

Всероссийский конкурс учебно-исследовательских работ старшекласников
по политехническим, естественным, математическим дисциплинам
для учащихся 9-11 классов

направление: прикладные вопросы математики

**Изучение математических методов в генетике для
анализа наследования признаков**

Фамилия, имя, отчество участника	Коновалова Елизавета Михайловна
Полное наименование образовательной организации	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа г. Нытва
Класс	10 класс

Фамилия, имя, отчество руководителя	Аликина Марина Юрьевна
Должность руководителя	Учитель математики высшей категории

Пермь. 2018.

Оглавление

АННОТАЦИЯ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. Обзор литературы	6
1.1. Исторические открытия	6
1.2. Законы Г. И. Менделя	10
2. Основная часть	12
2.1 Математические методы, применяемые в генетике	12
2.2 Методика	13
3. Практическая часть	17
4. Выводы	24
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	26
ПРИЛОЖЕНИЕ	27

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена изучению наследования генетических признаков при помощи теории вероятностей. В ходе подготовки исследования были использованы теоритические материалы и интернет-ресурсы, произведены математические вычисления.

ВВЕДЕНИЕ

Математическая генетика представляет собой одну из наиболее формализованных областей биологии. Она включает в себя как построения, имеющие целью достигнуть понимания характера эволюционного процесса, так и чисто практические направления, используемые, например, в животноводстве и растениеводстве, в задачах искусственной селекции и др. Отслеживание проявления одного или многих признаков в ряду поколений, процесс весьма затруднительный. На помощь приходят математические методы. Наука, занимающаяся изучением наследования признаков – генетика.

Актуальность: В современном мире очень важно просматривать внешние признаки, группу крови и болезни передающие по наследству, чтобы в будущем воспроизвести здоровое потомство. При помощи теории вероятностей можно просчитать варианты возможного потомства. Математические методы в генетике применяются для оценки количественных характеристик наследования тех или иных признаков в ряду поколений. Это позволяет ученым значительно ускорить и облегчить процесс анализа проявления признаков. При анализе наследования признаков, всегда существует погрешность и вероятность совершения ошибки. На помощь также приходят математические методы, так как математика - это точная наука, которая является основой подтверждения многих выдвигаемых суждений и гипотез. Поэтому изучение применения математического метода для анализа наследования признаков является весьма актуальным.

Цель исследования: изучение теории вероятностей в генетике для исследования на практике при анализе наследования нескольких признаков у человека.

Задачи исследования:

1. Рассмотреть математические методы, применяемые в генетике;
2. Составить таблицы по скрещиванию с множественными признаками человека и проанализировать их;
3. Вывести математические закономерности при анализе наследования нескольких признаков у человека;
4. Составить математические формулы для применения их на практике при анализе наследования нескольких признаков у человека.

Предмет исследования: применение математического метода в генетике для анализа наследования признаков у человека.

Объект исследования: математический метод.

Методы исследования: анализ, математическое моделирование, математическая статистика, вероятностный метод, метод аналогии, гибридологический метод.

Гипотеза: Вероятно, что можно установить общие закономерности в наследовании множественных признаков человека и к ним разработать формулы для применения на практике при анализе наследования признаков.

1. Обзор литературы

1.1. Исторические открытия

В области генетики математики мира работали в середине 20 века. Р. Беллман математически описал передачу генетической информации. Н. Винер, основоположник кибернетики – науки об информационном управлении в области теории вероятностей, математической статистики, математической логики предложил свои исследования в области генетики. И. М. Гельфанд – применил вычислительные алгоритмы и методы оптимизации в биофизике, генетике и медицине. А. Н. Колмогоров – занимался обработкой опытных данных по расщеплению гибридов. А. А. Ляпунов применил в биологии первые методы математического моделирования.

Законы и закономерности генетики

Название	Автор	Формулировка
Правило единообразия гибридов первого поколения (первый закон)	Г. Мендель, 1865 г.	При моногибридном скрещивании у гибридов первого поколения проявляются только доминантные признаки – оно фенотипически единообразно
Закон расщепления (второй закон)	Г. Мендель, 1865 г.	При самоопылении гибридов первого поколения в потомстве происходит расщепление признаков в отношении 3:1 – образуются две фенотипические группы (доминантная и рецессивная)
Закон независимого наследования (третий закон)	Г. Мендель, 1865 г.	При дигибридном скрещивании у гибридов каждая пара признаков наследуется независимо от других и дает с ними разные сочетания. Образуются четыре фенотипические группы, характеризующиеся отношением 9:3:3:1
Гипотеза чистоты гамет	Г. Мендель, 1865 г.	Находящиеся в каждом организме пары альтернативных признаков не смешиваются при образовании гамет и по одному от каждой пары переходят в них в чистом виде

Закон сцепленного наследования	Т. Морган, 1911 г.	Сцепленные гены, локализованные в одной хромосоме, наследуются совместно и не обнаруживают независимого распределения
Закон гомологических рядов наследственной изменчивости	Н. И. Вавилов, 1920 г.	Генетически близкие виды и роды характеризуются сходными рядами наследственной изменчивости

Мендель, родившийся в 1822 г. в Чехии в бедной крестьянской семье, страстно желал быть учителем и ученым. В 1843 г. он стал послушником августинского монастыря (там он получил новое имя Грегор). В монастырском училище он изучал богословие и древневосточные языки, слушал лекции по естествознанию в Брюннском философском институте, увлекался минералогическими и ботаническими коллекциями. Дополнительное обучение Мендель проходил в Венском университете. Вернувшись из Вены, исследователь приступил к четко спланированному научному эксперименту. Его очень интересовало поистине удивительное проявление наследственности.

В юности Грегора Менделя очень интересовала физика, он получил хорошее физическое образование. Мендель изучал также и математику, в том числе и начала теории вероятностей, разработанной Блезом Паскалем в середине XVII в. Как же интерпретировал свои результаты Мендель? Он вполне логично предположил, что существует некая реальная субстанция (он назвал её наследственным фактором), определяющая цвет семядолей. Допустим, наличие наследственного фактора A определяет зеленый цвет семядолей, а наличие наследственного фактора a – желтый. Тогда, естественно, растения с зелеными семядолями содержат и передают по наследству фактор A , а с желтыми – фактор a . Но почему же тогда среди потомков растений с зелеными семядолями встречаются растения с желтыми семядолями? Мендель предположил, что каждое растение несет по паре наследственных факторов,

отвечающих за данный признак. Причем при наличии фактора *A* фактор *a* уже не проявляется (зеленая окраска доминирует над желтой). Надо сказать, что после замечательных работ Карла Линнея европейские ученые достаточно хорошо представляли процесс полового размножения у растений. В частности, было понятно, что в дочерний организм переходит что-то от матери, а что-то от отца. Не понятно было только, что и как.

Мендель предположил, что при размножении наследственные факторы материнского и отцовского организмов комбинируются между собой как попало, но таким образом, что в дочерний организм попадает один фактор от отца, а другой от матери. Это, прямо скажем, довольно смелое предположение, и любой скептически настроенный ученый (а ученый обязан быть скептиком), поинтересуется почему, собственно, Мендель построил на этом свою теорию. Если наследственные факторы комбинируются между собой как попало, т. е. независимо, то одинакова вероятность попадания в дочерний организм каждого фактора от матери или от отца?

Соответственно, по теореме умножения, вероятность формирования в дочернем организме конкретной комбинации факторов равна:

$$P = 1/2 \times 1/2 = 1/4$$

Очевидно, возможны комбинации *AA*, *Aa*, *aA*, *aa*. С какой же частотой они проявляются? Это зависит от того, в каком соотношении факторы *A* и *a* представлены у родителей. Рассмотрим с этих позиций ход опыта.

Сначала Мендель взял две линии гороха. В одной из них желтые семядоли не появлялись ни при каких обстоятельствах. Значит фактор *a* в ней отсутствовал, и все растения несли комбинацию *AA* (в случаях, когда организм несет два одинаковых аллеля, он называется гомозиготным). Точно так же все растения второй линии несли комбинацию *aa*.

Что же происходит при скрещивании? От одного из родителей с вероятностью 1/2 приходит фактор *A*, а от другого с вероятностью 1/2 – фактор *a*.

Далее они с вероятностью $1 \times 1 = 1$ дают комбинацию Aa (организм, несущий разные аллели одного гена, называется гетерозиготным). Это отлично объясняет закон единообразия гибридов первого поколения. Все они имеют зеленые семядоли.

При самоопылении от каждого из родителей первого поколения с вероятностью $P=1/2$ (предположительно) приходит либо фактор A , либо фактор a . Это означает, что все комбинации будут равновероятны. Какова же должна быть в данном случае доля потомков с желтыми семядолями? Очевидно, одна четверть. Но это и есть результат опыта Менделя: расщепление по фенотипу 3:1. Следовательно, предположение о равновероятных исходах при самоопылении было верным.

Теория, предложенная Менделем для объяснения явлений наследственности, базируется на строгих математических выкладках и носит фундаментальный характер. Можно даже сказать, что по степени строгости законы Менделя больше похожи на законы математики, чем биологии. Долгое время (да и до сих пор) развитие генетики состояло в проверке этих законов к тому или иному конкретному случаю.

1.2. Законы Г. И. Менделя

Закон единообразия гибридов первого поколения (первый закон Менделя) – при скрещивании двух гомозиготных организмов, относящихся к разным чистым линиям и отличающихся друг от друга по одной паре альтернативных проявлений признака, всё первое поколение гибридов (F1) окажется единообразным и будет нести проявление признака одного из родителей.

1. Закон расщепления (второй закон Менделя) – при скрещивании двух гетерозиготных потомков первого поколения между собой, во втором поколении наблюдается расщепление в определенном числовом отношении: по фенотипу 3:1, по генотипу 1:2:1. Скрещиванием организмов двух чистых линий, различающихся по проявлениям одного изучаемого признака, за которые отвечают аллели одного гена, называется моногибридное скрещивание. Явление, при котором скрещивание гетерозиготных особей приводит к образованию потомства, часть которого несёт доминантный признак, а часть – рецессивный, называется расщеплением. Следовательно, расщепление – это распределение доминантных и рецессивных признаков среди потомства в определённом числовом соотношении. Рецессивный признак у гибридов первого поколения не исчезает, а только подавляется и проявляется во втором гибридном поколении.

2. Закон независимого наследования (третий закон Менделя) – при скрещивании двух особей, отличающихся друг от друга по двум (и более) парам альтернативных признаков, гены и соответствующие им признаки наследуются независимо друг от друга и комбинируются во всех возможных сочетаниях (как и при моногибридном скрещивании). Когда скрещивались гомозиготные растения, отличающиеся по нескольким признакам, таким как белые и пурпурные цветы и желтые или зелёные горошины, наследование каждого из признаков следовало первым двум законам, и в потомстве они комбинировались таким образом, как будто их наследование происходило

независимо друг от друга. Первое поколение после скрещивания обладало доминантным фенотипом по всем признакам. Во втором поколении наблюдалось расщепление фенотипов по формуле 9:3:3:1, то есть 9:16 были с пурпурными цветами и желтыми горошинами, 3:16 с белыми цветами и желтыми горошинами, 3:16 с пурпурными цветами и зелёными горошинами, 1:16 с белыми цветами и зелёными горошинами.

2. Основная часть

2.1 Математические методы, применяемые в генетике

Математические методы применяют для описания биологических процессов. Эти методы предназначены для выявления закономерностей, свойственных биологическим объектам. После анализа всей картины исследования, если возможно, выводится формальная запись процесса – формула. Если таких закономерностей не обнаружено, на основе определенной гипотезы о типе распределения изучаемых данных в серии наблюдений и использования соответствующего математического аппарата с той или иной достоверностью устанавливаются свойства биологических объектов, делаются практические выводы, даются рекомендации. Описания свойств объектов, получаемые с помощью методов математической статистики, называют иногда моделями данных. Модели данных не содержат какой-либо информации или гипотез о внутренней структуре реального объекта и опираются только на результаты инструментальных измерений.

Это направление связано с моделями систем и основывается на математическом описании объектов и явлений, содержательно использующих сведения о структуре изучаемых систем, механизмах взаимодействия их отдельных элементов. Математическая модель – это приближенное описание какого-либо класса явлений или объектов реального мира на языке математики. Основная цель моделирования – исследовать эти объекты и предсказать результаты будущих наблюдений. Однако, моделирование – это еще и метод познания окружающего мира, дающий возможность управлять им.

Разработка и практическое использование математических моделей систем (математическое моделирование) составляют перспективное направление применения в генетике. В основе всех статистических методов


лежит статистическая совокупность. Объекты, с которыми имеют дело в генетике, обладают большой вариабельностью.

2.2 Методика

Задача: Полидактилия (шестипалость) и близорукость передаются как доминантные признаки. Какова вероятность рождения детей без аномалий в семье, если оба родителя страдают обоими недостатками и при этом являются гетерозиготами по обоим признакам?

Таблица 1

Доминантные признаки		Рецессивные признаки	
Шестипалость	A 	Здоровье	a 
Близорукость	B	Здоровые	b

Гаметы	AB	Ab	aB	ab
AB	Шестипалость AA  Близорукость BB	Шестипалость AA  Близорукость Bb	Шестипалость Aa  Близорукость Bb	Шестипалость Aa  Близорукость Bb
Ab	Шестипалость AA  Близорукость Bb	Шестипалость AA  Здоровые bb	Шестипалость Aa  Близорукость Bb	Шестипалость Aa  Здоровые bb
aB	Шестипалость Aa  Близорукость Bb	Шестипалость Aa  Близорукость Bb	Здоровые aa  Близорукость Bb	Здоровые aa  Близорукость Bb

аб	Шестипалость Аа 	Шестипалость Аа 	Здоровые аа 	Здоровые аа 
	Близорукость Бб	Здоровые бб	Близорукость Бб	Здоровые бб

Так, при дигибридном скрещивании образуется 4 вида гамет: **АБ, Аб, аБ** и **аб**, то количество зигот, которые могут возникнуть при случайном слиянии этих гамет, равно 4×4 , т.е. 16. При скрещивании получается 9 генотипов (т. к. некоторые повторяются). Эти 9 генотипов проявляются в виде 4 фенотипов:

ААББ: Шестипалые – Близорукие,

аабб: Здоровые – Здоровые,

ААбб: Шестипалые – Здоровые,

ааББ: Здоровые – Близорукие.

Соотношение генотипов при дигибридном скрещивании иное, чем соотношение фенотипов:

1ААББ:2АаББ:2ААбб:4АаБб:1ААбб:2Аабб: 1ааББ:2ааБб:1аабб.

Для фенотипов мы получили следующие математические модели. Аналоговая модель, отражающая распределение признаков с учетом их доминирования отношением выглядит следующим образом:

9шб:3шз:3зб:1зз

Также мы можем составить аналоговую математическую модель этого результата в виде многочлена.

По Менделю «ряды развития» можно рассматривать как биномы $(A+a)^n$, $(B+b)^n$, $(C+c)^n$ и т. д., где **n**- порядковый номер поколения.

Эту математическую закономерность мы рассмотрели на двух различных признаках. Дигибридное расщепление представляет собой по существу два независимо идущих моногибридных, которые как бы накладываются друг на друга. На математическом языке это квадрат двучлена

$(3+1)^2=3^2+2*3+1^2$ или $(9+3+3+1)$, где:

9 – ААББ, ААБб, АаББ, АаБб, ААбб, АаБб, ааББ, ааБб и аабб.

3 – ААбб, Аабб, Аабб.

3 – ааББ, ааБб, ааБб.

1 – аабб.

Здесь же мы можем рассмотреть вероятностную картину проявления признаков. Опираемся на третье правило Менделя, или правило независимого комбинирования: гены, определяющие различные признаки, наследуются независимо друг от друга. Видно, что это правило относится не к наследованию альтернативных состояний одного признака, а к двум и большему числу признаков.

Рассмотрим расщепление в потомстве от брака родителей, гетерозиготных по двум генам одновременно (АаБб), причем каждый из этих генов влияет на разные признаки. Проще всего это сделать, используя решетку Пеннета.

Как следует из таблицы 1, в потомстве от брака двойных гетерозигот наблюдается 4 фенотипа: доминантный по обоим признакам, доминантный либо по одному, либо по другому признаку, рецессивный либо по одному, либо по другому признаку, рецессивный по обоим признакам одновременно.

Соотношения между этими фенотипами в том порядке, как они записаны выше, составляют 9:3:3:1.

Эти соотношения легко получить, перемножая вероятности соответствующих фенотипов при моногибридном расщеплении. Так, вероятность доминантного фенотипа для каждого признака в моногибридном скрещивании составляет (шестипалые, здоровые)

$$P = 3/4 \times 1/4 = 3/16$$

При их независимости друг от друга вероятность их совместного проявления (шестипалые, близорукие) будет равна:

$$P = 3/4 \times 3/4 = 9/16$$

Проявление признака здоровые, близорукие имеют вероятность:

$$P = 3/4 \times 1/4 = 3/16$$

здоровые, здоровые:

$$P = 1/4 \times 1/4 = 1/16.$$

Вывод: вероятность проявления доминантных признаков во втором поколении наибольшая $P = 9/16$, а чисто рецессивных признаков наименьшая $P = 1/16$.

Задача: По данным группам крови отца и матери определить вероятности разных групп крови ребенка, если гены A, A^B, a одинаково часты.

Решение. Докажем с точки зрения теории вероятности возможные генотипы ребенка. Рассмотрим все возможные случаи:

Отец имеет первую группу крови ($[O]$), а мать вторую ($[A]$). Первая группа крови задается генотипом aa . Мать может иметь генотип AA либо Aa ; предполагаем, что с равной вероятностью, равной $1/2$. Составим таблицу для этого случая:

Сочетания генотипов отца и матери	Возможный генотип ребенка	Группа крови ребенка
$aa \times \frac{1}{2} AA$	$\frac{1}{2} Aa$	$\frac{1}{2} [A]$
$aa \times \frac{1}{2} Aa$	$\frac{1}{2} (\frac{1}{2} Aa + \frac{1}{2} aa)$	$\frac{1}{4} [A] + \frac{1}{4} [O]$

Вывод: При сложении полученных вероятностей, получаем, что у ребенка может быть первая группа крови ($[O]$) с вероятностью $\frac{1}{4}$ и вторая ($[A]$) с вероятностью $\frac{3}{4}$.

3. Практическая часть

Гипотеза. Вероятно, что можно установить общие закономерности в наследовании множественных признаков человека и к ним разработать формулы для применения на практике при анализе наследования признаков.

В результате выведения математических закономерностей при анализе наследования нескольких признаков у человека (Таблица 2), нами был получен следующий результат, представленный в приложениях.

Задача №1. Рыжеволосая зеленоглазая женщина, вступила в брак с светловолосым голубоглазым мужчиной, оба родителя гетерозиготны. Светлый цвет волос и зелёные глаза – это доминантные признаки. Рыжие волосы и голубые глаза – это рецессивные признаки. Определим генотипы родителей и потомства, типы гамет и вероятные генотипы детей.

С целью изучения применения математического метода для анализа наследования признаков нами проведено исследование. Первый этап исследования – составление таблицы по скрещиванию с множественными признаками человека и анализ их. Для этого мы, пошли путем Г. Менделя, применив его закон для человека. В отличие от опытов Менделя, за основу исследования были взяты два типа людей с зелёными глазами, рыжими волосами и голубыми глазами, светлыми волосами.

Были приняты следующие обозначения:

















Доминантные признаки		Рецессивные признаки	
Светлые волосы	А 	Рыжие волосы	а 
Зелёные глаза	Б 	Голубые глаза	б 

Была составлена генетическая схема – решетка Пеннета с четырьмя видами гамет. Таблица представляет собой упорядоченный набор возможных вариантов наследования признаков. Далее проделан статистический анализ

этих вариантов и выделены математические аналоговые модели в виде отношений и многочленов, отражающие распределение признаков с учетом их доминирования.

Далее была рассмотрена вероятностная картина распределения признаков, опираясь на третий закон Менделя. Третье правило Менделя, или правило независимого комбинирования: гены, определяющие различные признаки, наследуются независимо друг от друга. Независимость наследования различных признаков позволяют пользоваться правилом умножения вероятностей. Нами показано вероятностное распределение наследования признаков у двух типов людей.

Таблица 2

Гаметы	АБ	Аб	аБ	аб
АБ	Светлые АА Зелёные ББ 	Светлые АА Зелёные Бб 	Светлые Аа Зелёные ББ 	Светлые Аа Зелёные Бб 
Аб	Светлые АА Зелёные Бб 	Светлые АА Голубые бб 	Светлые Аа Зелёные бБ 	Светлые Аа Голубые бб 
аБ	Светлые Аа Зелёные ББ 	Светлые аА Зелёные Бб 	Рыжие аа Зелёные ББ 	Рыжие аа Зелёные Бб 
аб	Светлые Аа Зелёные Бб 	Светлые аА Голубые бб 	Рыжие аа Зелёные бБ 	Рыжие аа Голубые бб 

Наблюдаем результат дигибридного скрещивания – скрещивание по двум признакам.

Так при дигибридном скрещивании образуется 4 вида гамет: **АБ**, **Аб**, **аБ** и **аб**, то количество зигот, которые могут возникнуть при случайном слиянии

этих гамет, равно 4×4 , т. е. 16. При скрещивании получается 9 генотипов (т. к. некоторые повторяются): **ААББ, ААБб, АаББ, АаБб, ААбб, АаББ, ааББ, ааБб** и **аабб**. Эти 9 генотипов проявляются в виде 4 фенотипов: светлые-зелёные, рыжие-голубые, светлые-голубые и рыжие-зелёные. Соотношение генотипов при дигибридном скрещивании иное, чем соотношение фенотипов:

1ААББ: 2АаББ: 2ААБб: 4АаБб: 1ААбб: 2Аабб: 1ааББ: 2ааБб: 1аабб

Для фенотипов мы получили следующие математические модели.

1. Аналоговая модель, отражающая распределение признаков с учетом их доминирования отношением выглядит следующим образом:

9сз:3сг:3рз:1рг

2. Также мы можем составить аналоговую математическую модель этого результата в виде многочлена.

По Менделю «ряды развития» можно рассматривать как биномы

(А+а)ⁿ, (Б+б)ⁿ, (С+с)ⁿ и т. д., где **n**- порядковый номер поколения

Эту математическую закономерность мы рассмотрели на двух различных признаках. Дигибридное расщепление представляет собой по существу два независимо идущих моногибридных, которые как бы накладываются друг на друга. На математическом языке это квадрат двучлена:

(3+1)²=3²+2*3+1² или (9+3+3+1), где

9 – ААББ, ААБб, АаББ, АаБб, ААбб, АаББ, ааББ, ааБб, аабб.

3 – ААбб, Аабб, Аабб.

3 – ааББ, ааБб, ааБб.

1 – аабб.

3. Как следует из таблицы 2, в потомстве от брака двойных гетерозигот наблюдается 4 фенотипа: доминантный по обоим признакам, доминантный либо по одному, либо по другому признаку, рецессивный либо по одному, либо по другому признаку, рецессивный по обоим признакам одновременно. Соотношения между этими фенотипами в том порядке, как они записаны выше,

составляют 9:3:3:1. Эти соотношения легко получить, перемножая вероятности соответствующих фенотипов при моногибридном расщеплении. Так, вероятность доминантного фенотипа для каждого признака в моногибридном скрещивании составляет (светловолосые, голубоглазые)

$$P = 3/4 \times 1/4 = 3/16$$

При их независимости друг от друга вероятность их совместного проявления (светловолосые, зелёноглазые) будет равна

$$P = 3/4 \times 3/4 = 9/16$$

Проявление признака рыжеволосые, зелёноглазые имеют вероятность

$$P = 3/4 \times 1/4 = 3/16$$

Проявление признака рыжеволосые, голубоглазые

$$P = 1/4 \times 1/4 = 1/16$$

Вывод: Вероятность проявления доминантных признаков во втором поколении наибольшая 9/16, а чисто рецессивных признаков наименьшая 1/16.

Так, при скрещивании образуется 8 видов гамет: **АВВ, АbВ, АВв, Абв, аВВ, аbВ, аBв, и абв**. Количество возможных сочетаний гамет, которые возникнут при случайном слиянии равно 8*8 т. е. 64. Количество фенотипов равно 8: кудрявые светлые волосы и зелёные глаза, кудрявые рыжие волосы и зеленые глаза, кудрявые светлые волосы и голубые глаза, кудрявые рыжие волосы и голубые глаза, прямые светлые волосы и зелёные глаза, прямые рыжие волосы и зелёные глаза, прямые светлые волосы и голубые глаза, прямые рыжие волосы и голубые глаза (см. приложение №1).

Численное соотношение этих фенотипических вариантов таково:

$$27кзз:9крз:9кзг:3крг:9пзг:3прз:3пзг:1прг$$

Анализируя обе таблицы, мы заметили, что количество зигот с проявлением полностью рецессивных генов равно 1 из всего количества зигот.

Вероятность проявления признака 1/64. Замечено, что при добавлении одного гена в характеристику, количество гамет и фенотипов увеличивается в 2 раза.

Таблица 3 – Соотношение между числом пар генов, участвующих в скрещивании, и числом фенотипических и генотипических классов.

Число пар генов, участвующих в скрещивании	Число различных сортов гамет, образуемых гибридом	Число генотипов	Число возможных сочетаний гамет, образованных в первом поколении
1	2	3	4
2	4	9	16
3	8	27	64
n	2^n	3^n	4^n

Также было замечено, что количество зигот с проявлением одного рецессивного гена в 3 раза меньше, чем с полностью доминантным набором генов, с проявлением двух рецессивных в 9 раз, и т. д.

Таким образом, количество зигот с проявлением доминантных признаков будет равно 3^N , где N это количество доминантных признаков у гаметы. Количество разных фенотипов с проявлением одного рецессивного признака равно количеству признаков. Количество разных фенотипов с проявлением одного доминантного признака равно количеству признаков.

На следующем этапе исследования при составлении математических формул для применения их на практике при анализе наследования нескольких признаков у человека нами получен следующий результат.

Количество гамет и фенотипов по четырём признакам будет равняться 16 (т. к. по трём признакам равнялась $8,8*2=16$), количество зигот будет равно $16*16=256$, количество зигот с проявлением полностью рецессивных признаков равно 1 из общего числа гамет. Так как признаков 4, то, следовательно, количество гамет с полным набором доминантных генов равно $3^4=81$.

Количество разных фенотипов с проявлением одного рецессивного или одного доминантного признака равно количеству признаков, то есть 4.

А количество зигот по каждому из таких фенотипов равно $3^3=27$. Количество разных фенотипов с проявлением двух разных рецессивных генов равно 6, (то есть АБвГ, абВГ, АбВг, аБвГ, АбвГ, аБВг), количество зигот по каждому из этих различных фенотипов равно $3^2=9$. Количество гамет по каждому из различных фенотипов с проявлением одного разного признака равно $3^1=3$. Количество гамет с проявлением всех рецессивных признаков равно $3^0=1$. Таким образом, если все числа поставить в один ряд, мы получим отношение всех зигот различных по 16 фенотипам:

$$81:27:27:27:27:9:9:9:9:9:9:3:3:3:3:1$$

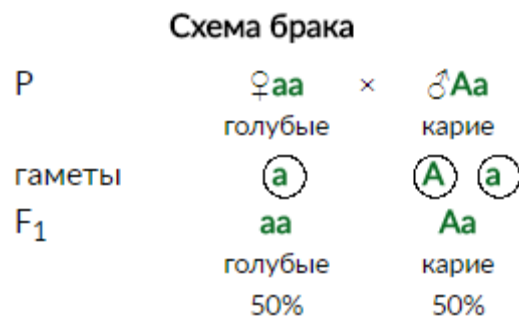
При сложении всех этих чисел мы получаем общее количество зигот, 256, то есть $16*16$.

Вывод: Количество гамет равно количеству фенотипов, и увеличивается в геометрической прогрессии 4,8,16, с увеличением с каждым разом количества гамет в два раза: 2^n , где n-количество признаков, по которым мы проводим скрещивание: 2,3,4,...

Задача №2. У братьев карие глаза, а у их сестры – голубые. Мама этих детей голубоглазая, хотя ее родители имели карие глаза. Какой признак доминирует? Какой цвет глаз у папы? Напишем генотипы всех перечисленных лиц.

Решение:

У двух кареглазых людей (дедушка и бабушка) родился ребенок,



отличающийся от них по фенотипу, следовательно, они гетерозиготны и их генотип – Аа. Гетерозиготы несут доминантный признак, значит, таковым является кария окраска глаз (А), а голубоглазость определяется рецессивным геном (а). Генотип голубоглазых матери и дочери – аа, так как они проявляют рецессивный признак. Генотип сыновей – Аа, потому что они кареглазы (А), и от матери могли унаследовать только рецессивный ген а. Отец должен быть кареглазым, потому что сыновья могли получить доминантный ген А только от него. Он несет также рецессивный ген а, потому что у него есть ребенок с генотипом аа. Следовательно, генотип отца – Аа. В данной задаче используется первый закон расщепления признаков. Вероятность $P = \frac{1}{2}$.

Рассмотрим случай, когда отец и мать имеют вторую группу крови ([А]), которой может соответствовать два генотипа: АА и Аа. Составим таблицу со всевозможными сочетаниями генов и их вероятностями:

Сочетания генотипов отца и матери	Возможный генотип ребенка	Группа крови ребенка
$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}AA$	$\frac{1}{4}AA$	$\frac{1}{4}[A]$
$\frac{1}{2}AA \times \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}(\frac{1}{2}AA + \frac{1}{2}Aa)$	$\frac{1}{4}[A]$
$\frac{1}{2}Aa \times \frac{1}{2}Aa$	$\frac{1}{4}(\frac{1}{4}AA + \frac{1}{2}Aa + \frac{1}{4}aa)$	$\frac{3}{16}[A] + \frac{1}{16}[0]$

Вывод: Суммируя данные таблицы и учитывая, что случаев скрещивания генотипов АА и Аа два, получаем результат: если у отца и матери вторая группа крови, то у ребенка может быть первая группа крови с вероятностью $\frac{1}{16}$, вторая - с вероятностью $\frac{15}{16}$.

4. Выводы

Признаки, рассматриваемых объектов, находятся в разных комбинациях. Из-за вариабельности признаков у рассматриваемых объектов приходится считать их значения случайными величинами и пользоваться вероятностными (стохастическими) постановками задач: матрица наблюдений является выборкой, или выборочной совокупностью случайных величин из некоторой генеральной совокупности. Сама генеральная совокупность обычно трактуется как множество всех объектов определенного типа или как совокупность всех возможных реализаций какого-либо явления. Здесь применим вероятностный метод.

Были проанализированы данные из составленных таблиц по скрещиванию гамет с различным набором доминантных и рецессивных признаков человека. Это особенно ощущается, когда имеем большое количество гамет и фенотипов. Однако, путём несложных математических вычислений возможно узнать информацию о количестве и соотношении зигот по различным фенотипам, вычислить количество фенотипов и количество гамет.

Итак, были выведены закономерности в том что: количество гамет равно количеству фенотипов, и увеличивается в геометрической прогрессии 4,8,16,...с увеличением с каждым разом количества гамет в два раза: 2^n , где n - количество признаков, по которым мы проводим скрещивание: 2,3,4,....

1. Количество разных фенотипов с проявлением одного различного доминантного или одного рецессивного признака увеличивается на один, а так как количество признаков тоже увеличивается на один, то количество таких фенотипов (**m**) равно количеству признаков (**n**), то есть, **m=n**. Например, если нам нужно найти количество фенотипов по 5 признакам, то **m=5**.

2. Количество разных фенотипов с проявлением разных доминантных или рецессивных признаков в количестве больше одного увеличивается на два. Зная

данные по любой из составленных таблиц, можно найти, например, количество этих фенотипов по 5 признакам: пусть количество таких фенотипов равно t , тогда $t = 2^g$ где, g это количество признаков по которым нужно найти фенотипы. Тогда $t = 2^5 = 32$.

3. Количество зигот, получаемых при скрещивании равняется 3^N , где N – это количество проявления доминантных признаков.

4. Количество фенотипов с проявлением всех рецессивных признаков равно $3^0 = 1$.

Таким образом, можно сделать вывод, что поставленная мною во главу угла гипотеза полностью подтвердилась. В формировании комбинации генетических признаков ребенка принимают участие сильные (доминантные) и слабые (рецессивные) гены (см. приложение 2). К сильным генетическим признакам относятся темные волосы, а также вьющиеся; карие, зеленые или каре-зеленые глаза; темная кожа; облысение у мужчин; положительный резус-фактор; II, III и IV группы крови и другие признаки. Также к ним относятся крупный нос, нос с горбинкой, большие уши, пухлые губы, высокий лоб, сильный подбородок и другие «выдающиеся» черты внешности. К слабым генетическим признакам относятся рыжие, светлые, прямые волосы; серые, голубые глаза; светлая кожа. Иными словами все более запутанно и намного сложнее, чем просто борьба доминантных и рецессивных генов. Внешние данные человека являются итогом смешения нескольких генов, поэтому результат далеко не всегда можно предсказать.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Медицинская информационная сеть [Электронный ресурс] : [сайт]. – Режим доступа : http://www.medicinform.net/human/fisiology4_4.htm.
2. С.Г. Мамонтов, В.Б. Захаров, Н.И. Соснин «Биология. Общие закономерности. 9 класс», учебник для общеобразовательных школ, Дрофа. Москва 2000 г.
3. Дромашко С.Е. «Биология и математика». Издательство «Наука и техника», 1986 г.
4. Советов Б. Я., Яковлев С.А., Моделирование систем: Учебник для вузов - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2001 г.
5. Электронная книга «Сборник задач по генетике с решениями» (авторы [Крестьянинов В.Ю.](#), Вайнер Г.Б.).

<i>Признаки</i>	<i>Доминантные</i>	<i>Рецессивные</i>
Нос	Горбатый	Прямой
	Длинный	Курносый
	Широкий	Узкий
Глаза	Монголоидный разрез	Европейский разрез
	Темные	Светлые
Ресницы	Длинные	Короткие
Волосы	Вьющиеся	Прямые
	Темные	Светлые
Рост	Низкий	Высокий

Наследование групп крови в системе АВ0.

		Группа крови отца				
		I (0)	II (A)	III (B)	IV (AB)	
Группа крови матери	I (0)	I (0)	II (A) I (0)	III (B) I (0)	II (A) III (B)	Группа крови ребенка
	II (A)	II (A) I (0)	II (A) I (0)	любая	II (A), III (B) IV (AB)	
	III (B)	III (B) I (0)	любая	III (B) I (0)	II (A), III (B) IV (AB)	
	IV (AB)	II (A) III (B)	II (A), III (B) IV (AB)	II (A), III (B) IV (AB)	II (A), III (B) IV (AB)	