

Всероссийский конкурс учебно-исследовательских работ  
старшеклассников  
по политехническим, естественным, математическим дисциплинам  
для учащихся 9-11 классов

Информатика

## **Исследование фрактальной геометрии в природных объектах**

Пешина Светлана Юрьевна  
11 класс, МБОУ Лицей№1  
г.Пермь

Батин Сергей Евгеньевич  
учитель информатики

Пермь

2018

## Оглавление.

Введение .....	3
Глава 1. Фрактал.....	5
§ 1. Определение фрактала .....	5
§ 2. История создания фрактала.....	5
§ 3. Классификация фракталов.....	6
§ 3.1. Геометрические фракталы.....	6
§ 3.2. Алгебраические фракталы.....	7
§ 3.3. Стохастические фракталы.....	9
Глава 2. Экспериментальная часть.....	10
§ 1. Использованное ПО.....	10
§ 2. Описание создания фрактального изображения. ....	10
§ 3. Сравнение фрактального изображения с реалистичным.....	13
Заключение .....	14
Список литературы .....	15

## Введение

Природа Земли очень разнообразна, и может показаться, что она беспорядочна, хаотична, но если приглядеться, то можно увидеть характерные черты, присущие лепесткам цветка и даже извилистому течению реки. Она создаёт сложные по форме объекты (такие как, пористые облака, кроны деревьев и т.д.), которые достаточно сложно изобразить с помощью обычных геометрических фигур, например, треугольников, окружностей, прямых, сфер и т.д. В мире вокруг нас присутствует геометрия. Эта геометрия выражается фракталами. Они приближают нас к пониманию некоторых процессов и явлений.

*Актуальность проблемы:* Фракталы помогают изучить различные процессы и явления, с их помощью можно более точно предсказывать поведение и взаимосвязь природных объектов.

Чтобы изучить тему, мне нужно было решить следующую проблему: как построить фрактал, который будет идентичен реальному природному объекту?

*Цель исследования:* Сравнить реальное изображение природного объекта с искусственно созданным фракталом.

*Задачи:* ● Знакомство с понятием, историей возникновения

- Описание алгоритма построения фрактального изображения.
- Получение реалистичного изображения природного объекта.
- Сравнение полученного изображения с реальным.

*Теоретическая и практическая значимость:* Использование алгоритма построения фракталов для изучения их свойств.

*Гипотеза:* Средства фрактальной графики позволяют создавать изображения, которые близки к природным объектам.

*Предполагается, что будет сгенерировано изображение искусственного фрактала, которое будет сравнено с реальным.*

## Глава 1. Фрактал.

### § 1. Определение фрактала.

Фрактал (лат. fractus — дробленный, сломанный, разбитый) — термин, означающий сложную геометрическую фигуру, обладающую свойством самоподобия, то есть составленную из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.

### § 2. История создания фрактала.

Само слово «фрактал» появилось благодаря гениальному ученому Бенуа Мандельброту (Benoît B. Mandelbrot).

Он сам придумал этот термин в семидесятых годах прошлого века, позаимствовав слово fractus из латыни, где оно буквально означает «ломанный» или «дробленный». Что же это такое? Сегодня под словом «фрактал» чаще всего принято подразумевать графическое изображение структуры, которая в более крупном масштабе подобна сама себе.

Математическая база для появления теории фракталов была заложена за много лет до рождения Бенуа Мандельброта, однако развиться она смогла лишь с появлением вычислительных устройств. В начале своей научной деятельности Бенуа работал в исследовательском центре компании IBM. В то время сотрудники центра трудились над передачей данных на расстояние. В ходе исследований ученые столкнулись с проблемой больших потерь, возникающих из-за шумовых помех. Перед Бенуа стояла сложная и очень важная задача — понять, как предсказать возникновение шумовых помех в электронных схемах, когда статистический метод оказывается неэффективным.

Просматривая результаты измерений шума, Мандельброт обратил внимание на одну странную закономерность — графики шумов в разном масштабе выглядели одинаково. Идентичная картина наблюдалась независимо от того, был ли это график шумов за один день, неделю или час. Стоило изменить масштаб графика, и картина каждый раз повторялась.

### § 3. Классификация фракталов.

§ 3.1. Геометрические фракталы (от др.-греч. *γεωμετρία*, от *γῆ* — земля и *μετρέω* — измеряю).

Фракталы этого класса самые наглядные. В двумерном случае их получают с помощью некоторой ломаной (или поверхности в трехмерном случае), называемой генератором. За один шаг алгоритма каждый из отрезков, составляющих ломаную, заменяется на ломаную - генератор, в соответствующем масштабе. В результате бесконечного повторения этой процедуры, получается геометрический фрактал.

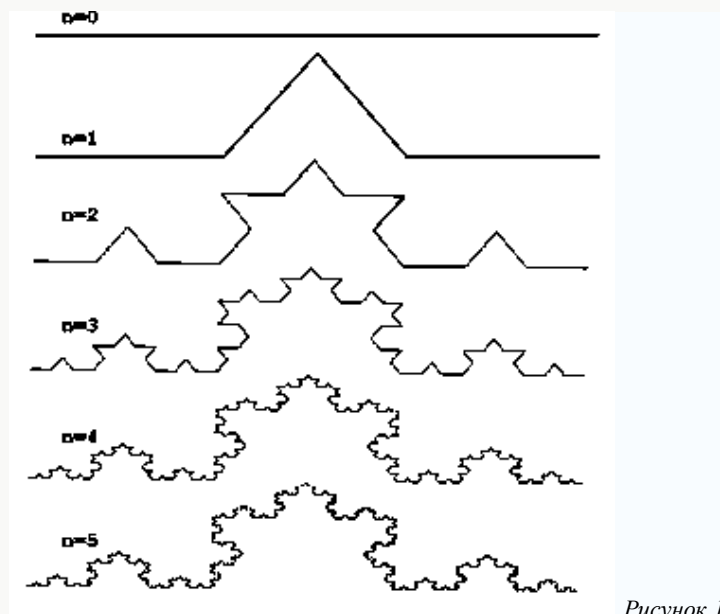


Рисунок 1.

Один из фрактальных объектов - триадная кривая Коха. Построение кривой начинается с отрезка единичной длины (рис.1) - это 0-е поколение кривой Кох. Далее каждое звено (в нулевом поколении один отрезок) заменяется на образующий элемент, обозначенный на рис.1 через **n=1**. В результате такой

замены получается следующее поколение кривой Кох. В 1-ом поколении - это кривая из четырех прямолинейных звеньев, каждое длиной по  $1/3$ . Для получения 3-го поколения прделываются те же действия - каждое звено заменяется на уменьшенный образующий элемент. И так, для получения каждого последующего поколения, все звенья предыдущего поколения необходимо заменить уменьшенным образующим элементом. Кривая  $n$ -го поколения при любом конечном  $n$  называется предфракталом. На рис.1 представлены пять поколений кривой. При  $n$  стремящемся к бесконечности кривая Кох становится фрактальным объектом.

§ 3.2. *Алгебраические фракталы. (от араб. الجَبْر, «аль-джабр» — восполнение).*

Это самая крупная группа фракталов. Получают их с помощью нелинейных процессов в  $n$ -мерных пространствах. Наиболее изучены двухмерные процессы.

Известно, что нелинейные динамические системы обладают несколькими устойчивыми состояниями. То состояние, в котором оказалась динамическая система после некоторого числа итераций, зависит от ее начального состояния. Поэтому каждое устойчивое состояние (или как говорят - аттрактор) обладает некоторой областью начальных состояний, из которых система обязательно попадет в рассматриваемые конечные состояния. Таким образом, фазовое пространство системы разбивается на области притяжения аттракторов. Если фазовым является двухмерное пространство, то окрашивая области притяжения различными цветами, можно получить цветовой фазовый портрет этой системы (итерационного процесса). Меняя алгоритм выбора цвета, можно получить сложные фрактальные картины с причудливыми многоцветными узорами.

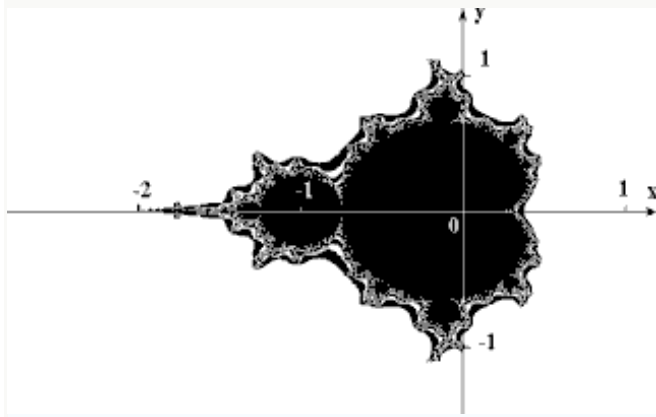


Рисунок 2.

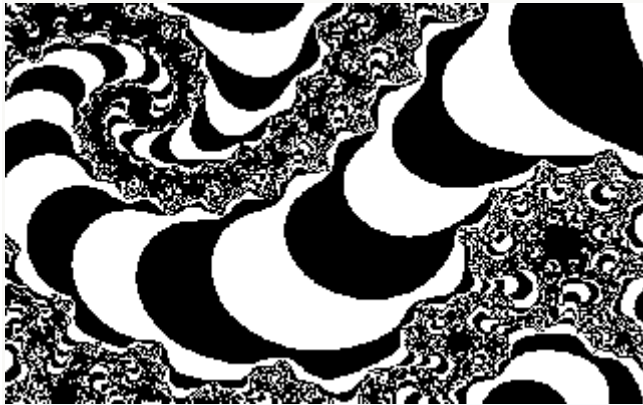


Рисунок 3. (Участок границы множества Мандельброта, увеличенный в 200 раз.)

В качестве примера рассмотрим множество Мандельброта (см. рис.2 и рис.3). Алгоритм его построения достаточно прост и основан на простом итеративном выражении:

$$Z[i+1] = Z[i] * Z[i] + C,$$

где  $Z_i$  и  $C$  - комплексные переменные. Итерации выполняются для каждой стартовой точки  $C$  прямоугольной или квадратной области - подмножестве комплексной плоскости. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока  $Z[i]$  не выйдет за пределы окружности радиуса 2, центр которой лежит в точке  $(0,0)$ , (это означает, что аттрактор динамической системы находится в бесконечности), или после достаточно большого числа итераций (например 200-500)  $Z[i]$  сойдется к какой-нибудь точке окружности. В зависимости от количества итераций, в течении которых  $Z[i]$  оставалась внутри окружности, можно установить цвет точки  $C$  (если  $Z[i]$  остается внутри окружности в

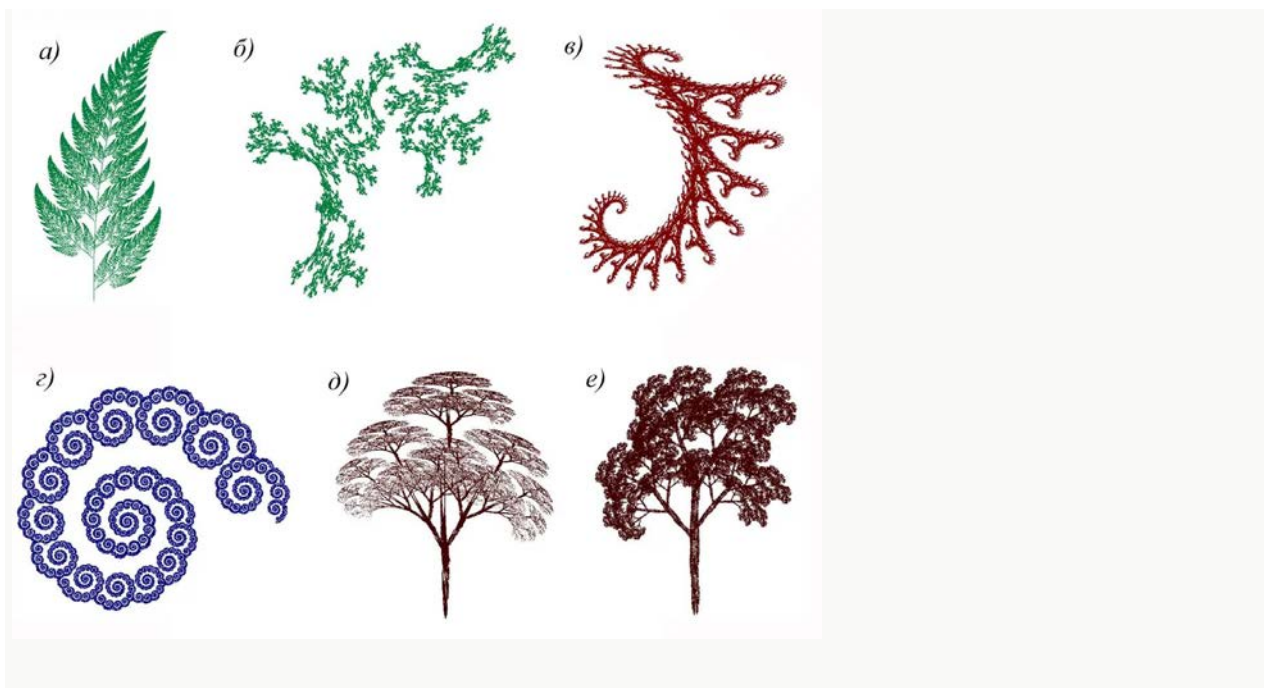


течение достаточно большого количества итераций, итерационный процесс прекращается и эта точка растра окрашивается в черный цвет).

Множеству Мандельброта принадлежат точки, которые в течение бесконечного числа итераций не уходят в бесконечность (точки имеющие черный цвет). Точки принадлежащие границе множества (именно там возникает сложные структуры) уходят в бесконечность за конечное число итераций, а точки лежащие за пределами множества, уходят в бесконечность через несколько итераций (белый фон).

### § 3.3. Стохастические фракталы

Стохастические фракталы (от греч. *στοχαστικός* — «умеющий угадывать») получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры. При этом получаются объекты очень похожие на природные - несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д. Двумерные стохастические фракталы используются при моделировании рельефа местности и поверхности моря.



## Глава 2. Экспериментальная часть.

### § 1. Используемое ПО.

Для получения изображения искусственно созданного фрактала был использован редактор фрактальной графики Apophysis.

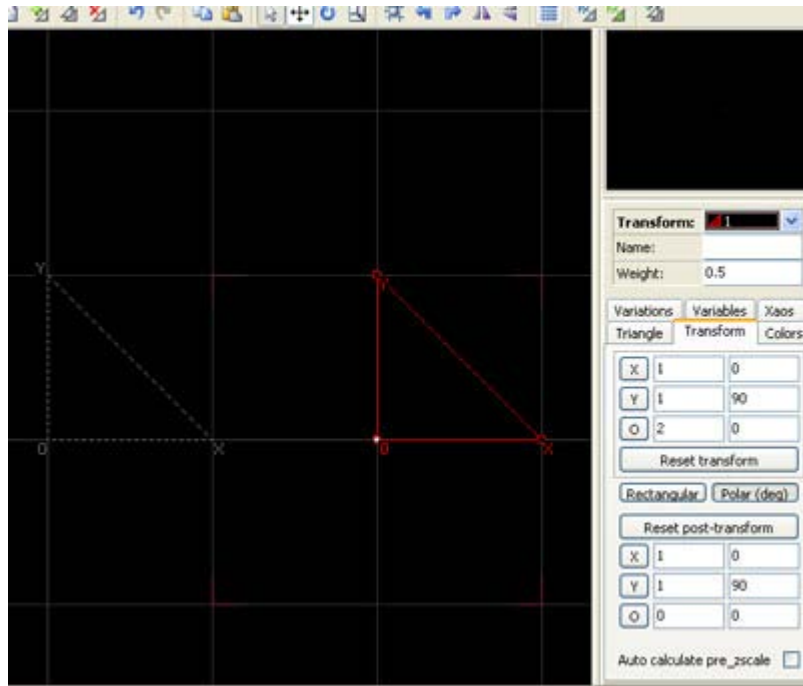
- Apophysis (Апофиз) (от греч. αλοφυσίς, - “отросток”) редактор фрактальной графики с открытым исходным кодом для визуализации в Microsoft Windows. Разработан Марком Таунсендом (Mark Townsend) и переведён с языка C на язык программирования Delphi Скоттом Дрейвсом (Scott Draves) с добавлением графического пользовательского интерфейса. После этого он был улучшен и обновлён Питером Сдобновым (Peter Sdobnov), Петром Бóрисом (Piotr Borys) и Рональдом Хордиком (Ronald Hordijk) (the SourceForge project developers). Apophysis лицензирован в соответствии с условиями Универсальной Общественной Лицензии (GPL).

Apophysis имеет много возможностей для создания и редактирования фрактальных изображений; в его состав входит редактор который позволяет напрямую редактировать составные фрактальные изображения в специальном окне; в этом же окне, в случайном порядке применяются редактируемые треугольники; в отдельном окне регулируется цвет и расположение изображения.

### § 2. Описание создания фрактального изображения.

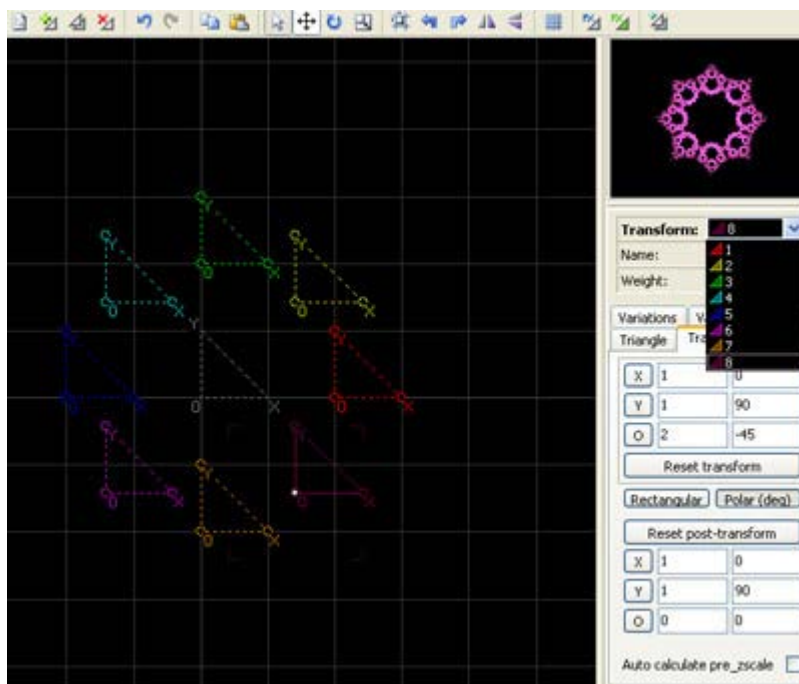
Мной были использованы эффекты фракталов Spherical и Linear. С их помощью были сгенерированы узоры фрактала.

Для того чтобы снежинка была симметричной, все треугольники были расположены точно по кругу, поэтому мы работали в полярной системе координат. Сначала нужно определить, сколько лучей будет у снежинки. В нашем случае их 6. Было рассчитано, под каким углом будут располагаться лучи снежинки по кругу.



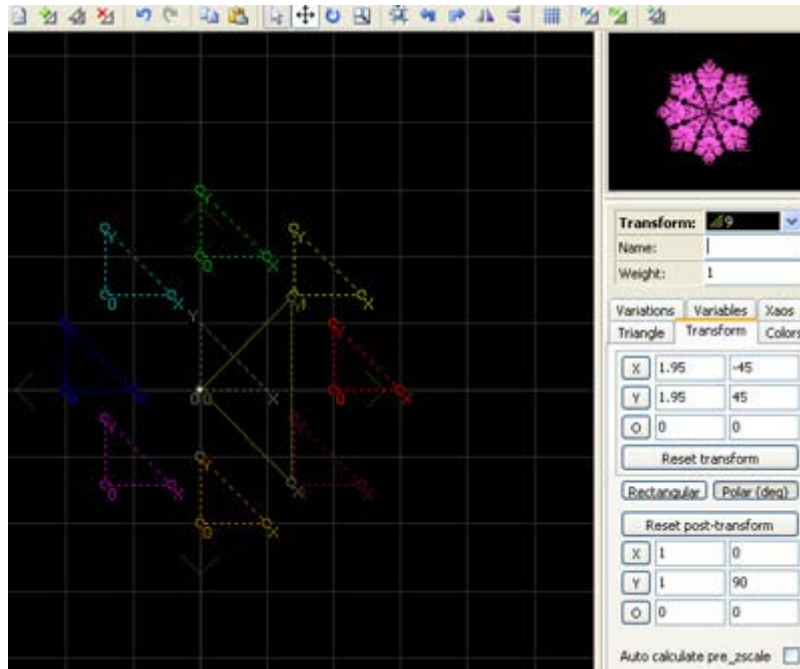
В редакторе программы был создан треугольник и выбраны характеристики, которые нам необходимы. Количество треугольников было увеличено до 6 для того, чтобы сгенерировать полное количество лучей снежинки.

Далее треугольники были преобразованы. Для каждого треугольника

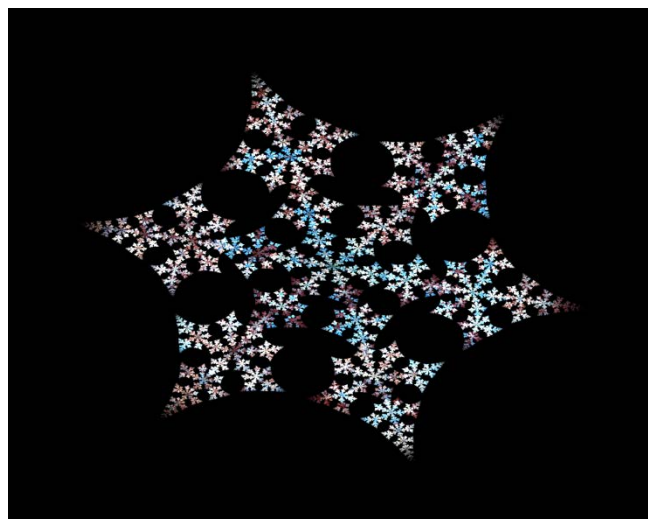


выставлялся конкретный угол, под которым он должен находиться, чтобы снежинка была симметрична.

Таким образом была создана базовая форма для фрактала.



Было произведено вычисление распределения цветов фрактала. В моём случае был использован бело-голубой градиент, чтобы снежинка получилась более реалистичной. После рендеринга изображения было получено изображение фрактала, похожего на снежинку.



### § 3. Сравнение фрактального изображения с реалистичным.

Для того чтобы сравнить полученное фрактальное изображение с реалистичной снежинкой я воспользовалась крупнейшей поисковой системой интернета, принадлежащей корпорации Google Inc: *Google*. В качестве запросов в Google Поиске можно использовать изображения.

*Как работает поиск по картинкам:*

При использовании этой функции можно получить следующие результаты:

- похожие картинки;
- сайты, на которых размещено это изображение;
- это же изображение других размеров.

Но главным является тот факт, что данная система позволяет определить, что находится на картинке, которую пользователь загрузил в поиск.

Изображение фрактала, полученное нами, было загружено в данную систему. Результатом поиска было определение изображения - “snowflake”, что в переводе с английского языка означает “снежинка”.

Для верности эксперимента было проведено аналогичное исследование с использованием другой поисковой системы: «Яндекс» — поисковый движок, принадлежащий российской корпорации «Яндекс», основной продукт компании.

Поиск по картинке основан на алгоритмах компьютерного зрения. В результате поиска могут быть найдены как точные копии исходного изображения, так и картинки, незначительно отличающиеся от оригинала.

В данном случае система определила, что на изображении - “snowflake, снежинки”. Проведенные действия показывают нам, что изображение искусственного фрактала снежинки имеет достаточную схожесть с реалистичными изображениями.

## Заключение

В исследовательской работе был определён один из способов получения изображения фрактального объекта.

В данной работе достигнуты все поставленные цели. Произведено знакомство с понятием, историей возникновения, подробно описан алгоритм построения фрактального изображения, получено реалистичное изображение природного объекта с помощью редактора фрактальной графики. Проведено сравнение, в ходе которого был сделан вывод, что фрактал способен повторить форму, черты и облик природных объектов.

На сегодняшний день фракталы применяются, к примеру, в компьютерной графике. Пейзажи и текстуры, похожие на естественные появляются в кино и компьютерных играх, это является причиной более детального изучения фрактальной графики и её развития.

### **Список использованной литературы:**

1. Галерея фрактальных, интерьерных работ

<http://3dfractal.ru/stati-o-fraktalah/28.html>

2. Введение во фракталы. Шабаршин А.А.

<http://algotlist.manual.ru/graphics/fracart.php>

3. Lettercall как создавать фракталы

<https://lettercal557.weebly.com/blog/kak-sozdavatj-fraktali>

4. Википедия. Apophysis.

<https://ru.wikipedia.org/wiki/Apophysis>

5. Studfiles

<https://studfiles.net/preview/2506425/>

6. Google Поиск по картинкам

<https://support.google.com/websearch/answer/1325808?hl=ru>