

Зачетное занятие по теме «Производная и ее применение» в игровой форме

Данное занятие предназначено для учащихся 11 класса физико-математического профиля.

Темы, контроль знаний по которым осуществляется на зачете

1. Техника дифференцирования. Дифференцирования сложных, обратных, параметрически и неявно заданных функций
2. Геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к графику функции
3. Исследование функции с помощью производных: экстремумы, наибольшее и наименьшее значение, промежутки монотонности, точки перегиба, выпуклость/вогнутость
4. Исследование функций с помощью графиков. Связь между видом графика функции, графика ее производной и второй производной
5. Асимптотическое изменение функций

Порядок проведения зачета (игра «Счастливчик»)

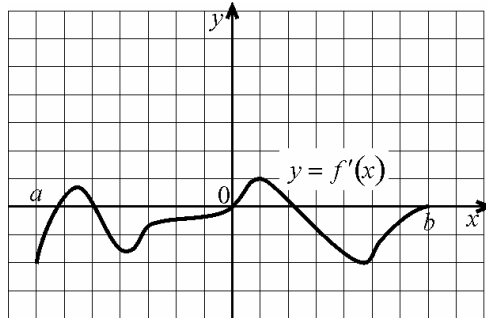
1. Зачет состоит из 50 заданий различного уровня сложности. Сложность оценивается количеством баллов. На разные по сложности задания дается различное максимальное время на решение. Всего на зачете можно заработать 110 баллов.

Баллы	Количество заданий	Время на одно задание
5	4	3 мин
4	10	2,5 мин
3	10	1,5 мин
2	20	0,5 мин

2. Отметка учащемуся выставляется согласно количеству баллов, набранному за игру (например, отлично - 10 баллов, хорошо – 8, удовлетворительно – 6).
3. За правильный ответ на задание начисляется количество баллов, соответствующих сложности задания, за неправильный – снимается 1 балл независимо от сложности задания.
4. Учащиеся пытаются решить все задания. Попытаться дать ответ на каждое из заданий может каждый, но только один раз на каждое задание.
5. На каждое задание один из участников должен дать ответ в обязательном порядке. Такой участник называется «счастливчиком». Если ответа нет – со «счастливчика» снимается один балл как и в случае неправильного ответа. «Счастливчик» обязан отвечать на задание первым по истечении времени на выполнение задания или раньше.
6. «Счастливчик» на первый вопрос устанавливается жеребьевкой. На каждое следующее задание «счастливчика» назначает последний правильно ответивший участник.
7. Участник, решивший задание и готовый ответить поднимает табличку со своим номером. Ведущий (преподаватель) записывает очередность поднятия табличек и в таком порядке спрашивает ответы. Подняв табличку опускать ее уже нельзя. Если перед вами уже дали неправильный ответ, совпадающий с вашим, надо срочно придумывать новый или получать штрафной балл.
8. Очередность ответов устанавливается следующим образом. Первым на задание в обязательном порядке отвечает «счастливчик». Если «счастливчик» дал неправильный ответ, опрашиваются остальные участники в порядке поднятия рук. Если дан правильный ответ – участник, давший его, получает заработанные баллы и назначает следующего «счастливчика». После этого опрос ответов на задание прекращается и дается следующее задание.
9. Поднимать руку можно и до окончания времени, отведенного на задание, но опрос участников происходит только после ответа «счастливчика».
10. Сами задания показываются на экране и видны все время, отведенное на решение. Также постоянно отображается текущее количество баллов у каждого из участников.
11. Порядок следования заданий является фиксированным и устанавливается преподавателем до начала зачета. Сложность заданий чередуется случайным образом.
12. Участник, набравший положенное количество баллов, получает оценку «5» и прекращает участвовать в зачете. Участники, не набравшие баллов на «5», досрочно закончить зачет не могут. Зачет заканчивается, когда будут решены все задания или закончится время, отведенное для зачета. После окончания зачета участникам выставляются оценки в соответствии с текущим количеством баллов.

Примеры заданий

1. При каком значении параметра a функция $y = -x^3 + 4x^2 - ax - 8$ возрастает при $x \in (1;2)$ (4б)
2. Найти наибольшее значение функции $y = x + \cos x$ при $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ (2б)
3. Найти асимптоты кривой $y^3 = a^3 - x^3$ (3б)
4. Найти максимальное значение функции $y = \frac{x}{\ln x}$ (2б)
5. При каком значении угла косинус убывает в $\sqrt{2}$ раз медленнее аргумента (3б)
6. Дана функция $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$. Решить неравенство $f'(x) \geq 0$ (3б)
7. Функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$. На рисунке изображен график ее производной $y = f'(x)$. Определите количество промежутков возрастания функции (1б)



8. Для функции в предыдущем задании найти абсциссу точки максимума, расположенного наиболее близко к границе a (1б)
9. Заданы следующие функции $f(x) = 3x^4$, $g(x) = \log_2 x$, $h(x) = g(f(x))$. Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции $h(x)$ в точке $x = 1$ (3б)
10. Найти уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 3x + 5$, если эта касательная проходит через точку $(0;1)$ и абсцисса точки касания отрицательна (4б)
11. Наименьшее значение функции $y = x^2 + bx + c$ равно 1, а значение c на 25% больше b . Найти положительное значение b (3б)
12. Найти производную пятого порядка от функции $y = e^{-2x}$ в точке $x = 0$ (2б) $y^{(5)}(0) = -32$
13. Найдите наименьшее значение функции $g(x) = \log_{\frac{1}{3}}(3 - x^2)$ (1б)
14. При каком наибольшем отрицательном значении параметра a функция $y = \sin\left(25x + \frac{a\pi}{10}\right)$ имеет максимум в точке $x_0 = \pi$ (4б)

Ответы

1. $a \leq 4$
2. $y = \frac{\pi}{2}$
3. $y = -x$
4. $y_{\max} = e$
5. $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi n$
6. (3б) $x \in \{0\} \cup [3/2; \infty)$
7. 2 промежутка
8. $x_{\max} = -5$
9. $h'(1) = \frac{4}{\ln 2}$
10. $y = -x + 1$
11. $b = \{1, 4\}$
12. $y''(0) = -32$
13. $y_{\min} = -1$
14. $a = -5$