Всероссийский конкурс учебно-исследовательских работ старшеклассников по политехническим, естественнонаучным, математическим дисциплинам для учащихся 9-11 классов

Направление: математика

Задачи с экономическим содержанием. Вклады

Рева Дмитрий Павлович, 10 класс
МБОУ «Ильинская СОШ№1»,
Ильинский район

Самохина Наталья Александровна, учитель математики высшей квалификационной категории МБОУ «Ильинская СОШ№1»

Ильинский 2018

Оглавление

Введение

Для обеспечения достойного проживания в новых для России рыночных условиях каждый человек стремится больше узнать о существующих экономических закономерностях. Возникает множество вопросов относительно банковской деятельности. Стоит ли брать кредит, какой вклад выгоднее открыть.

Актуальность исследования очевидна. Данные веяния времени находят отражение в заданиях единого государственного экзамена профильного уровня. Задачи №17 из ЕГЭ по математике – это текстовые задачи экономического содержания, в которых усилена практическая составляющая условия. Данные задачи можно разделить на два типа: задачи, использующие дискретные модели (проценты, кредиты, вклады, вклады с пополнением и др.), и задачи, использующие непрерывные модели (производство, объемы выпускаемой продукции и др.).

Гипотеза: Аппарат математики, а именно простые и сложные проценты широко используются в экономике и находят практическое применение.

Объект исследования: Задачи с экономическим содержанием.

Предмет исследования: Задачи на вклады.

Цель: Научиться решать задачи экономического содержания, задачи на вклады.

Задачи исследования:

1.Изучить и проанализировать необходимую информацию по теме;
2.Исследовать способы решения задач практического содержания на вклады;
3.Систематизировать задачи по типам.

Структура: Работа состоит из двух глав. Первая глава – банковский вклад, виды вкладов. Простые и сложные проценты. Что необходимо знать и понимать при решении задач на проценты. Во второй главе рассмотрены и систематизированы задачи на вклады по типам.

Глава 1. Банковский вклад

Банковский вклад (или **банковский депозит**) - это денежная сумма, которую банк принимает от вкладчика, в целях хранения данных средств и начисления на них процентов (дохода от вклада).

1.1.Вклад. Виды вкладов

Вклады (увеличение суммы с процентами):

– Человек положил деньги на счет в банке.

– Банк начисляет проценты.

– Человек получает увеличенную сумму.

Наиболее распространенные **виды вкладов**:

Сохраняй - вклад для получения стабильного максимального дохода. Не пополняемый, без частичного снятия.

Пополняй - вклад для тех, кто предпочитает копить и регулярно откладывать свои средства, используя удобный и надежный интернет-банк Сбербанка. Не пополняемый, без частичного снятия.

Сберегательный счет-счет для свободного и уверенного распоряжения деньгами в ежедневном режиме. Пополняемый, с неограниченным снятием.

Сберегательные сертификаты - выпускаемые банками ценные бумаги, предназначенные для надежного хранения и приумножения денежных средств с более высокой доходностью, чем по вкладам Сбербанка.

Выигрышные вклады отличаются тем, что проценты по вкладам не начисляются к сумме вклада каждого вкладчика, а разыгрываются между всеми вкладчиками данного вида вклада. Обычно выигрыши по этим вкладам проводятся в пределах города или региона.

Целевые вклады на детей принимаются на имя ребенка в возрасте до 16 лет на десятилетний срок.

Валютная рента. Минимальная сумма вклада – 100 тыс. долл. Начисленные проценты ежемесячно причисляются к остатку вклада. Срок хранения не ограничен. Гарантированы конфиденциальность и анонимное обслуживание.

1.2.Что необходимо знать и понимать при решении задач на проценты

1% - это одна сотая часть чего-либо;

За 100% принимаем ту величину, с которой сравниваем;

Число а больше числа b на ((a –b) /b) *100%

Формулы для подсчета процентов:

Если величину S увеличить на р%, то получим S (1+ 0,01р) =Sk

Если величину S уменьшить на р%, то получим S (1- 0,01р)

Если величину S дважды увеличить на р%, то получим S $(1+ 0{,}01р)^2$

Если величину S дважды уменьшить на р%, то получим S $(1- 0{,}01р)^2$

1.3.Простые и сложные проценты

Процент и процентные расчёты составляют основу решения задач на банковские вклады

Проценты могут рассчитываться по-разному в зависимости от вида, характера и срока вклада. Проценты определяются в виде некоторой доли от величины вклада, и начисляются один раз за определенный период, называемый периодом начисления процентов. Периодом начисления процентов не обязательно является год, может быть и полгода, месяц, день.

В зависимости от способа начисления процентов выделяют два вида процентов: простые и сложные.

Если человек открыл вклад в банке в сумме S рублей под р % на определенный период времени, то по окончании срока его **сумма увеличится на р% или в (1 + 0,01р) раз** и будет равна **S*(1 + 0,01р)** рублей

Для решения задач удобно использовать формулы, выведение которых представлено ниже.

Задача 1. Некоторая сумма денег S (начальный вклад) помещается в банк. Какова будет сумма денег S_n через n лет, если годовая процентная ставка составляет р %?

Решение: S – начальный вклад, срок – n лет.

Процентная ставка – р%, увеличение в (1 + 0,01р) = k раз

Будущая сумма вклада S_n = ?

Возможны различные способы начисления.

Ответ зависит от того, какие проценты используются при расчетах- простые или сложные. В случае простого процента на начальный вклад ежегодно начисляется сумма равная $S \cdot 0{,}01p$

Сумма вклада через n лет составит:

$$S + S \cdot 0{,}01pn = S\,(1+ 0{,}01pn)\,, \qquad S_n = S\,(1+ 0{,}01pn)$$

Если же при расчетах используются сложные проценты, то будущая сумма вклада составит:

после первого года $S_1 = S\,(1+ 0{,}01p) = k\,S$

на второй год $S_2 = S\,(1+ 0{,}01p)^2 = k^2\,S$

через n лет $Sn = S\,(1+ 0{,}01p)^n = k^n\,S$

Это основная формула для вычисления сложных процентов.

При последовательном изменении величины S на p% в течении n периодов формула накопленной суммы S_n будет иметь вид:

$$\mathbf{S_n = S\,(1 + 0{,}01p_1)\,(1 + 0{,}01p_2) \cdot \ldots \cdot (1 + 0{,}01p_n)}$$

Вывод: Формула для вычисления сложных процентов связывает четыре переменные величины: начальный вклад S, накопленную сумму S_n процентную ставку p и срок n. Поэтому можно рассмотреть четыре типа задач, основанных на ее использовании.

Глава 2. Задачи на банковские вклады

В этой главе представлены решения задач, связанных с банковскими вкладами.

2.1. Нахождение накопленной суммы

Задача 2. В банк помещена сумма 100000руб. под 10% годовых на 4 года (проценты начисляются один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года) на счет фиксированную сумму 50000руб. Какая сумма будет на счете через 4 года?

Решение:1 способ. S=100000рублей, p=10%, увеличение в 1,1 раз. Дополнительный взнос 50000руб. в конце каждого года.

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте (в рублях)
1 год начало конец	 первоначальный взнос начисление 10% внесено 50000руб.	 100000 100000·1,1=110000 160000
2 год	начисление 10% внесено 50000руб.	160000·1,1=176000 226000
3 год	начисление 10% внесено 50000руб.	226000·1,1=248600 298600
4 год	начисление 10%	298600·1,1=328460

Ответ: 328460 руб. будет на счёте через 4 года.

2 способ. Вклад S = 100000 рублей, Срок – 4 года

Процентная ставка – 10%, увеличение в (1 + 0,01 • 10) = 1,1= k раз

Право докладывать три раза (в конце каждого года) на счет сумму

x = 50000 рублей

Конец 1 года: kS + x

Конец 2 года: (kS + x) k + x = k2S + kx + x

Конец 3 года: (k2S + kx + x) k + x = k3S + k2x + kx + x

Конец 4 года: k4S + k3x + k2x + kx = k4S + x (k3 + k2 + k) =

$= k^4S + xk\,(1 + k2 + k) = k4S + x\,\frac{k\,(1-k^3)}{1-k} = k4S + xk\,\frac{(1-k)(1+k+k^2)}{1-k} =$

= k4S + xk (1 + k2 + k) = 1,14 * 105 + 50000* 1,1 (1+ 1,1 + 1,	21) = 1,4641 * 105 + 5,5 * 104 * 3,31 = 104 * 32,846 = 328460 (рублей)

Ответ: 328460 рублей.

Задача решена в общем виде с использованием формулы суммы первых 3-х членов геометрической прогрессии.

Задача 3.Банк предлагает клиентам открыть два депозита сроком на 1 год обычный и с капитализацией. Депозит "Добро" под 12% годовых, проценты начисляются в конце срока вклада. Депозит "Счастье" под 11% годовых, проценты по вкладу капитализируются (причисляются к сумме вклада) каждые три месяца. Какой из этих депозитов выгоднее?

Решение: «Добро» S=взнос, p=12%, n=1 год

$S=S(1+0{,}01\cdot 12)=1{,}12S$

«Счастье» S=взнос, p=11%, n=4 года

$S_4=S(1+0{,}01\cdot 3)^4=1{,}03^4\,S = 1{,}1255S$

Ответ: депозит «Счастье» выгоднее.

Задача 4. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000$. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль 2003 году, имея капитал в размере 10000$,и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение: **«**Альфа**»** S=5000$, p=200%, n=5 лет

$S_5=5000(1+0{,}01\cdot 200)^5=5000\cdot 3^5=5000\cdot 243=1215000\$$

«Бета» S=10000$, p=400%, n=3 года

$S_3=10000(1+0{,}01\cdot 400^3)=10000\cdot 5^3=10000\cdot 125=1250000\$$

1250000-1215000= 35 000$

Ответ: Компания «Бета» имеет на 35000$ больше.

Задача 5. При условии ежегодного начисления дохода сумма вклада в банке за второй год хранения увеличилась на 2500 рублей, а за четвёртый год - на 3600 рублей. На сколько рублей увеличится вклад за 5 год?

Решение:

S - первоначальный вклад

k - увеличение суммы вклада ежегодно

Sk - сумма вклада за первый год.

Sk^2- сумма вклада за второй год.

Sk^3 сумма вклада за третий год.

Sk^4 - сумма вклада за четвёртый год.

Sk^5 -сумма вклада за пятый год.

За второй год сумма увеличилась на 2500руб.=> $Sk^2 - Sk = 2500$

За четвёртый год сумма увеличилась на 3600 руб. => $Sk^4 - Sk^3 = 3600$

Получаем систему уравнений:

$Sk^2 - Sk = 2500$

$Sk^4 - Sk^3 = 3600$

$Sk^5 - Sk^4 = k(Sk^4 - Sk^3) = \frac{6}{5} \cdot 3600 = 4320$руб.

Ответ: вклад за пятый год увеличился на 4320руб.

Задача 6.Саша и Маша положили на депозит одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Саша снял со своего счёта 5000руб, а ещё через год снова внёс 5000руб. Маша, наоборот, через год доложила на свой счёт 5000руб, а ещё через год после начисления процентов сняла со счёта 5000руб. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

Решение: S- первоначальный взнос, p=10%, т.е. увеличение в 1,1раз.

Саша

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте(в рублях)
1 год -начало -конец	 -первоначальный взнос -начисление 10% -выдано 5000руб.	 S 1,1S 1,1S-5000
 2 год	-начисление 10% -принято 5000руб.	(1,1S-5000) $\cdot$1,1 1,21S -5500 +5000
3 год	-начисление 10%	(1,21S- 500)1,1=$1{,}1^3$S-550

Выдано: $1{,}1^3$S - 550

Маша

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте(в рублях)
1 год -начало -конец	 -первоначальный взнос -начисление 10% -принято 5000руб.	 S 1,1S 1,1S+5000
2 год	-начисление 10% -выдано 5000руб.	(1,1S+5000)$\cdot$1,1=$1{,}1^2$S+5500 $1{,}1^2$S+500
3 год	-начисление 10%	($1{,}1^2$S+500)$\cdot$1,1=$1{,}1^3$S+550

Выдано: $1{,}1^3$S+550, ($1{,}1^3$S+550)-($1{,}1^3$S-550)=1100руб.

Ответ: Маша получит больше на 1100руб.

Задача 7. В банк помещена сумма 3900 тыс. руб. под 50% годовых. Конце каждого из первых четырёх лет хранения после начисления процентов вкладчик дополнительно вносил насчет одну и ту же фиксированную сумму. К концу 5 года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к вкладу?

Решение: S=3900тыс. руб., p=50%, т.е. увеличение в 1,5 раз. X тыс. руб.- дополнительный взнос в течение 4 лет.

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте(в тыс. руб.)
1 год -начало -конец	 -Первоначальный знос -начисление 50% -взнос X тыс. руб.	 3900 $3900\cdot1{,}5$ $3900\cdot1{,}5+x$
2 год	-начисление 50% -взнос X тыс. руб.	$3900\cdot1{,}5^2+1{,}5x$ $3900\cdot1{,}5^2+2{,}5x$
3 год	-начисление 50% -взнос X тыс. руб.	$3900\cdot1{,}5^3+3{,}75x$ $3900\cdot1{,}5^3+4{,}75x$
4 год	-начисление 50% -взнос X тыс. руб.	$3900\cdot1{,}5^4+7{,}125x$ $3900\cdot1{,}5^4+8{,}125x$
5 год	-начисление 50%	$3900\cdot1{,}5^5+12{,}1875x$

С другой стороны за 5 лет вклад увеличился на 725%, т.е. увеличился в 8,25 раз=>$3900\cdot8{,}25=32175$тыс. руб.-на счете через 5 лет.

Получаем уравнение: $3900\cdot1{,}5^5+12{,}1875x=32175$

$3900\cdot7{,}59375+12{,}1875x=32175$

$759{,}375+0{,}3125x=825$, $0{,}3125x=825-759{,}375$, $x=210$

Ответ: дополнительный взнос 210тыс. руб.

Задача 8. Автолюбитель, желая за 4 года накопить средства на покупку кабриолета, разместил в паевом инвестиционном фонде вклад в размере 40 тыс. рублей под 25% годовых. В конце каждого из первых трёх лет будущий владелец авто после начисления ему фондом процентов наметил дополнительно вносить на счет одну и ту же фиксированную сумму, такую, чтобы окончательный размер вклада по сравнению с первоначальным был на

620,703125% больше. Какую сумму(в тыс. руб.) необходимо ежегодно добавлять к вкладу?

Решение:

S =40тыс. руб.

P =25%, т.е. увеличение в $1+0{,}01\cdot 25=1{,}25$ раз.

X тыс. руб.- дополнительный взнос в течение 3 лет.

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте(в тыс. руб.)
1 год -начало -конец	 Первоначальный взнос начисление 25% взнос X тыс. руб.	 40 $40\cdot 1{,}25$ $40\cdot 1{,}25+x$
2 год	начисление 25% взнос X тыс. руб.	$40\cdot 1{,}25^2+1{,}25x$ $40\cdot 1{,}25^2+2{,}25x$
3 год	начисление 25% взнос X тыс. руб.	$40\cdot 1{,}25^3+2{,}8125x$ $40\cdot 1{,}25^3+3{,}8125x$
4 год	начисление 25%	$40\cdot 1{,}25^4+4{,}765625$

С другой стороны за 4 года вклад увеличился на 620,703125%, т.е. увеличился в $1+0{,}01\cdot 620{,}703125=7{,}20703125$ раз

$=>40\cdot\ 703125=288{,}28125$тыс. руб.- на счете через 4 года:

Получаем уравнение:

$40\cdot 1{,}25^4+4{,}765625x=288{,}28125$

$97{,}65625+4{,}765625x=288{,}28125$

$4{,}765625x=288{,}28125-97{,}65625$

$4{,}765625x=190{,}625$

$x=190{,}625:\ 4{,}765625$

$x=40$

Ответ: необходимо добавлять 40тыс. руб.

Задача 9.В январе 2016 года ставка по депозитам в банке составляла x% годовых, тогда как в январе 2017 года y% годовых, причем известно, что y+x =30%. В январе 2016 года вкладчик открыл счет в банке, положив на него некоторую сумму. В январе 2017 года вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы. Указать значение x, при котором сумма на счете вкладчика в январе 2018 года станет максимально возможной.

Решение:1 способ. S- первоначальный взнос

2016 год: p= x%, т.е. увеличение в (1+0,01x) раз

2017 год: p=y%, увеличение в 1+0,01y=1+0,01(30-x)=(1,3-0,01x) раз, т.к. известно, что x+y=30%=>y=30-x

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте
-Январь 2016 года -Конец 2016 года	-взнос -начисление x%	S S(1+0,01x)
-Январь 2017 года	-снято 0,2 S	S(1+0.01x) – 0,2S = 0,8S+0,01xS = S(0,8+0,01x)
-Январь 2018 года	-начисление y%	S(0,8+0,01x)(1,3-0,01x)

Найдём значение x, при котором значение S(0,8+0,01x)(1,3-0,01x) будет максимальным.

Рассмотрим функцию: f(x)= S(0,8+0,01x)(1,3-0,01x)

f(x)= $\frac{S}{10000}$ (80+x)(130-x)

f(x)= $\frac{S}{10000}$ ($-x^2$+50x+10400)- квадратичная функция, график-парабола, ветви направлены вниз.

Наибольшее значение функция принимает в точке x_0=-50\(-2)=25(%)

Ответ: максимальная сумма на счету в январе 2018 года при x=25%.

Решение: 2 способ. Вклад S млн. рублей

2000 г. Ставка по депозитам x % годовых, увеличение в (1 + 0,01x) = k раз

2001 г. Ставка по депозитам y%, **увеличение в** 1+0,01y=>1+0,01(30-x)= **(1,3-0,01x) раз**

	2000 год	2001 год
начало	S	$kS - \frac{1}{5} \bullet S = S(k - \frac{1}{5})$
конец	kS	$S(k - \frac{1}{5}) (1{,}3 - 0{,}01x)$

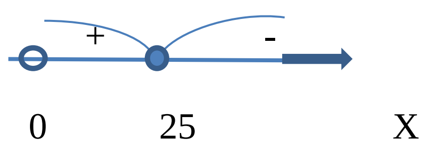
$S_n (x) = S (1+ 0{,}01x - \frac{1}{5}) (1{,}3 - 0{,}01x) = S (1{,}04+ 0{,}013x - 0{,}008x - 0{,}0001x^2) =$

$S (- 0{,}0001x^2 + 0{,}005x + 1{,}04)$. Исследуем функцию с помощью производной.

$S_n' (x) = S (- 0{,}0002x + 0{,}005)$

$S_n' (x) = 0$, $S \neq 0 \Rightarrow x= 25$

S_n'



X = 25 – точка максимума

Сумма на счету вкладчика будет наибольшей при x = 25%

Ответ: 25%

Задача решена с помощью производной.

2.2.Нахождение процентной ставки

Задача 10. Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была сняты со счета. Но банк увеличил процент годовых на 40%. Концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новый годовых?

Решение: S- первоначальный взнос

1 год: p=x%, увеличение в 1+0,01x раз

2 год: p=(x+40)%, увеличение в 1+0,01(x+40)=1+0,01x+0,4=1,4+0,01x раз

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счете
1 год-начало -конец	-первоначальный взнос -начисление x% -снято $\frac{1}{4}$ суммы	 S S(1+0,01x) $\frac{3}{4}$ S(1+0,01x)
2 год	-начисление (x+40)%	$\frac{3}{4}$ S(1+0,01x)(1,4+0,01x)

С другой стороны сумма увеличилась в 1,44 раза, т.е. она стала 1,44S

Получаем уравнение:

$\frac{3}{4}S(1+0,01x)(1,4+0,01x)=1,44S$

$(1+0,01x)(1,4+0,01x)=1,92$

$(100+x)(140+x)=19200$

$14000+140x+100x+x^2-19200=0$

$x^2+240x-5200=0$

$x_1=-260$- не удовлетворяет условию задачи($x<0$)

$x_2=20$, 20+40=60%

Ответ: новый процент годовых- 60%

Задача решена алгебраическим методом по формулам сложного процента с введением коэффициента увеличения.

2.3.Нахождение первоначальных вложений

Задача 11. По бизнес плану предполагается вложить в четырёхлетний проект целое число миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост средств вкладчика на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начисления процентов нужны дополнительные вложения: по 20 млн. руб. в первый и второй годы, а также по 10 млн. руб. в третий и четвёртый годы. Найти наименьший размер первоначальных вложений, при котором они за два года станут больше 150 млн. руб., а за четыре года станут больше 250 млн. руб.

Решение: Sмлн. руб.- первоначальный взнос , S-целое числор= 20%, увеличение в 1,2раза1 и 2 год- вложения по 20млн. руб.3 и 4 год- вложения по 10млн. руб.

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счете(в млн. руб.)
1 год -начало -конец	 -первоначальный знос -начисление 20% -взнос 20млн. руб.	 S 1,2S 1,2S+20
2 год	-начисление 20% -взнос 20млн. руб.	$1,2^2S+24$ $1,2^2S+44$
3 год	-начисление 20% -взнос 10млн. руб.	$1,2^3S+52,8$ $1,2^3S+62,8$
4 год	-начисление 20% -взнос 10млн. руб.	$1,2^4S+75,36$ $1,2^4S+85,36$

За два года вложения станут больше 150млн. руб., а за четыре года больше 250млн. руб.

$$\begin{cases} 1,44S + 44 > 150; \\ 1,2^4S + 12 * 6,28 + 10 > 250; \end{cases} \quad \begin{cases} 1,44S > 106; \\ 1,2^3S + 10 * 6,28 > 200; \end{cases} \quad \begin{cases} S > 73,61\ldots \\ S > \frac{200-62,8}{1,2^3} = 79,39\ldots \end{cases}$$

S – целое число => S = 80

Ответ: наименьший размер первоначальных вложений равен 80.

Задача 12. Вклад планируется открыть на 4 года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн. руб. Найти наибольший размер первоначального вклада, при котором через 4 года вклад будет меньше 25млн.руб.

Решение:1 способ.

Sмлн. руб.-первоначальный взнос. S-целое число

р- 10%, увеличение в $1+0{,}01\cdot 10=1{,}1$раза

Начало 3 и 4 годов- дополнительный взнос 3 млн. руб.

Дата операции	Наименование операции	Сумма на счёте(в млн. руб.)
1 год -начало -конец	 -первоначальный взнос -начисление 10%	 S 1,1S
2 год	-начисление 10%	$1{,}1^2S$
3 год -начало -конец	 -взнос 3 млн. руб. -начисление 10%	 $1{,}1^2S+3$ $1{,}1^3S+3{,}3$
4 год	-взнос 3 млн. руб. -начисление 10%	$1{,}1^3S+6{,}3$ $1{,}1^4S+6{,}93$

С другой стороны вклад должен быть меньше 25млн. руб., т.е. $1{,}1^4S+6{,}93<25$.

$1{,}1^4S+6{,}93<25$; $1{,}1^4S<25-6{,}93$; $1{,}4641S<18{,}07$; $S<18{,}07:1{,}4641$,

$S<12{,}3\ldots$

S=12, т.к. S-целое число.

Ответ:12млн.рублей

Решение:2 способ. Вклад S млн.рублей . Срок – 4 года

Процентная ставка – 10%, увеличение в (1 + 0,01 * 10)= 1,1= k раз

Пополнение вклада в начале 3-го и 4-го годов - 3 млн.рублей

	1 год	2 год	3 год	4 год
Начало	S	kS	$k^2S + 3$	$k^3S + 3k + 3$
Конец	kS	k^2S	$(k^2S + 3) * k = k^3S + 3k$	$(k^3S + 3k + 3)k = k^4S + 3k^2 + 3k$

Через 4 года вклад будет меньше 25 млн. рублей

$k^4S + 3k^2 + 3k < 25$

$1,1^4S + 3 * 1,1^2 + 3 * 1,1 < 25$

$1,4641S + 3,63 + 3,3 < 25$

$S < \frac{25-6,93}{1,4641}$, S< 12,34… , S- целое число

Ответ: 12 млн. рублей - наибольший размер первоначального вклада

2.4. Определение срока хранения

Задача 13. За время хранения вклада в банке проценты по нему начисляются ежегодно сначала в размере 5%, затем 12%, потом $11\frac{1}{9}$% и, наконец, 12,5% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма вклада увеличилась на $104\frac{1}{6}$ %. Определить срок хранения вклада.

Решение:

	Срок хранения вклада(мес.)	Увеличение вклада(разы)
5%	m	$(1+0{,}01\cdot5)^m = 1{,}05^m$
12%	n	$(1+0{,}01\cdot12)^n = 1{,}12^n$
11%	k	$(1+0{,}01\cdot11\frac{1}{9})^k = (\frac{10}{9})^k$
12,5%	t	$(1+0{,}01\cdot12{,}5)^t = 1{,}125^t$

S –первоначальный вклад

Пусть первая ставка продержалась m месяцев, вторая- n месяцев, третья- k, четвертая -t месяцев.

По формуле сложных процентов:

$$S * 1{,}05^m * 1{,}12^n * (\frac{10}{9})^k * (\frac{9}{8})^t = S * (\frac{3*7}{2*2*5})^m (\frac{2*2*7}{5*5})^n (\frac{2*5}{3*3})^k (\frac{3*3}{2*2*2})^t =$$

$$= S * 2^{2n+k-2m-3t} * 3^{m+2t-2k} * 5^{k-m-2n} * 7^{m+n}$$

Первоначальная сумма вклада увеличилась на $104\frac{1}{6}\ \% = \frac{625}{6}\ \%$,

увеличение в $(1+0{,}01*\frac{625}{6}) = \frac{1225}{600} = \frac{49}{24} = \frac{7^2}{3*2^3} = 2^{-3} * 3^{-1} * 7^2$ раз

Составляем уравнение:

$$S * 2^{2n+k-2m-3t} * 3^{m+2t-2k} * 5^{k-m-2n} * 7^{m+n} = S * 2^{-3} * 3^{-1} * 7^2$$

Применяя свойства степеней, составляем систему:

$$\begin{cases} n + k - 2m - 3t = -3 \\ m + 2t - 2k = -1 \\ k - m - 2n = 0 \\ m + n = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n + k - 2m - 3t = -3 \\ m + 2t - 2k = -1 \\ k - n = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2n - 3k + t = -5 \\ 2k - 2n = 4 \end{cases}$$

$-k + t = -1$

$$\begin{cases} t = k-1 \\ n = k-2 \\ m = 2-k+2 = 4 - k \end{cases}$$

$2k - 4 + k - 8 + 2k - 3k + 3 = -3$

$k=3$, $t = 2$, $m= 1$, $n= 1$

Срок хранения вклада 3+2+1+1 = 7 месяцев

Ответ: 7 месяцев

Вывод: При решении задач использованы арифметический метод (по формулам сложных процентов), алгебраический (решение ограничивается уравнениями, неравенствами, системами уравнений и неравенств) и функционально- графический.

Решение математических задач практического содержания позволяет убедиться в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, увидеть широту возможных приложений математики, понять её роль в современной жизни.

Заключение

Среди социальных наук экономика в большей степени использует математику. Решение задач, возникающих при проведении финансовых операций называют финансовой математикой. В основе лежит древняя, известная уже несколько тысячелетий идея: давать деньги в «рост» или под процент. Различные способы исчисления этого процента и определяют всё многообразие финансовой деятельности.

Разобраться в математике банковских вкладов и научиться решать задачи – цель исследования. В ходе проведённой работы , достигли следующих результатов:

1. Задачи на банковские вклады – это задачи реальной математики. Научившись решать задачи, возникла объективная возможность быть компетентным в вопросах финансовых операций.
2. Знания приёмов и подходов к решению задач с экономическим содержанием позволят успешно решать задачи ЕГЭ, конкурсные и олимпиадные задачи.

Практическая значимость

В дальнейшем планируется использование созданного материала на уроках математики в старших классах и расширение спектра экономических задач.

Список использованных источников и литературы

1. Банковская система российской империи: [Электронный ресурс]//Википедия.
2. Гущин Д.Д. Встречи с финансовой математикой. Пособие для учащихся 8-11 классов, издание 2,дополненное Санкт-Петербург. 2016
3. Лаппо Л.Д. ЕГЭ 2017. Математика. Экзаменационные тесты. Профильный уровень. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ. – М. : Издательсво «Экзамен», 2017г.
4. Семёнов А.В., Ященко И.В. Математика. Как получить максимальный балл на ЕГЭ. Москва. «Интеллект-Центр»,2016
5. Ященко И.В., Шестаков С.А. Математика. Курс самоподготовки. Москва «Просвещение» 2018.
6. www.alexlarin.net
7. www.ege2016.su
8. www.reshuege.ru