}{1{,}4641} = 4{,}641$ (млн.рублей) = 4 641 000 рублей . *Ответ:* 4 641 000 рублей .

Задача 15. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на 5 лет. В середине, каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом каждого года. В конце 1-го, 2-го, 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-гогодов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найти наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 10 млн.

Решение: Кредит S млн.рублей . Срок 5 лет. Начисления 10%, k= 1,1

		Начало года	Середина года	Конец года
1 год	долг	S	1,2 S	
	выплата		1,2 S – S = 0,2 S	
	Остаток долга			S
2 год	долг	S	1,2 S	
	выплата		1,2 S – S = 0,2 S	
	Остаток долга			S
3 год	долг	S	1,2 S	
	выплата		1,2 S – S = 0,2 S	
	Остаток долга			S
4 год	долг	S	1,2 S	
	выплата		x	
	Остаток			1,2 S - x
	долг	1,2 S – x	(1,2 S – x) 1,2	

5 год	выплата		x	
	Остаток			(1,2 S – x) 1,2 – x

Долг погашен полностью :

(1,2 S – x) 1,2 – x = 0

1,44 S – 2,2x = 0

x = $\frac{1{,}44S}{2{,}2} = \frac{36S}{55}$

Общая сумма выплат превышает 10 млн рублей

0,2 S + 0,2 S + 0,2 S + $\frac{36S}{55} + \frac{36S}{55}$ > 10

$\frac{21}{11}$ • S > 10 ; 21S > 110; S > 5,238…

Наименьший размер кредита 6 млн. рублей

Ответ: 6 млн. рублей.

Задача 16. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- Со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга.

- 15-го числа долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн. рублей?

Решение: Кредит S рублей

Срок – 24 месяца

Начисления 2 %, увеличение в (1 + 0,01 ● 2) = k = 1,02 раза

Доля уменьшается на $\frac{S}{24}$ рублей ежемесячно

		1-й мес.	2-й мес.	3-й мес.	23-й мес.	24-й мес.
Долг		kS	K • $\frac{23S}{24}$	k•$\frac{22S}{24}$	k• $\frac{2S}{24}$	k• $\frac{S}{24}$
Выплаты		kS - $\frac{23S}{24}$	k $\frac{23S}{24}$ - $\frac{22S}{24}$	k $\frac{22S}{24}$ - $\frac{21S}{24}$	k $\frac{2S}{24}$ - $\frac{S}{24}$	k $\frac{S}{24}$ – 0

Остаток долга	S	$\frac{23S}{24}$	$\frac{22S}{24}$	$\frac{21S}{24}$	$\frac{S}{24}$	0

Общая сумма выплат 1 млн. рублей :

$$kS - \frac{23S}{24} + k\frac{23S}{24} - \frac{22S}{24} + k\frac{22S}{24} - \frac{21S}{24} + \ldots + k\frac{2S}{24} - \frac{S}{24} + k\frac{S}{24} - 0 = 1$$

$$\frac{kS}{24}(24 + 23 + 22 + \ldots + 2 + 1) - \frac{S}{24}(23 + 22 + 21 + \ldots + 1) = 1$$

$$\frac{kS}{24} \bullet \frac{1+24}{2} \bullet 24 - \frac{S}{24} \bullet \frac{1+23}{2} \bullet 23 = 1$$

$$\frac{kS \bullet 25}{2} - \frac{S \bullet 23}{2} = 1$$

$S(25k - 23) = 2$, $S = \frac{2}{(25k - 23)} = \frac{2}{25 \bullet 1{,}02 - 23} = \frac{2}{2{,}5} = 0{,}8$ (млн.рублей)

Ответ: 0,8 млн. рублей

Задача 17. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на 4 года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 10% по сравнению с началом года. По договоренности с банком в конце 1-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, начисленные за соответствующий текущий год. В конце 2-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковую сумму , погашая к концу 4-го года весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 100 млн. рублей.

Решение:

Кредит S млн.рублей

Срок 4 года

x – выплата банку за 2-й и 4-й годы

A – вся выплаченная банку сумма, A > 100 млн. рублей

	Сумма долга после начисления	Выплата за текущий год	Сумма долга после выплаты
1-й год	1,1 S	0,1 S	S
2-й год	1,1 S	x	1,1 S – x
3-й год	1,1 • (1,1 S – x)	0,1 • (1,1 S – x)	1,1 S – x
4-й год	1,1 • (1,1 S – x) =	x	$1{,}1^2S - 1{,}1x - x =$

	$1{,}1^2S - 1{,}1x$		$1{,}1^2 S - 2{,}1x$

По условию задачи к концу 4 года весь долг выплачен полностью, тогда :

$1{,}1^2 S - 2{,}1x = 0 \Rightarrow x = \frac{1{,}1^2 \bullet S}{2{,}1} = \frac{121S}{210}$.

$A = 0{,}1 S + 0{,}1 \bullet (1{,}1 S - x) + 2x = 0{,}1 S + 0{,}11 S - 0{,}1x + 2x = 0{,}21 S + 1{,}9x =$ $0{,}21 S$

$+\frac{1{,}9 \bullet 121S}{210} == \frac{441S + 19 \bullet 121S}{2100} = \frac{2740S}{2100} = \frac{137S}{105} > 100$, $137S > 10500$, $S > 76\frac{88}{137}$,

$S = 77$

Ответ: 77 млн. рублей

Задача 18. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке на 3 года в размере S млн. рублей, где S- целое число. Условия возврата таковы :

– Каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года ;

– - С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– В июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021
Долг (млн.рублей)	S	0,7S	0,4S	0

Найти наименьшее S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. рублей.

Решение: Кредит S млн.рублей . Срок – 3 года.

Начисления 25%, увеличение в 1,25 раза , $k = 1{,}25$

	1-й год	2-й год	3-й год
Долг	kS	0,7kS	0,4 kS
Выплаты (с февраля по июнь)	kS – 0,7S	0,7kS – 0,4S	0,4kS

Остаток долга на июль	0,7S	0,4S	0

Каждая из выплат должна быть больше 5 млн. рублей.

$$\begin{cases} kS - 0{,}7S > 5 \\ 0{,}7kS - 0{,}4S > 5 \\ 0{,}4kS > 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 0{,}55S > 5 \\ 0{,}475S > 5 \\ 0{,}5S > 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} S > \frac{100}{11} \\ S > \frac{20}{19} \\ S > 10 \end{cases}$$

S > 10 S – целое число => S = 11 (млн. рублей)

Ответ: 11 млн. рублей

Задача 19. Степан взял в банке кредит. В таблице представлен график его погашения.

Дата	20.03	20.04	20.05	20.06	20.07
Долг (в % от кредита)	100%	80%	60%	40%	0%

В конце каждого месяца, начиная с марта, текущий долг увеличивается на 3%, а выплаты по кредиту Степан проводит по графику с 1 по 20 число каждого месяца, начиная с апреля. На сколько процентов больше суммы кредита выплатит Степан?

Решение: Если сумма долга на конец месяца была x, тогда после увеличения на 3% она станет $x + x\bullet\frac{3}{100} = 1{,}03x$

Пусть начальная сумма кредита 100%, после увеличения на 3% в марте она составляла 1,03 • 100% = 103% от суммы кредита.

После 20 апреля долг составляет 80% от суммы кредита, следовательно, Степан заплатил 103% - 80% = 23%.

В конце апреля долг стал 1,03• 80% = 82,4% , а после выплаты составил 60%. Значит, в мае Степан выплатил 22,4% от кредита.

Аналогично в июне он заплатил 1,03• 60% - 40% = 21,8%

И июле 1,03 • 40% = 41,2%

Всего выплаты составили 23% + 22,4% + 21,8% + 41,2% = 108,4%

Ответ: 8,4%

2.5. Нахождение выплат

Задача 20. В июле планируется взять кредит на сумму 8 052 000 рублей. Условия его возврата таковы:

– Каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

– С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года) ?

Решение: Кредит S= 8 052 000 рублей . Срок – 4 года

Начисления 20%, увеличение в 1,2 раза , k= 1,2

	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год
Долг	kS	$k^2S - kx$	$k^3S - k^2x - kx$	$k^4S - k^3x - k^2x - kx$
Выплата	x	x	x	x
Остаток	$kS - x$	$k^2S - kx - x$	$k^3S - k^2x - kx - x$	$k^4S - k^3x - k^2x - kx - x$

Кредит выплачен .

$k^4S - k^3x - k^2x - kx - x = 0$

$k^4S = x\,(k^3 + k^2 + k + 1)$

$k^4S = x \cdot \frac{1 \bullet (k^4-1)}{k-1} = x \cdot \frac{(k-1)\,(k+1)\,(k^2-1)}{k-1} = x\,(k+1)\,(k^2 + 1)$

$k^4S = x\,(1{,}2 + 1)\,(1{,}2^2 + 1)$

$k^4S = x \cdot 2{,}2 \cdot 2{,}44$

$x = \frac{1{,}2^4 \bullet 8\,052\,000}{2{,}2 \bullet 2{,}44}$

$x = \frac{2{,}0736 \bullet 8\,052\,000}{5{,}368}$

$x = 3\,110\,400$

Ответ: 3 110 400 рублей .

2.6. Задачи на сравнение

Задача 21. В конце августа 2001 года администрация Приморского края располагала некой суммой денег, которую предполагалось направить на пополнение нефтяных запасов края. Надеясь на изменение конъюнктуры рынка, руководство края, отсрочив закупку нефти, положила эту сумму 1 сентября 2001 года в банк. Далее известно, что сумма вклада в банке увеличивалась первого числа каждого месяца на 26% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца, а цена баррели сырой нефти убывала на 10% ежемесячно. На сколько процентов больше (от первоначального объема закупок) руководство края смогло пополнить нефтяные запасы края, сняв 1 ноября 2001 года всю сумму, полученную из банка вместе с процентами, и направив ее на закупку нефти ?

Решение:

1 сентября	Руководство края положило A рублей под 26% в месяц, увеличение в 1,26 раза, k = 1,26	Цена баррели сырой нефти уменьшается на 10% ежемесячно, увеличение в 0,9 раза
1 октября	Сумма составит 1,26A	Вложенная сумма уменьшится и станет 0,9 A
1 ноября	$1{,}26^2$A	$0{,}9^2$A

Тогда сумма увеличится в $\frac{1{,}26 \bullet 1{,}26}{0{,}9 \bullet 0{,}9}$ = 1,96 , т.е. на 96%

Ответ: на 96% .

Задача 22. Акционерное общество «МММ-лимитед» объявило котировку своих акций на ближайшие 3 месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам на 243%, 412% и 629% по отношению к каждому месяцу. Каков средний ежемесячный рост котировок акций за указанный период?

Решение: A_0 – первоначальная цена акций .

Используем формулу сложного процента

$$A_0\,(1 + \frac{p_1}{100})\,(1 + \frac{p_2}{100})\,\ldots\,(1 + \frac{p_m}{100}) = A_0\,(1 + \frac{q}{100})^n$$

Котировка акций объявлена на 3 месяца, причем каждый месяц процентная ставка меняется.

$P_1 = 243\%$, $p_2 = 412\%$, $p_1 = 629\%$

Подставим эти данные в формулу:

$$A_0 \left(1 + \frac{243}{100}\right)\left(1 + \frac{412}{100}\right)\left(1 + \frac{629}{100}\right) = A_0 \left(1 + \frac{x}{100}\right)^3$$

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)^3 = \frac{343 \bullet 512 \bullet 729}{100^3}$$

$$1 + \frac{x}{100} = \sqrt[3]{\frac{343 \bullet 512 \bullet 729}{100^3}}$$

$$1 + \frac{x}{100} = \sqrt[3]{\frac{7^3 \bullet 8^3 \bullet 9^3}{100^3}}$$

$100 + x = 504$

$x = 404 \Rightarrow p = 404\%$ - средний ежемесячный рост котировок акций

Ответ: 404% .

Задача 23. В начале года фирма "Жилстройсервис" выбирает банк для получения кредита среди нескольких банков, кредитующих под разные проценты. Полученным кредитом фирма планирует распорядиться следующим образом : 75% кредита направить на строительство коттеджей, а остальные 25% на оказание риэлтерских услуг населению. Первый проект может принести прибыль в размере от 36% до 44% годовых, а второй - от 20% до 24% годовых. В конце года фирма должна вернуть кредит банку с процентами и при этом рассчитывает на чистую прибыль от указанных видов деятельности от не менее 13%, но не более 21% годовых от всего полученного кредита. Каким должна быть наибольшая и наименьшая процентные ставки кредитования выбираемых банков, чтобы фирма гарантированно обеспечила себе указанный выше уровень прибыли?

Решение:

Пусть S – сумма кредита под p% годовых. Тогда в конце года фирма должна отдать банку $S + 0{,}01pS$

В коттеджи вложено 0,75 S.

Планируемая прибыль от $0{,}36 \bullet 0{,}75S = 0{,}27\ S$ до $0{,}44 \bullet 0{,}75S = 0{,}33\ S$

В риэлтерские услуги вложено $0,25\ S$.

Планируемая прибыл от $0,2 \cdot 0,25S = 0,05S$ до $0,24 \bullet 0,25S = 0,06S$

Общая прибыль от вложенных средств в два проекта от $0,27S + 0,05S = 0,32S$ до $0,33S + 0,06S = 0,39S$

Тогда чистая прибыль составит от $0,32S - 0,01pS \geq 0,13S$ до $0,39S - 0,01pS \leq 0,21S$

Имеем:

$$\begin{cases} 0,32S - 0,01pS \geq 0,13S \\ 0,39S - 0,01pS \leq 0,21S \end{cases} \quad \begin{cases} p \leq 19 \\ p \geq 18 \end{cases}$$

Тогда $p_{\text{наим.}} = 18\%$, $p_{\text{наиб.}} = 19\%$

Ответ: 18%, 19%.

Заключение

Задачи с экономическим содержанием являются практическими задачами. А их решение способствует более качественному усвоению содержания курса математики средней школы, позволяет осуществлять перенос полученных знаний и умений в экономику. В работе представлено подробное решение большого количества задач. Решение каждой следующей задачи отличается от предыдущей, что заставляет , каждый раз, продолжать исследовательскую деятельность и расширять теоретические знания по этой теме.

Результат работы : круг знаний экономического содержания, которые можно решить расширился. Это очень поможет при сдаче ЕГЭ, в дальнейшей учебе после окончания школы и в жизни .

Практическая значимость: материалы могут быть использованы при проведении элективных курсов, а также для самостоятельного освоения учащимся методов решения задач экономического содержания.

Список использованных источников и литературы

1. Банковская система российской империи:[Электронный ресурс]//Википедия.
2. Гущин Д.Д. Встречи с финансовой математикой. Пособие для учащихся 8-11 классов, издание 2,дополненное Санкт-Петербург. 2016
3. Лаппо Л.Д. ЕГЭ 2017. Математика. Экзаменационные тесты. Профильный уровень. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. – М. : Издательсво «Экзамен», 2017г.
4. Семёнов А.В., Ященко И.В. Математика. Как получить максимальный балл на ЕГЭ. Москва. «Интеллект-Центр»,2016
5. Ященко И.В., Шестаков С.А. Математика. Курс самоподготовки. Москва, «Просвещение» 2018.
6. www.alexlarin.net
7. www.ege2016.su
8. www.reshuege.ru