

Департамент образования администрации г. Перми

МБОУ «Лицей №1» г. Перми

Математическое моделирование

**Математическое моделирование полета самолетов с
различными типами фюзеляжа**

Выполнили:

Толстой Кирилл Васильевич,

Рыбаков Дмитрий Николаевич,

201 класс

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., доц. каф. ММСП ПНИПУ

Волегов Павел Сергеевич

Пермь, 2018

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Концептуальная постановка задачи.....	10
Глава 2. Математическая постановка задачи.....	13
Глава 3. Результаты моделирования	18
Заключение	27
Abstract.....	28
Список литературы	29

Введение

Человек всегда мечтал научиться летать, подражая птицам. Древнегреческий миф рассказывает нам о Дедале и его сыне Икаре, которые поднялись в небо с помощью крыльев, сделанных из перьев, ниток и воска. В разное время люди пытались создать аппараты, которые были способны подниматься в воздух на аппаратах легче воздуха. Так, в древние и средние века в Китае для полётов использовали воздушных змеев. Полёт на воздушном змее был довольно рискованным. В начале XVIII века были попытки осуществить полёт на воздушном шаре, сделанном из материи и наполненном горячим дымом. Изобретателями этого объекта считаются братья Монгольфье из Франции. Воздушные шары имели существенный недостаток – их полёт зависел от направления ветра. Лишь в 1884 году французы Шарль Ренар и Артур Кребс смогли построить дирижабль, способный свободно перемещаться в любом направлении. Их дирижабль имел удлиненную форму и был оснащён электрическим двигателем, работавшим на аккумуляторах. В 50-е годы XIX века были построены планёры – летательные аппараты тяжелее воздуха, полёт которых поддерживался аэродинамической подъёмной силой, создаваемой на крыле набегающим потоком воздуха [1]. В 1882 г. русский офицер Александр Федорович Можайский спроектировал и испытал моноплан, оснащённый двумя паровыми машинами [2]. Однако, несмотря на то, что аппарату удалось оторваться от земли, вскоре он потерял скорость и рухнул на крыло. Многочисленные попытки других изобретателей поднять в воздух самолёты с двигателями не увенчались успехом. В первую очередь это было связано с тем, что паровые двигатели оказались слишком тяжёлыми для самолётов. В конце XIX века в автомобилях уже применялся двигатель внутреннего сгорания, усовершенствовав его, удалось создать лёгкий и в то же время достаточно мощный авиационный двигатель. Первыми такой двигатель, работавший на керосине, установили на свой летательный аппарат «Флайер-1» братья Уилбург и Орвил Райт. И хотя каркас был сделан из ели, пропеллеры

также были деревянными, а двигатель имел мощность всего 9 кВт, полёт, который состоялся 17 декабря 1903 г., оказался успешным и был признан первым в мире полётом самолёта с человеком на борту [3].

Самолёт – это воздушное судно, предназначенное для полётов в атмосфере с помощью силовой установки, создающей тягу, и неподвижного, относительно других частей аппарата крыла, создающего подъёмную силу. Современное авиастроение настолько шагнуло вперед, что появились первые сверхзвуковые самолёты – советский Ту-144 и англо-французский Concorde. Все новые самолеты имеют классическую аэродинамическую форму, схожее хвостовое оперение, оснащены двумя или четырьмя турбореактивными двигателями. Инженеры постоянно совершенствуют двигатели, чтобы снизить расход топлива и уровень шума. За счёт применения новых композитных материалов в современных самолетах, например, новейший Airbus A350 на 53% состоит из углеродно-композитного волокна, значительно облегчена конструкция [4]. Можно утверждать, что авиалайнеры спроектированы так, чтобы была обеспечена высочайшая безопасность полёта.

Классификация самолётов может быть дана по различным признакам – по назначению, по конструктивным признакам, по числу и типу двигателей, по компоновочной схеме, по скорости полёта, по роду посадочных органов, по типу взлёта и посадки, по стадии разработки и освоения модели, по способу управления и по взлётной массе [5]. В настоящей работе будут рассмотрены два типа самолетов: *однофюзеляжные* (рис.1) и *двухфюзеляжные* (рис.2).

Однофюзеляжные самолеты – это воздушные судна, имеющие один корпус, который связывает между собой крылья, оперение и шасси. Фюзеляж самолёта предназначен для размещения экипажа, оборудования и целевой нагрузки. В фюзеляже может размещаться топливо, шасси, двигатели. Такие самолеты делятся на два типа: *узкофюзеляжные* и *широкофюзеляжные*. *Узкофюзеляжный самолёт* – это пассажирский самолёт с диаметром фюзеляжа до 4 метров. В сравнении с широкофюзеляжными самолётами узкофюзеляжные берут на борт гораздо меньшее количество пассажиров и

имеют, как правило, меньшую дальность полёта. Максимальная пассажировместимость таких самолетов составляет 289 человек (Boeing 757-300). *Широкофюзеляжным самолётом* называется пассажирский самолёт с двумя проходами между пассажирскими креслами. Диаметр фюзеляжа широкофюзеляжного самолёта достигает 5-6 метров, что позволяет разместить в ряду 6-10 кресел. Широкофюзеляжный самолёт может взять на борт до 853 человек (Airbus A380). При этом длина фюзеляжа у крупнейших машин (например, Boeing 747) превышает 70 метров.



Рис.1. Однофюзеляжный самолет Boeing 737-800 [14]



Рис.2. Двухфюзеляжный самолет [15]

Двухфюзеляжные самолеты – это воздушные судна, имеющие два корпуса, которые скреплены друг с другом с помощью крыла и связывают между собой крылья, оперение и шасси. Еще в начале XX века появились так

называемые *двухбалочные* самолеты, которые более мягко садились и имели крепкое хвостовое оперение [6]. Ученые всегда пытались модернизировать привычные однофюзеляжные самолеты для изобретения более совершенных моделей. О разработке двухфюзеляжных самолетов начали говорить недавно, в первую очередь применение им нашли в области ракетостроения и космоса, для запуска космических ракет-носителей методом "воздушного старта", который будет осуществляться с высоты примерно 10500 м [7]. Однако остается открытым вопрос, могут ли двухфюзеляжные самолеты оказаться более эффективными для пассажирских перевозок или их область применения ограничена грузовыми; ответу на этот вопрос и посвящена настоящая работа.

Познакомимся с понятиями математической модели и процесса моделирования и дадим им определения. Математическая модель – это упрощенное описание реальных объектов с помощью математических понятий [8]. Математическим моделированием называется процесс построения и изучения математических моделей реальных процессов и явлений. Все естественные и общественные науки, использующие математический аппарат, по сути занимаются математическим моделированием: заменяют реальный объект его идеализированным аналогом(моделью) и затем изучают последнюю. Как и в случае любого моделирования, математическая модель не описывает полностью изучаемое явление, поэтому важными остаются вопросы о применимости полученных таким образом результатов или, иначе говоря, об адекватности построенной модели [9].

Долгие годы вплоть до появления первых реактивных самолетов инженеры проводили натурные эксперименты. Они нужны, чтобы спрогнозировать экстренные ситуации и непредвиденные ситуации, которые могут возникнуть в процессе полета – например, спрогнозировать поведение самолета при прохождении им воздушных ям и зоны турбулентности. *Воздушная яма* представляет собой мощный нисходящий поток воздуха, который возникает из-за неравномерного распределения температуры или давления в атмосфере.

Турбулентность (турбулентное течение) заключается в том, что при увеличении скорости течения жидкости или газа в среде самопроизвольно образуются многочисленные нелинейные фрактальные (самоподобные) волны (рис. 3). Из-за этого воздушные массы становятся неоднородными по своему составу и плотности, и когда самолет проходит через них с очень большой скоростью, в салоне создаются вибрации и колебания, которые вызывают неприятные ощущения, при этом пассажиры испытывают дискомфорт и неудобства. В настоящее время проектирование происходит на компьютере при помощи специального программного обеспечения, где можно записать уравнения сил и моментов сил, действующих на самолет, а затем получить его трехмерную «копию». Написать уравнения может только человек, решает их – ЭВМ, затем человек анализирует результаты. Этот способ также позволяет оценить устойчивость конструкции объекта, и при этом является самым безопасным. Задача построения модели служит целью прогноза для экстренных ситуаций и непредвиденных ситуаций. В этом и заключается актуальность настоящей работы.



Рис.3. Турбулентное течение [13]

Сформулируем **цель** работы: необходимо построить, реализовать и исследовать математическую модель математическую модель полета однофюзеляжного и двухфюзеляжного самолетов для оценки устойчивости

каждого из рассматриваемых типов самолета, в том числе в условиях турбулентности.

Для достижения цели необходимо решить следующие задачи:

1. рассмотреть задачу в трехмерной постановке, получить уравнения движения для каждого самолета;
2. определить значения параметров моделей, соответствующих реальным моделям самолетов;
3. численно решить полученные уравнения;
4. исследовать полученные решения на устойчивость в условиях турбулентности.

Объектом исследования являются два представителя разных типов самолетов: Антонов–225 «Мрия» (рис. 4) и Stratolaunch Model 351 (рис. 5) [7]; сравнительная характеристика параметров этих самолетов приведена в таблице 1, а на рис.6 показаны размеры нескольких моделей самолетов, в том числе – рассматриваемые в работе.



Рис.4 Stratolaunch Model 351 [7]



Рис.5 Антонов–225 «Мрия» [9]

Таблица 1. Сравнительная характеристика технических параметров исследуемых самолетов

Параметр измерения, единицы измерения	АН–225 «Мрия» [9]	Stratolaunch Model 351 [11]
Длина, м	84	73
Размах крыла, м	88,4	117
Высота фюзеляжа, м	18,2	15
Масса двигателя, кг	4100	5851
Крейсерская скорость, км/ч	850	900
Дальность полета, км	до 4000	до 3700

Максимальная взлетная масса, тонны	640	590
Тип двигателя	Д-18Т	Pratt&Whitney PW4000
Взлётная тяга, кН	230	от 230 до 441

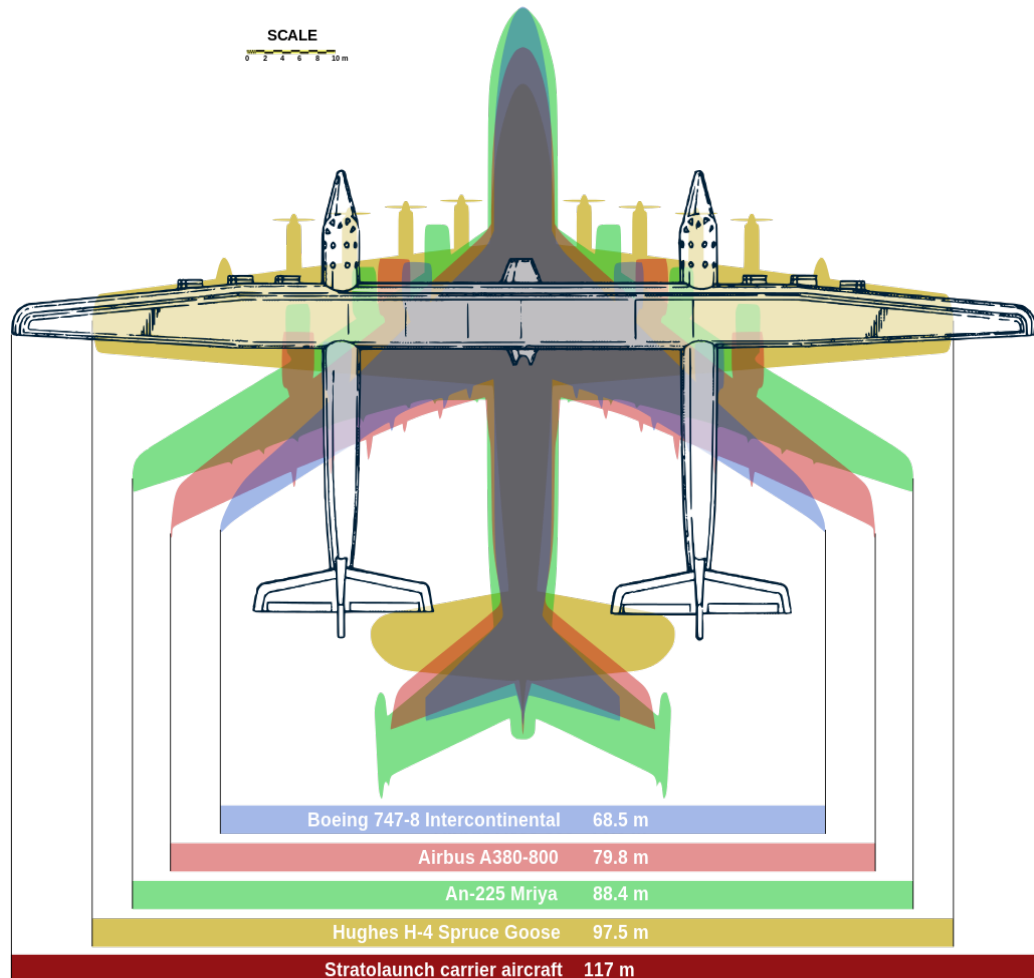


Рис.6. Сопоставление моделей рассматриваемых самолетов [11]

Глава 1. Концептуальная постановка задачи

Для того, чтобы решить поставленную задачу, необходимо выдвинуть ряд гипотез. Для обоих самолетов справедливы следующие гипотезы:

- 1) самолет – абсолютно твердое тело, деформация корпуса и колебания крыльев в процессе полета не учитываются;
- 2) так как скорость самолёта много меньше скорости света, то его движение описывается законами классической механики Ньютона;
- 3) система отсчета, относительно которой рассматривается движение – инерциальная и связана с поверхностью Земли;
- 4) массу самолета считаем постоянной, т.к. масса топлива не превышает 5% от взлетной массы;
- 5) оледенением крыла вследствие низких температур можно пренебречь;
- 6) т.к. высота полета самолета много меньше радиуса Земли, то мы можем считать ускорение свободного падения постоянным и направленным вертикально вниз;
- 7) угол атаки лежит в безопасном диапазоне $\{0;10\}$ градусов;
- 8) т.к. самолет – абсолютно твердое тело, его положение в пространстве можно описать шестью координатами:
 - a. тремя координатами вдоль осей Ox , Oy , Oz ;
 - b. углом рыскания;
 - c. углом тангажа;
 - d. углом крена.
- 9) во время полёта на самолет действуют 4 вида сил:
 - a. силы тяги двигателей;
 - b. силы лобового сопротивления воздуха;
 - c. сила тяжести;
 - d. подъёмные силы крыльев.

Несмотря на то, что перечень сил, действующих на самолет во время полета, не зависит от типа фюзеляжа, точки приложения некоторых сил будут отличаться в зависимости от рассматриваемого типа самолета (табл. 2).

Таблица 2. Различия сил сопротивления

Сила	АН-225 «Мрия»	Stratolaunch Model 351
Сила лобового сопротивления	Приложена к эллипсоиду фюзеляжа	Две силы, обе приложены к эллипсоидам фюзеляжей

Отдельным вопросом моделирования является вопрос о выводе выражения для подъемной силы. Со времен Н.Е. Жуковского не существует точного выражения для силы, действующей на крыло со стороны набегающего потока воздуха. В первом приближении будем использовать гипотезу о том, что в процессе полета возникает вихревое движение воздуха вокруг профиля крыла. Вследствие такого относительного движения скорость потока над и под крылом различна, а значит возникает перепад давления, приводящий к возникновению подъемной силы. Ниже приведем приближенный вывод подъемной силы.



Рис.6. Различные углы атаки (X – лобовое сопротивление, Y – подъемная сила)

Из рис.6 видно, что при слишком больших углах атаки непосредственно за крылом начинают образовываться вихри, которые негативно влияют на

аэродинамику самолета. Максимальный угол, при котором завихрений еще нет, называется также критическим.

Скорость ветра под и над крылом можно определить, используя закон сложения скоростей:

$$V_{над} = V \cos \alpha + U,$$

$$V_{под} = V \cos \alpha - U,$$

где $V_{над}$ – модуль скорости воздуха над крылом, $V_{под}$ – модуль скорости воздуха под крылом, U – модуль скорости циркулирующего потока, α – угол атаки крыла .

Тогда, используя уравнение Бернулли, можно получить следующую формулу для подъемной силы [16]:

$$F_{под} = \Delta \rho S = \rho S C_y (V_x + V_{вет})^2,$$

где S – площадь поверхности крыла, C_y – безразмерный коэффициент, V_x – проекция скорости на Ox , ρ – плотность среды , $V_{вет}$ – скорость ветра.

Для силы лобового сопротивления применим следующее выражение [12]:

$$F_{сопр} = \frac{1}{2} S_{сеч} \rho C (V_x + V_{вет})^2,$$

где ρ – плотность среды, $S_{сеч}$ – площадь сечения тела, перпендикулярного направлению потока, C – коэффициент вязкости среды, V_x – проекция скорости на Ox , $V_{вет}$ – скорость ветра.

Скорость ветра, плотность среды – это функции времени, позволяющие имитировать попадание самолета в зоны турбулентности.

Глава 2. Математическая постановка задачи

Для описания движения однофюзеляжного самолета Ан-225 «Мрия» запишем второй закон Ньютона (рис. 7):

$$(M + 6m)\vec{a} = 6m\vec{g} + M\vec{g} + \vec{F}_{под1} + \vec{F}_{под2} + \vec{F}_{t1} + \vec{F}_{t2} + \vec{F}_{t3} + \vec{F}_{t4} + \vec{F}_{t5} + \vec{F}_{t6} + \vec{F}_{сопр1} + \vec{F}_{сопр2} + \vec{F}_{сопр3}, \quad (1)$$

где $F_{под(1,2)}$ – подъемные силы, $F_{t(1,2,3,4,5,6)}$ – силы тяги, $F_{сопр(1,2,3)}$ – силы лобового сопротивления, M – масса фюзеляжа и крыльев, m – масса двигателя.

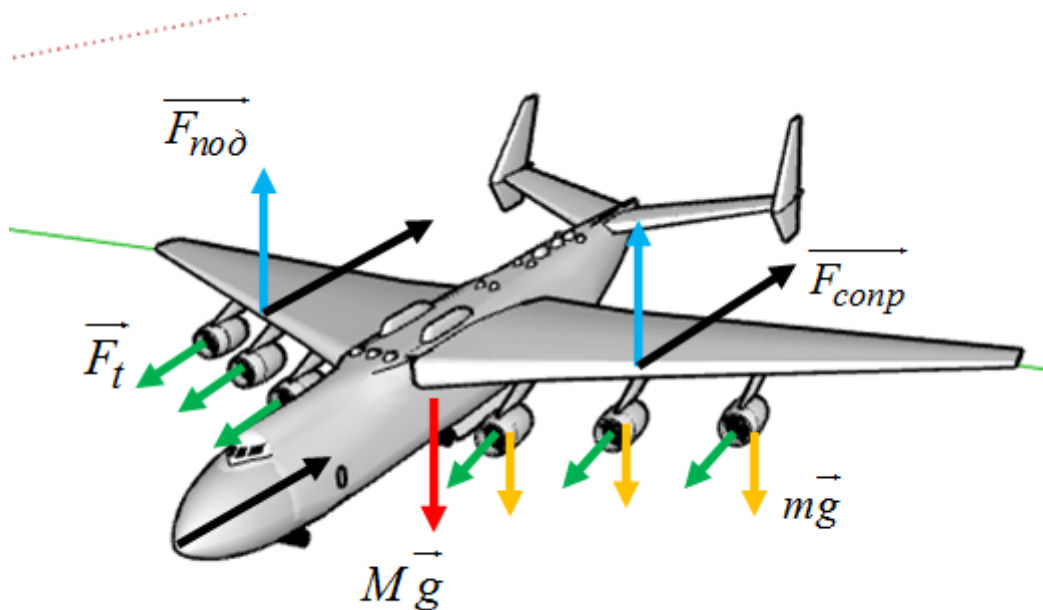


Рис.7. Силы, действующие на однофюзеляжный самолет

Сила сопротивления, действующая на крыло, не приложена к какой-либо конкретной точке, а распределена по всем частям корпуса, которые непосредственно взаимодействуют со встречным потоком воздуха. Однако в теории сопротивления материалов показано, что силу, равномерно распределенную вдоль прямой, можно заменить на результирующую силу, приложенную к середине отрезка. Тогда распределенную силу сопротивления заменим на точечную, приложенную к центру крыла (рис. 8).

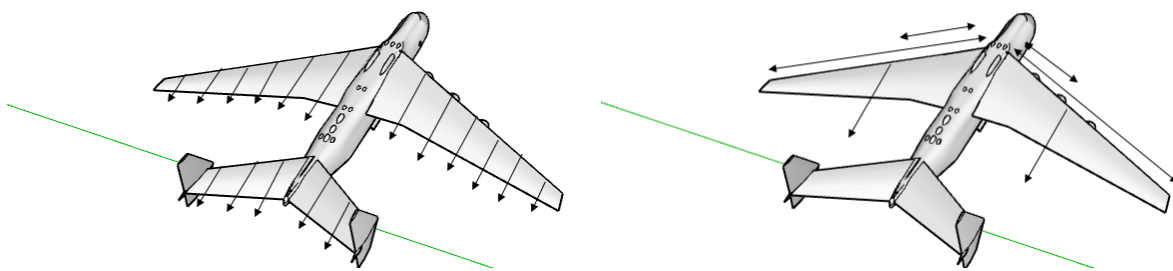


Рис.8. Силы сопротивления воздуха

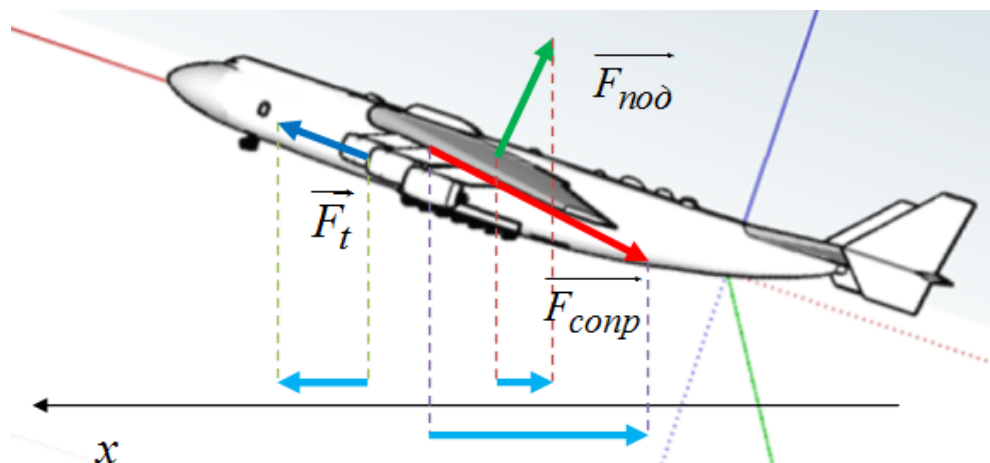


Рис.9. Пример проецирования сил на одну из осей.

Одной из задач моделирования является нахождение проекций сил, действующих на самолет во время полета (набора высоты), на оси координат (рис. 9). Для этого необходимо знать углы поворота самолета относительно этих осей (рис. 10).

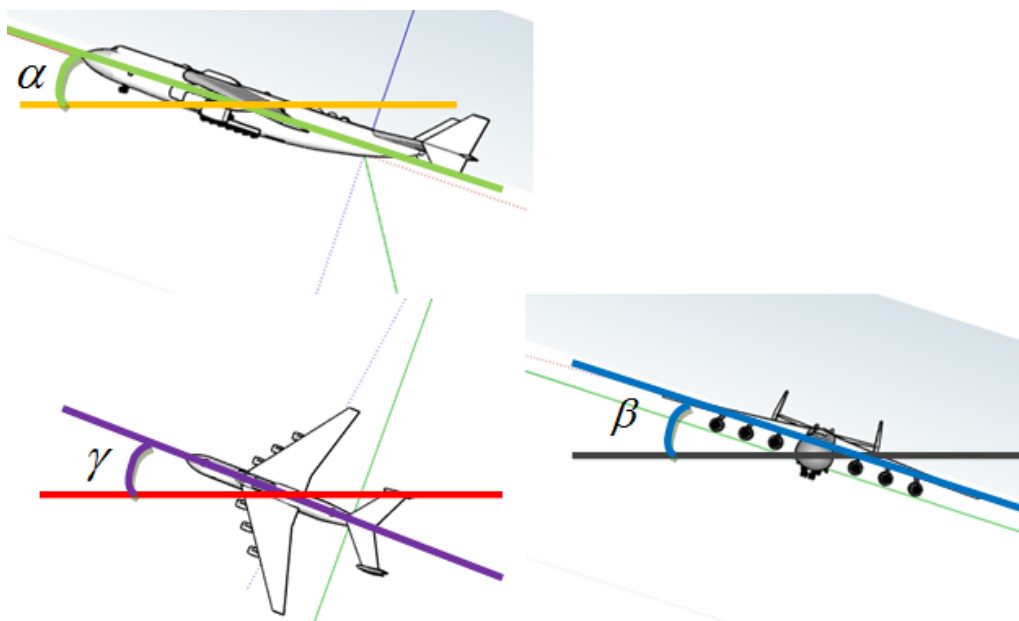


Рис.10. Углы отклонения самолета

Запишем второй закон Ньютона (1) в дифференциальном виде в проекциях на оси координат:

$$x''(t)(M + 6m) = (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \cos \alpha(t) \cos \beta(t) - \\ - (F_{nod1} + F_{nod2}) \cos \beta(t) \cos \gamma(t) \sin \alpha(t) - \\ - F_{comp} \cos \alpha(t) \cos \beta(t),$$

$$y''(t)(M + 6m) = (F_{nod1} + F_{nod2}) \cos \alpha(t) \cos \gamma(t) + \\ + (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \sin \alpha(t) \sin \beta(t) - F_{comp} \cos \alpha(t) \cos \beta(t) - \\ - (M + 6m)g,$$

$$z''(t)(M + 6m) = (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \sin \beta(t) \cos \alpha(t) - \\ - (F_{nod1} + F_{nod2}) \cos \alpha(t) \cos \gamma(t) \sin \beta(t) - \\ - F_{comp} \sin \beta(t) \cos \alpha(t),$$

где F_t – сила тяги, $F_{nod(1,2)}$ – подъемная сила, M – масса фюзеляжа, m – масса двигателя, F_{comp} – сила лобового сопротивления, α, β, γ – углы, обозначенные на рис. 11

Так как модель трехмерная, то есть движение самолета рассматривается как движение твердого тела в пространстве, то для полного описания полета также необходимо рассмотреть возможные вращения относительно трех взаимно перпендикулярных осей.

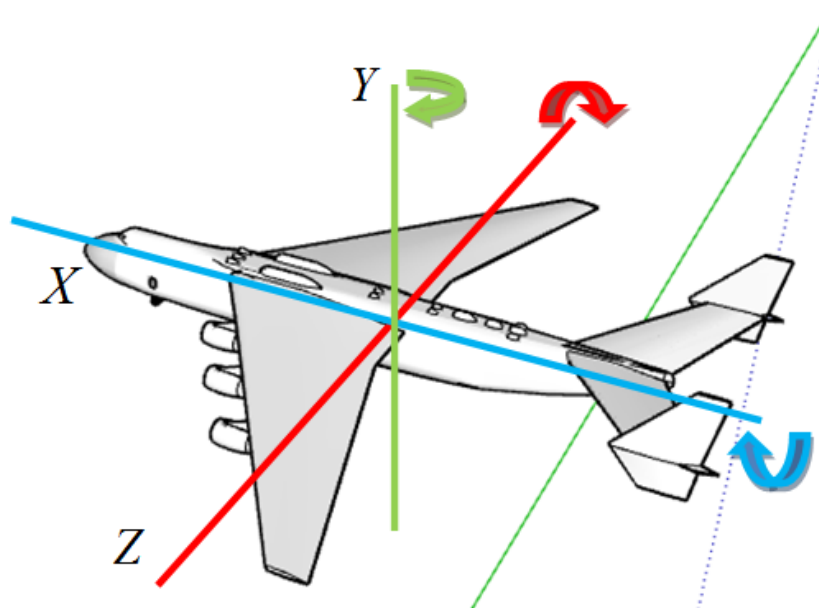


Рис.11. Вращение самолета относительно трех осей

Запишем уравнения моментов для однофюзеляжного самолета как абсолютно твердого тела, в дифференциальном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha''(t)M(B^2 + C^2)}{5} &= \rho SC(x'(t) + V_{вет})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) - \\ &- 2\rho SC(x'(t) + V_{вет})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \frac{d}{2}, \\ \frac{\beta''(t)M(A^2 + B^2)}{5} &= \rho SC(x'(t) + V_{вет})^2 \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\ &- \rho SC(x'(t) + V_{вет})^2 \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) \frac{d}{2}, \\ \frac{\gamma''(t)M(A^2 + C^2)}{5} &= \rho SC_y(x'(t) + V_{вет})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) - \\ &- \rho SC(x'(t) + V_{вет})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) \frac{d}{2}, \end{aligned}$$

где A, B, C – половины длины, высоты и ширины корпуса соответственно, d – размах крыла, $V_{вет}$ – скорость встречного ветра, α_1 и α_2 – углы отклонения левого и правого закрылка, C_y – безразмерный коэффициент.

Для двухфюзеляжного самолета второй закон Ньютона выглядит следующим образом (рис. 12):

$$\begin{aligned} (M_{2фюз} + 6m)\vec{a} &= 6m\vec{g} + M_{2фюз}\vec{g} + \vec{F}_{под1} + \vec{F}_{под2} + \vec{F}_{t1} + \vec{F}_{t2} + \\ &+ \vec{F}_{t3} + \vec{F}_{t4} + \vec{F}_{t5} + \vec{F}_{t6} + \vec{F}_{сопр1} + \vec{F}_{сопр2} + \vec{F}_{сопр3} + \vec{F}_{сопр4} \end{aligned} \quad (2)$$

где $F_{под(1,2)}$ – подъемные силы, $F_{t(1,2,3,4,5,6)}$ – силы тяги, $F_{сопр(1,2,3,4)}$ – силы лобового сопротивления, M – масса самолета, m – масса двигателей.

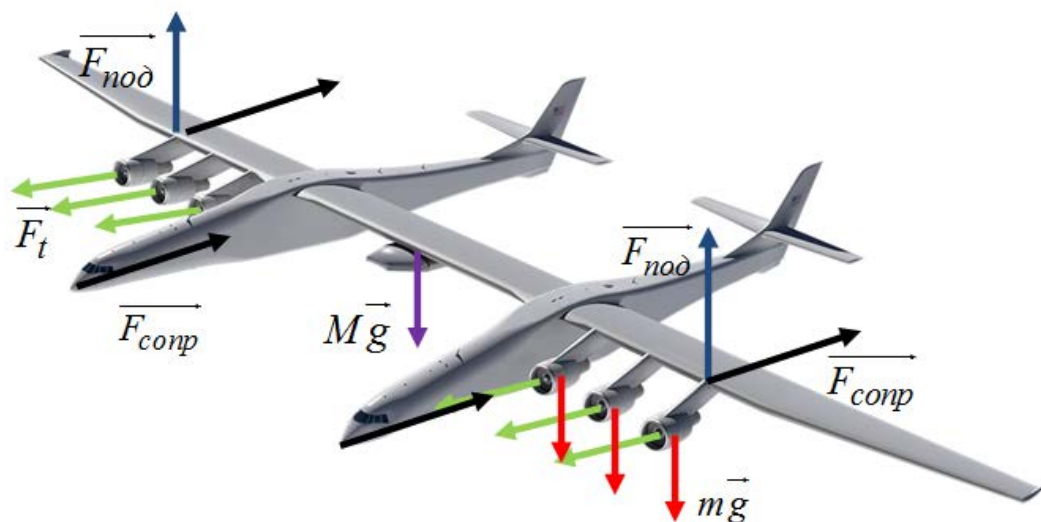


Рис.12. Силы, действующие на двухфюзеляжный самолет

Запишем второй закон Ньютона в дифференциальном виде в проекциях на оси координат:

$$x''(t)(M_{2фюз} + 6m) = (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \cos \alpha(t) \cos \beta(t) - \\ - (F_{nod1} + F_{nod2} + F_{nod3} + F_{nod4} + F_{nod5} + F_{nod6}) \cos \beta(t) \cos \gamma(t) \sin \alpha(t) - \\ - 2F_{conp} \cos \alpha(t) \cos \beta(t),$$

$$y''(t)(M_{2фюз} + 6m) = ((F_{nod1} + F_{nod2} + F_{nod3} + F_{nod4} + F_{nod5} + F_{nod6}) \cos \alpha(t) \cos \gamma(t)) - \\ + (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \sin \alpha(t) \sin \beta(t) - \\ - 2F_{conp} \cos \alpha(t) \cos \beta(t) - (M_{2фюз} + 6m)g,$$

$$z''(t)(M_{2фюз} + 6m) = (F_{t1} + F_{t2} + F_{t3} + F_{t4} + F_{t5} + F_{t6}) \sin \beta(t) \cos \alpha(t) - \\ - (F_{nod1} + F_{nod2} + F_{nod3} + F_{nod4} + F_{nod5} + F_{nod6}) \cos \alpha(t) \cos \gamma(t) \sin \beta(t) - \\ - 2F_{conp} \sin \beta(t) \cos \alpha(t),$$

где F_t – сила тяги, F_{nod} – подъемная сила, M – масса фюзеляжа, m – масса двигателя, $F_{conp(1,2,3,4)}$ – сила лобового сопротивления, α, β, γ – углы, обозначенные на рис.11

Запишем уравнения моментов для двухфюзеляжного самолета, как абсолютно твердого тела, в дифференциальном виде:

$$\alpha''(t)\left(\frac{M_{2\phiюз}(B^2 + C^2)}{5}\right) = \rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) -$$

$$-2\rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \frac{d}{2},$$

$$\beta''(t)\left(\frac{M_{2\phiюз}(A^2 + B^2)}{5} + 2ml^2\right) = \rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) -$$

$$-\rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) \frac{d}{2},$$

$$\gamma''(t)\left(\frac{M_{2\phiюз}(A^2 + C^2)}{5}\right) = \rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) -$$

$$-\rho S(x'(t) + V_{вет})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) \frac{d}{2},$$

где A, B, C – половины длины, высоты и ширины корпуса соответственно, d – размах крыла, $V_{вет}$ – скорость встречного ветра, α_1 и α_2 – углы отклонения левого и правого закрылка, l – расстояние между осями, C_y – безразмерный коэффициент.

Глава 3. Результаты моделирования

Уравнения второго закона Ньютона и моментов представляют собой дифференциальные уравнения второго порядка относительно зависимостей координат и углов $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\gamma(t)$; для единственного решения системы уравнений нужно дополнить начальными условиями для всех шести искомых функций.

Таким образом, движение однофюзеляжного самолета описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned}
& x''(t)(6m + M) = 6F_t \cos \alpha(t) \cos \gamma(t) - C_y \rho S(x'(t) + \\
& + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
& - C_y \rho S(x'(t) + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
& - \frac{1}{2} \cos \gamma(t) \cos \alpha(t) \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2, \\
& y''(t)(6m + M) = C_y \rho S(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) + 6F_t \sin \alpha(t) + \\
& + 2C_y \rho S(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) - (6m + M)g - \\
& - \cos \gamma(t) \sin \alpha(t) \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2, \\
& z''(t)(6m + M) = 6F_t \cos \alpha(t) \sin \gamma(t) + \\
& + C_y \rho S(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) + \\
& + C_y \rho S(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) - \\
& - \sin \gamma(t) \sin \alpha(t) \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2, \\
& \frac{\alpha''(t)M(B^2 + C^2)}{5} = \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) - \\
& - 2\rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \frac{d}{2}, \\
& \frac{\beta''(t)M(A^2 + B^2)}{5} = \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
& - \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) \frac{d}{2}, \\
& \frac{\gamma''(t)M(A^2 + C^2)}{5} = \\
& = \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) - \\
& - \rho S_{ceq} C(x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) \frac{d}{2}.
\end{aligned} \right. \quad (1)$$

Аналогично, для двухфюзеляжного самолета получена система уравнений следующего вида:

$$\left\{ \begin{aligned}
 & x''(t)(6m + M_{2\phi_{ю3}}) = 6F_t \cos \alpha(t) \cos \gamma(t) - \\
 & - C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
 & - C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
 & - \cos \gamma(t) \cos \alpha(t) \rho S_{cey} C (x'(t) + V_{bem})^2, \\
 & y''(t)(6m + M_{2\phi_{ю3}}) = C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) + 6F_t \sin \alpha(t) + \\
 & + C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) - (6m + M_{2\phi_{ю3}}) g - \\
 & - \cos \gamma(t) \sin \alpha(t) \rho S_{cey} C (x'(t) + V_{bem})^2, \\
 & z''(t)(6m + M_{2\phi_{ю3}}) = 6F_t \cos \alpha(t) \sin \gamma(t) + \\
 & + C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) + \\
 & + C_y \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) - \\
 & - \sin \gamma(t) \sin \alpha(t) \rho S_{cey} C (x'(t) + V_{bem})^2, \\
 & \alpha''(t) \left(\frac{M_{2\phi_{ю3}} (B^2 + C^2)}{5} \right) = \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) - \\
 & - 2 \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \frac{d}{2}, \\
 & \beta''(t) \left(\frac{M_{2\phi_{ю3}} (A^2 + B^2)}{5} + 2ml^2 \right) = \\
 & = \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \sin(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) - \\
 & - \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \sin(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \cos \gamma(t) \frac{d}{2}, \\
 & \gamma''(t) \left(\frac{M_{2\phi_{ю3}} (A^2 + C^2)}{5} \right) = \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_1)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) - \\
 & - \rho S (x'(t) + V_{bem})^2 C_y \cos(\alpha - \alpha_2)(t) \sin \beta(t) \sin \gamma(t) \frac{d}{2}.
 \end{aligned} \right. \quad (2)$$

В дальнейших численных экспериментах используем следующие значения параметров и начальные условия:

$$\begin{aligned}
 x(0) &= 0\text{ м}, y(0) = 10000\text{ м}, z(0) = 0\text{ м}, \\
 x'(0) &= V_0 \cos \alpha(0) \sin \beta(0), \\
 y'(0) &= V_0 \sin \alpha(0) \sin \beta(0), \\
 z'(0) &= V_0 \cos \beta(0) \sin \gamma(0), \\
 \alpha(0) &= 0, \beta(0) = 0, \gamma(0) = 0, \\
 \alpha'(0) &= 0, \beta'(0) = 0, \gamma'(0) = 0, \\
 V_{\text{однофюз}} &= 200 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \rho = 0.414 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, V_{\text{двухфюз}} = 250 \frac{\text{м}}{\text{с}}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В результате решения систем уравнений (1)–(2) при начальных условиях (3) получены зависимости координат и углов поворота однофюзеляжного самолета от времени, на рис. 14 приведена зависимость $x(t)$

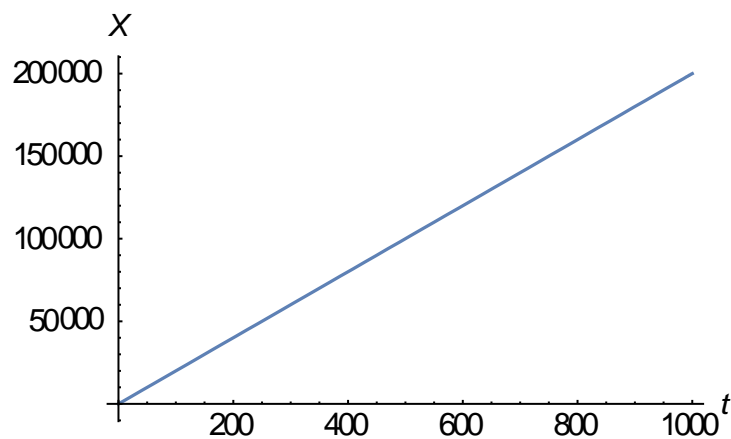


Рис. 14. Зависимость координаты X от времени при постоянных внешних условиях для однофюзеляжного самолета

На рис.15 изображена зависимость координаты $y(t)$ при стационарном полете в сплошной однородной среде.

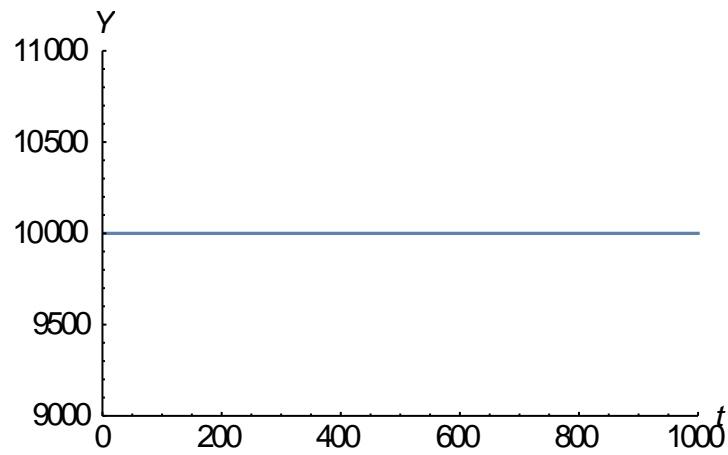


Рис. 15. Зависимость координаты Y от времени при постоянных внешних условиях для однофюзеляжного самолета

Аналогичная проверка была проведена и для двухфюзеляжного самолета (рис. 16, 17).

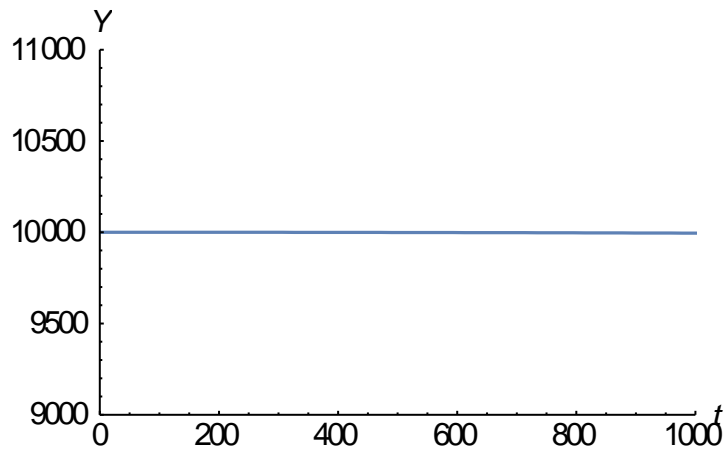


Рис.16 . Зависимость координаты Y от времени при постоянных внешних условиях для двухфюзеляжного самолета

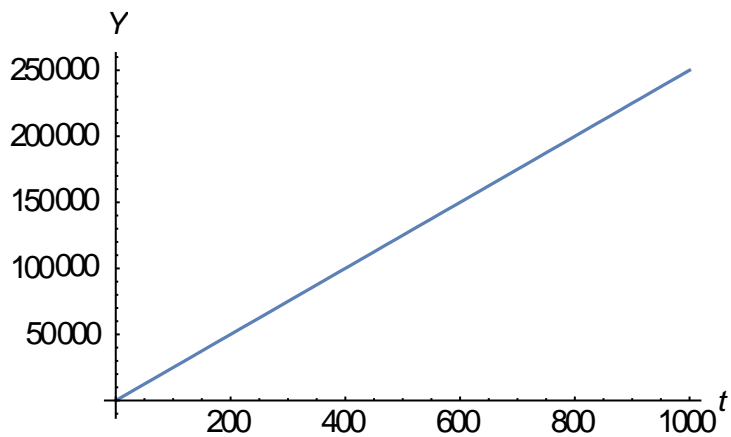


Рис.17 Зависимость координаты X от времени при постоянных внешних условиях для двухфюзеляжного самолета

В результате проверки двух систем были подобраны коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, обеспечивающие равномерный полет самолетов на постоянной высоте:

Для однофюзеляжного:

$$C_y = 0.432$$

$$C = 0.139$$

Для двухфюзеляжного:

$$C_y = 3.853$$

$$C = 3.859$$

Как можно заметить, в отсутствии внешних воздействий самолет летит равномерно, на постоянной высоте.

После построения и идентификации параметров модели стационарного полета был проведен ряд численных экспериментов по изучению полета самолетов двух типов в различных условиях.

Эксперимент 1. Прохождение турбулентной зоны

Для моделирования турбулентности и воздушных ям требуется имитировать изменение внешних условий среды. Как было написано выше, внутри таких зон плотность среды не постоянна, следовательно, давление на крыло тоже будет меняться, меняя и подъемную силу. Введем зависимость плотности среды от времени на некотором интервале:

$$\rho(t) = \rho_0(1 - \rho_{\max} \sin(\omega t)). \quad (4)$$

Применим зависимость (4) в уравнениях движения (1)–(2), со следующими значениями параметров:

$$\omega = 3 \text{Гц}, \rho_{\max} = 0.05 \text{м}, \Delta t = 10 \text{с}.$$

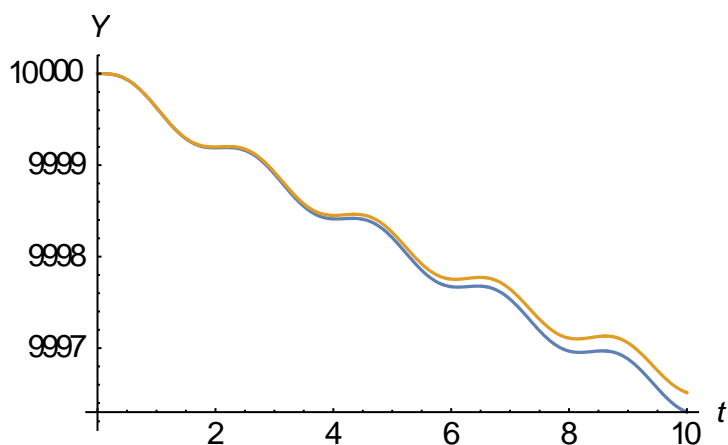


Рис. 18 Колебания высот при прохождении турбулентной зоны. Желтым обозначена зависимость для двухфюзеляжного самолета, синим – для однофюзеляжного

Колебательный характер движения (рис. 18, 19) усиливает нагрузку на нервную систему человека, а также на вестибулярный аппарат, которая вызвана резким перепадом высот, хотя и является безопасным для движения самого самолета.

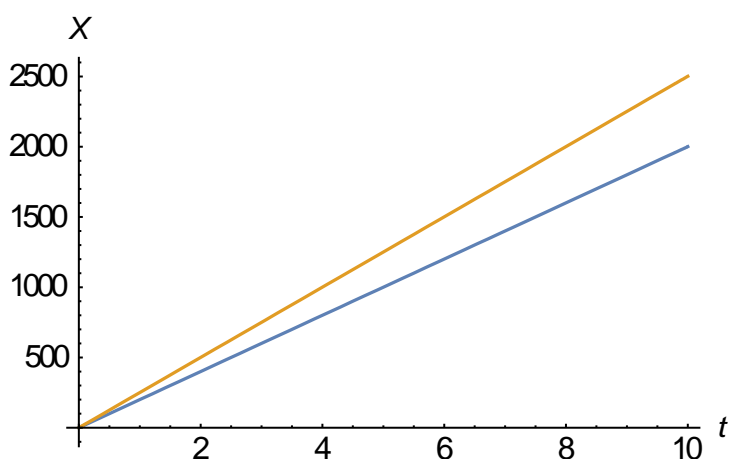


Рис. 19. Зависимость $X(t)$ при прохождении зоны турбулентности. Желтым обозначена зависимость для двухфюзеляжного самолета, синим – для однофюзеляжного

По результатам эксперимента можно сделать следующие выводы:.

- малому изменению плотности среды соответствует незначительное изменение характера движения (высоты полета);
- турбулентность не может стать прямой причиной авиакатастрофы;

- двухфюзеляжный самолет лучше справляется с прохождением турбулентной зоны, так как отклоняется на меньшие высоты, по сравнению с однофюзеляжным (рис. 18).

Эксперимент 2. Отказ двигателей на высоте

Под отказом понимается полное либо частичное снижение мощности двигателя вследствие какой-либо неисправности, и, как следствие, уменьшение тяги. Рассмотрим критическую ситуацию, когда у самолета отказывает один из двигателей. У исследуемых Ан-225 «Мрия» и Stratolunch Model 351 по 6 двигателей, но при этом оба самолета обладают достаточно большой массой. Поэтому следует сначала рассмотреть ту ситуацию, когда откажет хотя бы один двигатель из шести имеющихся. Допустим, отказ произошел на высоте 10000 м и на крейсерской скорости для каждого самолета. Видно, что тяги оставшихся двигателей после отказа недостаточно для того, чтобы удерживать самолет на постоянной высоте (рис. 20, 21). В случае отказа двигателя в полете и невозможности сохранять назначенную высоту (эшелон) полета на максимальной продолжительной тяге оставшихся работающих двигателей, экипаж должен выполнить процедуру снижения. Снижение выполняется до высоты, на поддержание которой достаточно имеющейся тяги двигателей [17]. Но так в рамках данной модели не учитывается поведение экипажа и систем стабилизации полета, то можно считать, что не возникает факторов, стремящихся выровнять самолет в этой ситуации.

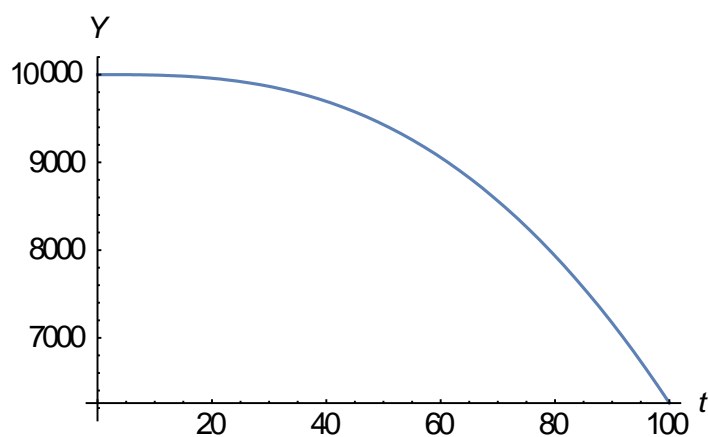


Рис.20 Зависимость $Y(t)$ для однофюзеляжного самолета

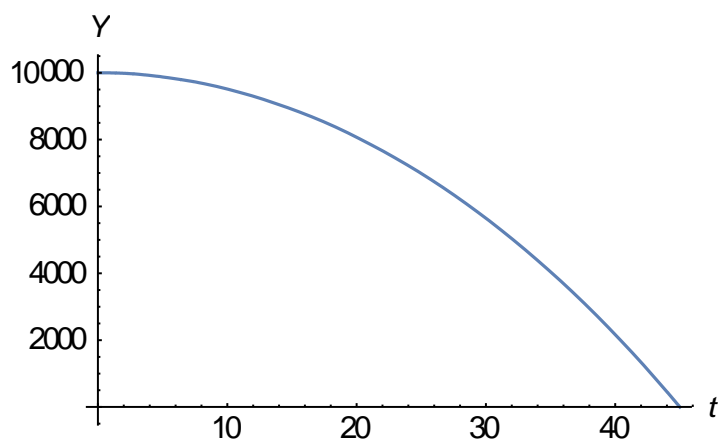


Рис.21 Зависимость $Y(t)$ для двухфюзеляжного самолета

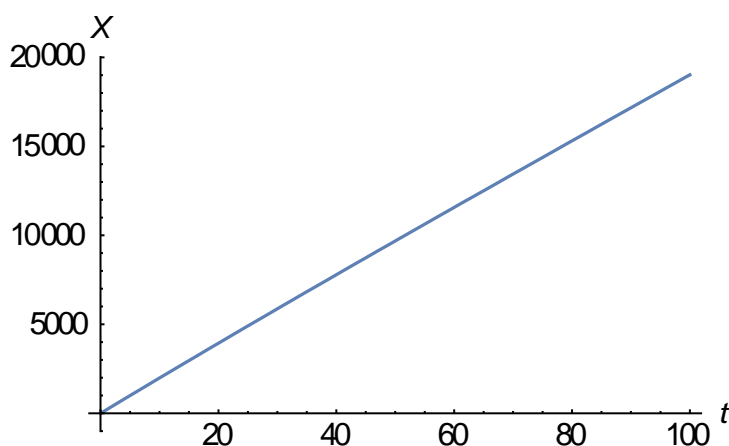


Рис.22 Зависимость $X(t)$ для однофюзеляжного самолета

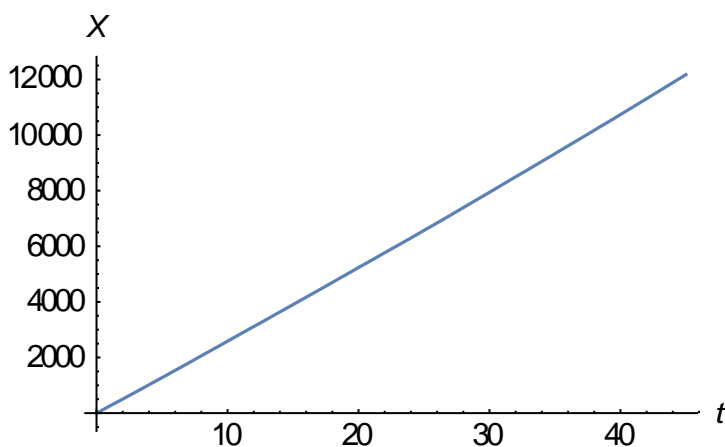


Рис. 23 Зависимость $X(t)$ для двухфюзеляжного самолета

Как видно из рисунков 22 и 23, самолет снижается вплоть до земли, при этом пролетев 20 и 12 км соответственно. По результатам данного эксперимента можно сделать вывод, что полет тяжелых самолетов с одним отказавшим двигателем (при отсутствии активных действий экипажа) приводит к крушению. В этом эксперименте Ан-225 «Мрия» показал себя несколько более устойчивым, чем Stratolunch Model 351.

Заключение

Таким образом, в работе рассмотрены вопросы, связанные с описанием полета однофюзеляжных и двухфюзеляжных самолетов. Сформулированы концептуальная и математическая постановки задачи моделирования, записаны системы уравнений для объектов исследования. В результате численных экспериментов рассмотрены следующие ситуации:

- прохождение зоны турбулентности;
- отказ двигателей на высоте.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

- Stratolunch Model 351 справляется с прохождением зоны турбулентности лучше, чем Ан-225 «Мрия»;
- Ан-225 «Мрия» справляется с отказом двигателя на высоте лучше, чем Stratolunch Model 351;

Построенную модель можно считать адекватной, так как полученные нами зависимости скоростей, координат и ускорений совпадают с реальными данными, полученными при полете Ан-225 «Мрия» и Stratolunch Model 351 с точностью до 12% (полученная скорости полета – 200м/с и 250 м/с соответственно, а крейсерские скорости Ан -225 «Мрия» и Stratolunch Model 351 –224 м/с и 220 м/с, разница – менее 12%).

Полученные результаты могут быть применены в построении реалистичных авиасимуляторов для тренировок пилотов и улучшения навыков пилотирования в условиях плохой погоды.

Abstract

This research is devoted to the problem of behavior of aircrafts with different technical characteristics during the flight in conditions of turbulence.

The main subject of the research is the behavior of two different planes during the flight in the situation of turbulence and their main characteristics.

The aim of the research is to develop two mathematical models of the flight to find out those features and technical characteristics of the plane, which could deal with the situation of turbulence successfully.

To achieve the aim it was necessary to accomplish the following tasks:

- to study theoretical literature;
- to make up a virtual experiment with math models;
- to analyze the results of the experiment;
- to find out which model of the plane flight is the best to cope with the situation of turbulence;

During the research the main feature of the plane behavior have been found, particularly :

- Antonov-225 was successfully coped with the situation of engine failure at altitude;
- Stratolaunch Model 351 coped with the passage of the turbulence zone better than Antonov-225;

It has become obvious that the behavior of two-bodied plane is more state in conditions of turbulence. Futhermore, a single-fuselage aircraft with a failure of one of the engines flew more kilometers at altitude.

Список литературы

1. Первые летательные аппараты URL:<http://interesnyjfact.ru/pervye-letatelnye-apparaty/> (дата обращения: 28.10.2017).
2. А.Ф.Можайский. Испытание моноплана (1882) URL:<http://altpp.ru/izobretenie-izmenivshie-istoriyu-chelovechestva/samolyot.html> (дата обращения: 27.02.2018).
3. История авиации URL: <http://ency.info/materiya-i-dvigenie/chelovek-i-nebo/333-sovremennaya-aviatsiya> (дата обращения : 25.09.2017).
4. Композитные материалы. URL: <https://engineering.ru.livejournal.com/152512.html> (дата обращения: 27.02.2018).
5. Классификация самолетов по конструкции URL:https://ru.wikipedia.org/wiki/Классификация_самолётов_по_конструктивным_признакам_и_силовой_установке (дата обращения : 25.09.2017).
6. Двухбалочный самолет URL:<https://zen.yandex.ru/media/warpig/dvuhbalochnyi-samolet-cto-eto-i-zachemu-chen-chast-1-5a89abe01aa80c1725ebb1bd> (дата обращения : 27.02.2018).
7. Выкачен самый большой самолёт в мире. URL: <http://forums.airbase.ru/2017/06/t98725--vykachen-samyj-bolshoj-samolyot-v-mire-stratolaunch-model-35.html> (датаобращения : 27.02.2018).
8. Математическая модель URL:https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическая_модель(дата обращения 25.09.2017).
9. Антонов – 225 «Мрия» URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Ан-225> (дата обращения : 20.11.2017).
10. Устойчивость URL: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/23285> (дата обращения: 22.11.2017).
11. Scaled Composites Stratolaunch URL:https://en.wikipedia.org/wiki/Scaled_Composites_Stratolaunch (дата обращения: 18.02.2018).

12. Сила лобового сопротивления URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Лобовое_сопротивление (дата обращения : 27.02.2018).
13. Потоки воздуха URL: <https://www.fludit.com/inspiration/lovely-collection-of-photos-of-airplanes-by-steve-morris.html> (дата обращения: 27.02.2018).
14. Boeing 737 URL: http://skyships.ru/?page_id=4618 (дата обращения: 27.02.2018).
15. Двухфюзеляжный самолет URL: <http://firstforspace.blogspot.ru/2008/12/white-knight-2-to-skies.html?view=timeslide> (дата обращения: 27.02.2018).
16. Формула подъемной силы URL: <https://studfiles.net/preview/5374575/page:6/> (дата обращения: 04.03.2018)
17. Отказ двигателя URL : <http://megaobuchalka.ru/6/35760.html> (дата обращения: 04.03.2018)